

CMC-12 - Relatório Lab 5 - Projeto de Autopiloto de Altitude de Avião

Dupla: Ana Paula Lopes Schuch e Bruno Costa Alves Freire

11 de Agosto de 2020

1 Projeto dos Controladores

1.1 Projeto do Controlador de Arfagem

Pela equação (10) do enunciado do laboratório, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,00643 & 0,0263 & 0 & -32,2 & 0 \\ -0,0941 & -0,624 & 820 & 0 & 0 \\ -0,000222 & -0,00153 & -0,668 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 830 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -32,7 \\ -2,08 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta e$$

$$\begin{bmatrix} q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta e$$

De forma que as matrizes A, B, C e D do espaço de estados estão bem definidas. Utilizamos a função `ss` do MATLAB para definir o sistema dinâmico.

Na Figura 1, percebemos que uma deflexão positiva do profundor gera valores negativos de q , θ e h .

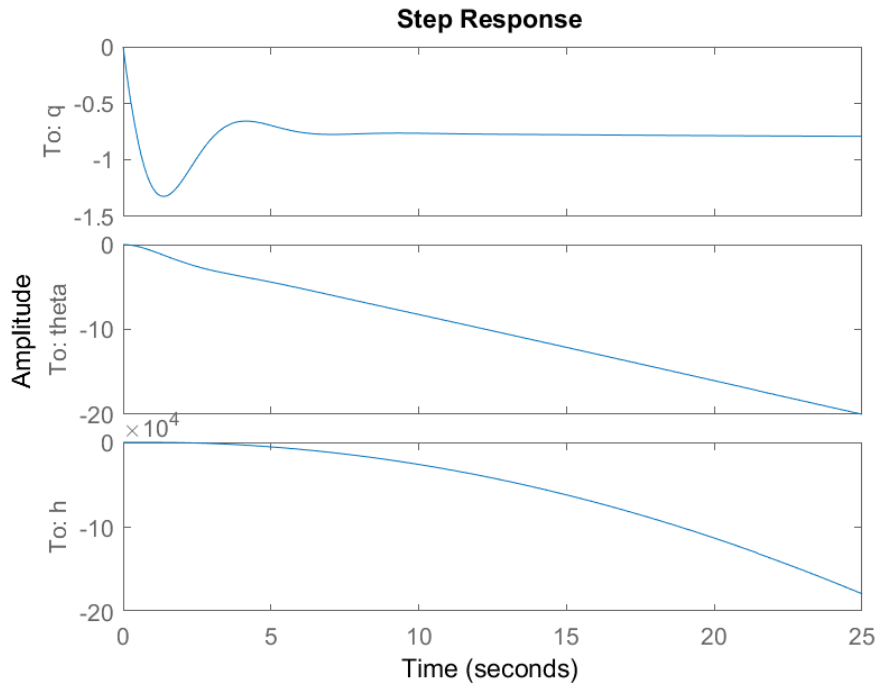


Figura 1: Resposta do sistema para degrau unitário.

Para encontrarmos a função de transferência $G_q = \frac{-q(s)}{\delta e(s)}$, consideramos A e B as matrizes definidas acima, $C = [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0]$ e $D = [0]$, de forma que temos:

$$-q = [0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \\ h \end{bmatrix} + [0] \delta e$$

Utilizando a função **ss2tf** do MATLAB, podemos obter a função de transferência desejada:

$$G_q = \frac{-q(s)}{\delta e(s)} = \frac{-2.08s^4 - 1.2613s^3 - 0.01298s^2}{s^5 + 1.2984s^4 + 1.6822s^3 + 0.01004s^2 + 0.00017533s}$$

Queremos mostrar que um controlador $P+V$ aloca os polos de malha fechada da malha de altitude na mesma posição que um controlador PD . Considere $G_q(s) = \frac{N_q(s)}{D_q(s)} = \frac{-q}{\delta e}$. Como $\dot{\theta} = q$, temos $\frac{-\theta s}{\delta e} = \frac{N(s)}{D(s)}$. Logo $\frac{-\theta}{\delta e} = \frac{N(s)}{D(s)s}$. Portanto, considerando $C(s) = K_{p\theta} + K_{d\theta}s$, o controlador PD tem função de transferência de malha fechada:

$$G_{PD} = \frac{\theta}{\theta_r} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{(K_{p\theta} + K_{d\theta}s)N}{(K_{p\theta} + K_{d\theta}s)N + Ds}$$

Já com o controlador $P+V$ com topologia da Figura 3 do enunciado, temos:

$$\begin{aligned} (\theta_r - \theta) \cdot K_\theta - qK_q &= -\delta e \Rightarrow \\ (\theta_r - \theta) \cdot K_\theta - \theta s K_q &= \frac{\theta Ds}{N} \Rightarrow \\ \theta \left(\frac{Ds}{N} + sK_q + K_\theta \right) &= \theta_r K_\theta \Rightarrow \\ \frac{\theta}{\theta_r} &= \frac{K_\theta N}{Ds + sK_q N + K_\theta N} = \frac{K_\theta N}{N(sK_q + K_\theta) + Ds} \end{aligned}$$

Então verificamos que os polos são alocados nas mesmas posições nos controladores $P+V$ e PD desde que $K_{p\theta} = K_\theta$ e $K_{d\theta} = K_q$. Agora utilizamos o rltool para ajustar os ganhos da malha de arfagem. A função de transferência utilizada foi $G_\theta = \frac{-\theta(s)}{\delta e(s)}$, obtida de modo análogo a função G_q . Note que, como $\dot{\theta} = q$, temos $\frac{q(s)}{s} = \theta(s)$, de modo que bastaria $G_\theta = \frac{G_q}{s}$. Na Figura 3 verificamos que os polos complexo-conjugados estão alocados bem na interseção dos requisitos, de forma que o projeto está adequado.

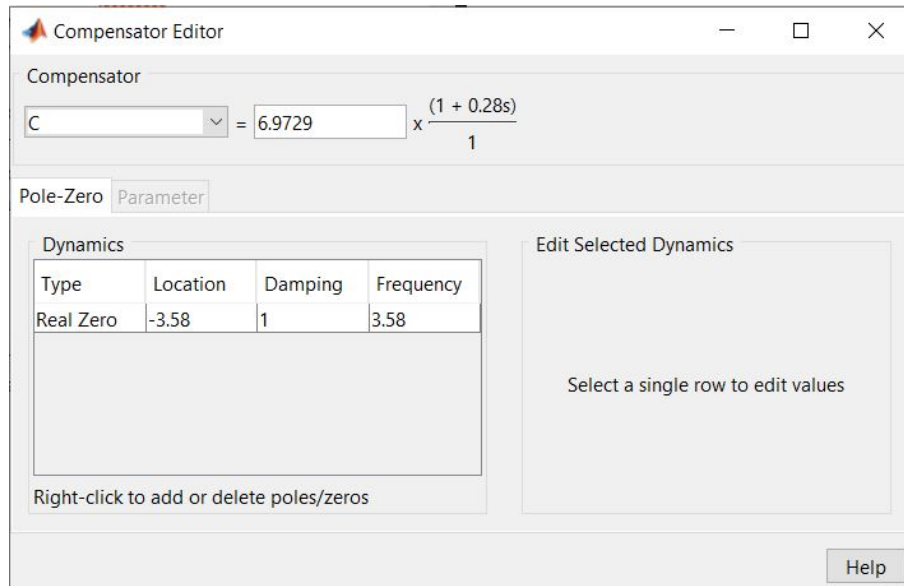


Figura 2: Print screen da tela do rltool.

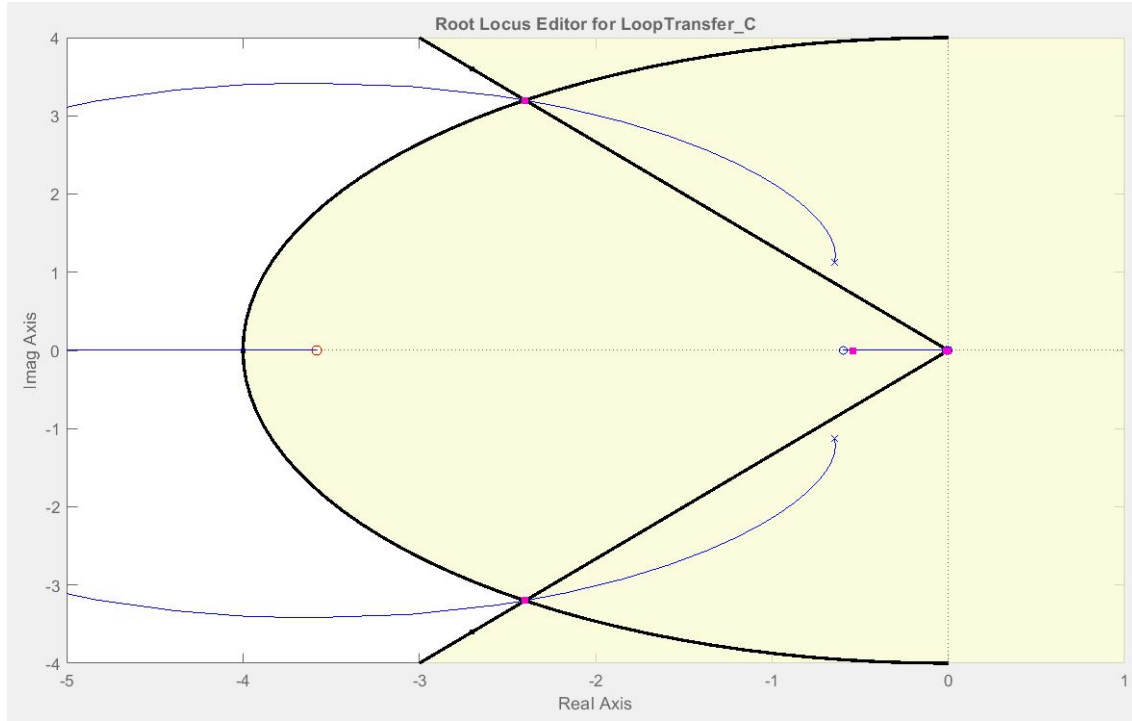


Figura 3: Print screen da tela do rltool.

Note que, pela Figura 2, temos que o compensador é dado por $6.9729 \cdot (1 + 0.28s)$, de forma que $K_{p\theta} = K_\theta = 6.97$ e $K_{d\theta} = K_q = 6.9729 \cdot 0.28 = 1.95$. Portanto os ganhos estão projetados.

A função de transferência em malha fechada já tinha sido calculada anteriormente. Note que:

$$\frac{\theta}{\theta_r} = \frac{K_\theta N}{N(sK_q + K_\theta) + Ds} = \frac{K_\theta \cdot G_q}{G_q(sK_q + K_\theta) + s}$$

Então temos a comparação entre o sistema em malha fechada e em malha aberta, nas Figuras 4 e 5.

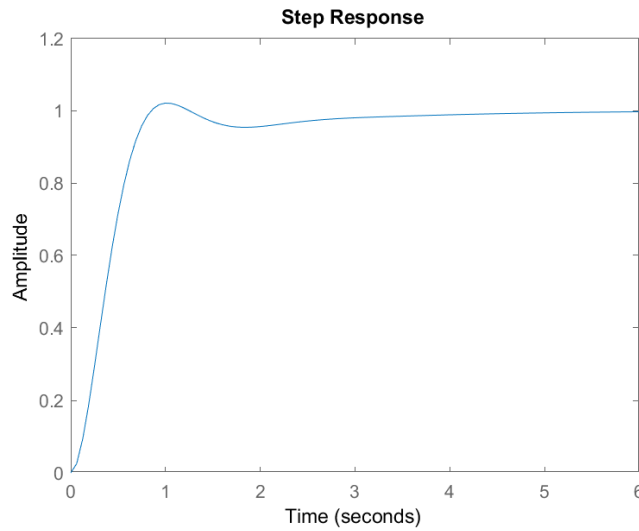


Figura 4: Resposta do sistema em malha fechada para entrada degrau unitário.

Percebemos que o sistema em malha fechada amortece melhor o sistema, além de atingir o regime mais rapidamente.

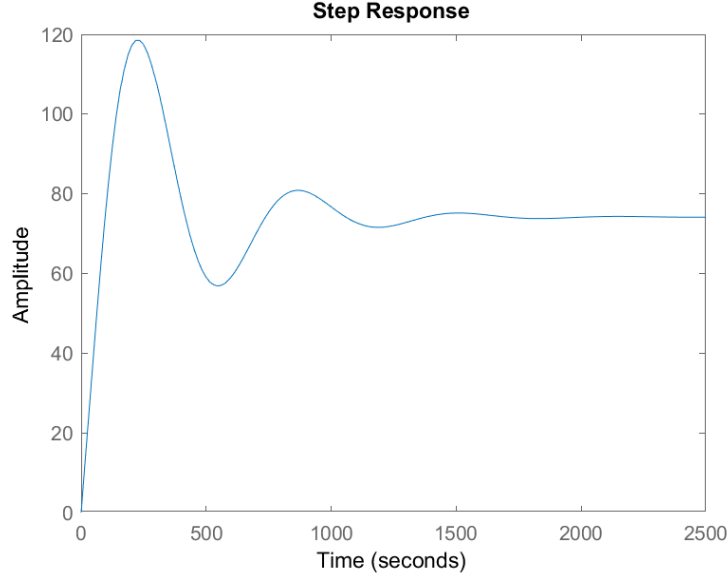


Figura 5: Resposta do sistema em malha aberta para entrada degrau unitário.

1.2 Projeto do Controlador de Altitude

Vamos retornar à equação (10) do roteiro e reescrever o termo δe em termos de θ_r :

$$\begin{aligned}\delta e &= K_q q - K_\theta \cdot (\theta_r - \theta) = K_q q + K_\theta \theta - K_\theta \theta_r \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_q & K_\theta & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} - K_\theta \theta_r\end{aligned}$$

Agora podemos reescrever a dinâmica do sistema no novo formato:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -0,00643 & 0,0263 & 0 & -32,2 & 0 \\ -0,0941 & -0,624 & 820 & 0 & 0 \\ -0,000222 & -0,00153 & -0,668 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 830 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -32,7 \\ -2,08 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \delta e \\ &= \underbrace{(\mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_q & K_\theta & 0 \end{bmatrix})}_{\mathbf{A}_\theta} \cdot \mathbf{x} + \underbrace{(-K_\theta \cdot \mathbf{B})}_{\mathbf{B}_\theta} \theta_r\end{aligned}$$

Explicitamente, temos

$$\mathbf{A}_\theta = \begin{bmatrix} -0.0064 & 0.0263 & 0 & -32.2000 & 0 \\ -0.0941 & -0.6240 & 756.1561 & -228.0138 & 0 \\ -0.0002 & -0.0015 & -4.7290 & -14.5036 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & -1.0000 & 0 & 830.0000 & 0 \end{bmatrix}, \text{ e } \mathbf{B}_\theta = \begin{bmatrix} 0 \\ 228.0138 \\ 14.5036 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Com isso, podemos usar a função `ss2tf` do MATLAB e obter a função de transferência

$$\frac{H(s)}{\Theta_r(s)} = \frac{-228s^3 - 8.743s^2 + 7222s + 32.81}{s^5 + 5.359s^4 + 18.65s^3 + 8.83s^2 + 0.09069s}$$

Em seguida, projetamos um controlador PD com compensador $C_h(s) = K_{ph} + K_{dh}s$ para a malha de altitude, com auxílio da ferramenta `rltool` do MATLAB. Nas figuras 6, 7 e 8 temos, respectivamente, os *prints* das telas de projeto do compensador, do LGR do sistema em malha fechada e da resposta ao degrau do sistema, evidenciando os requisitos de tempo de subida e sobressinal.

Temos então os valores dos ganhos $K_{ph} = 9,9195 \cdot 10^{-4}$ e $K_{dh} = 5,2498 \cdot 10^{-4}$.

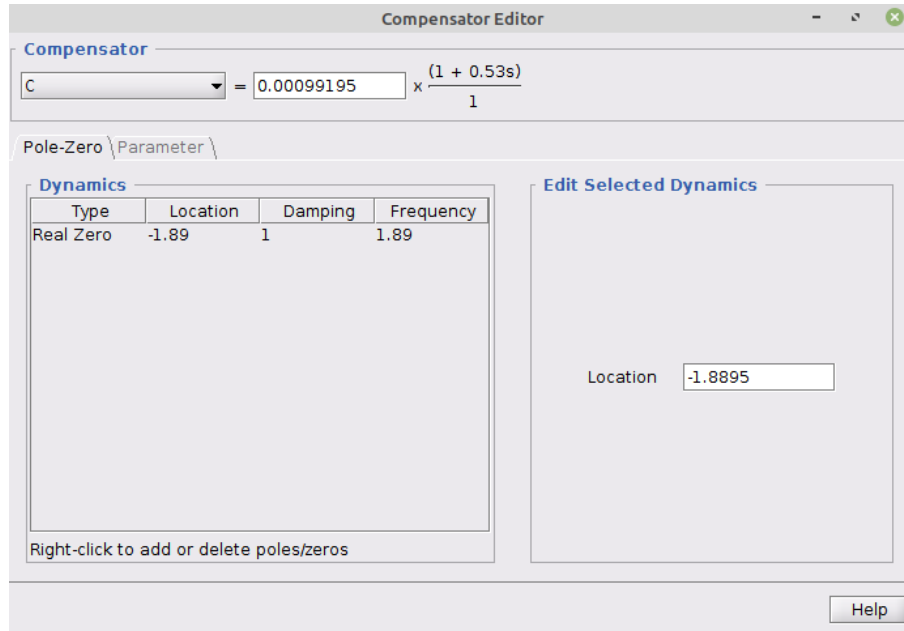


Figura 6: Print screen da tela do rltool para o projeto do compensador $C_h(s)$.

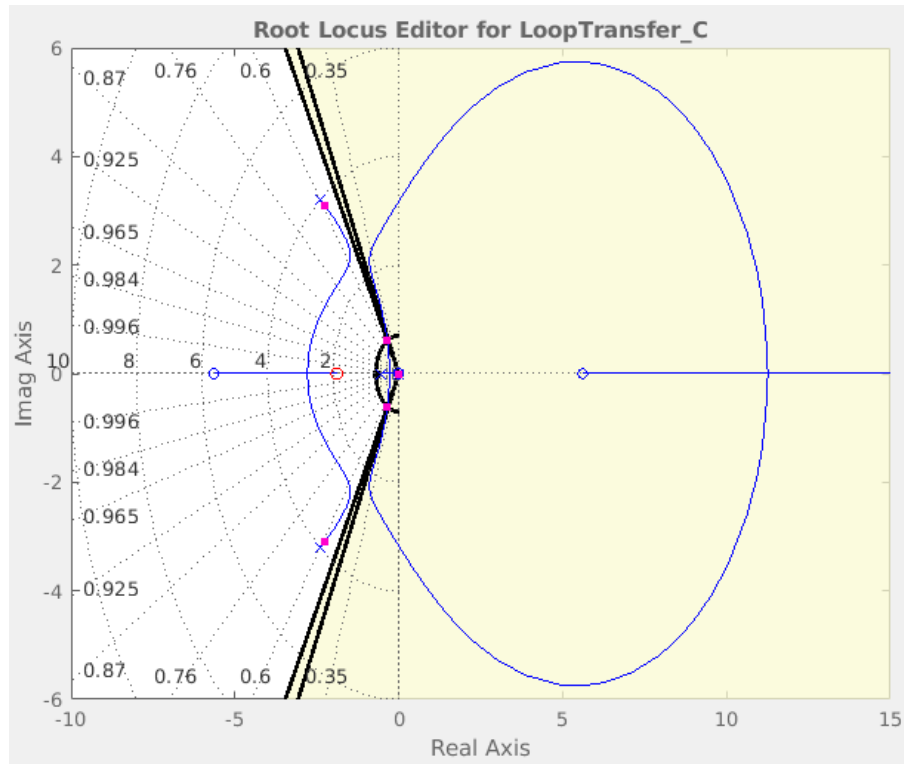


Figura 7: Print screen da tela do rltool com o LGR do sistema de controle de altitude em malha fechada.

Da figura 7 podemos notar que os polos dominantes (complexos) estão alocados exatamente de modo a se ter $\omega_n = 0,7 \text{ rad/s}$ e $\xi = 0,5$. O par de polos não dominantes se encontra no diedro $\xi > 0,5$, conforme requisitado.

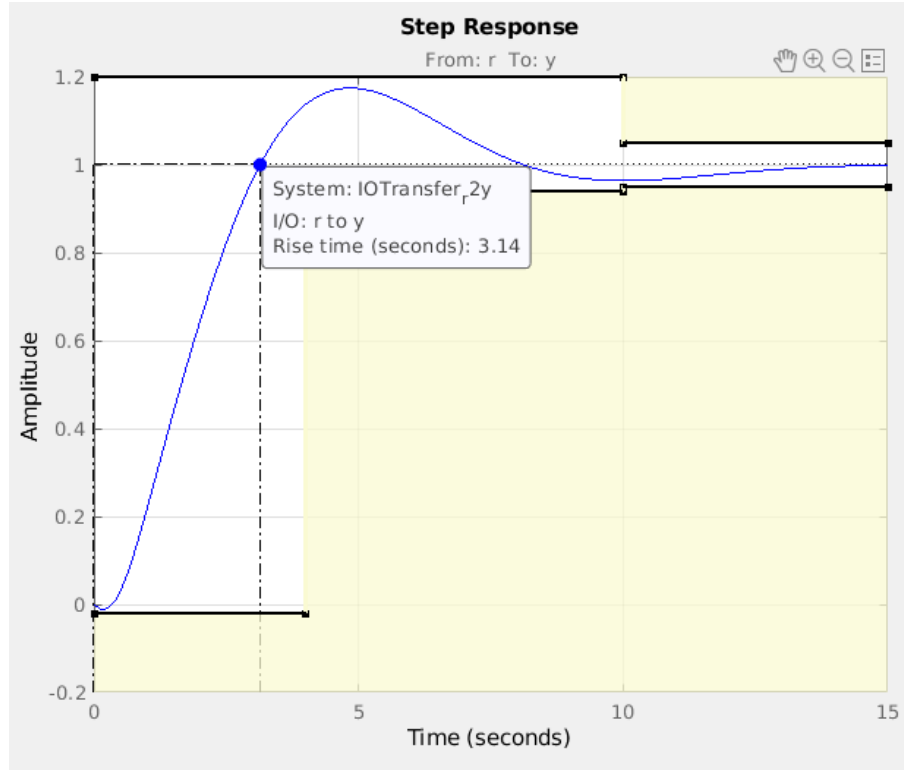


Figura 8: Print screen da tela do `rltool` com a resposta ao degrau do sistema.

Pela figura 8 podemos verificar o atendimento do sistema aos requisitos de $M_p < 20\%$ e $3 \text{ s} \leq t_r|_{0\%}^{100\%} \leq 4 \text{ s}$.

1.3 Simulação do Autopiloto Longitudinal

Para o projeto do filtro passa-baixas acoplado ao termo derivativo do compensador, posicionamos o polo $p = 10z$, o que nos leva a escolher

$$a = 10 \frac{K_p a}{K_p + K_d a} \implies a = 9 \frac{K_p}{K_d} = 17,0055 \text{ rad/s}$$

A seguir, temos os gráficos da simulação do sistema de autopiloto longitudinal, realizando inserindo ruídos de medida no altímetro com diferentes variâncias.

Na figura 9, temos a resposta ao degrau da altitude, com diferentes variâncias para o ruído de medida. Podemos notar que o ruído não prejudicou o atendimento aos requisitos de sobressinal e tempo de subida, embora, conforme a variância do ruído aumenta, o sistema naturalmente tende a oscilar em torno do valor final.

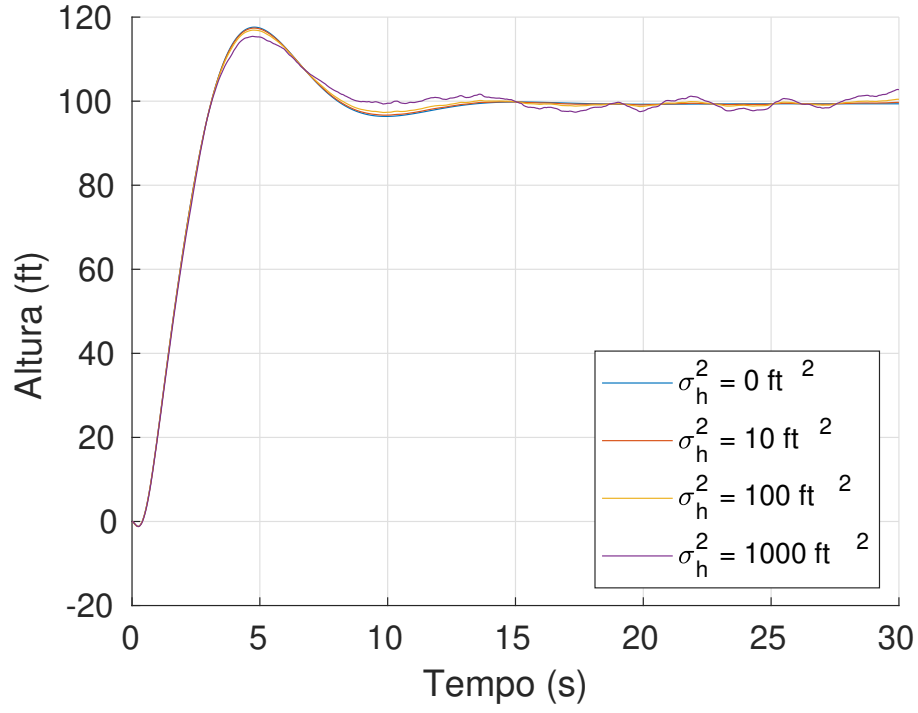


Figura 9: Gráfico da resposta ao degrau do sistema de controle de altitude, com ruídos de diferentes variâncias.

Na figura 10 temos o sinal de altitude medido (com o ruído incluso), o que nos permite comparar o desempenho do controlador face à qualidade do sinal que realimenta a malha. Nota-se que o sistema atenua bastante o ruído de medida, diminuindo a níveis aceitáveis mesmo um sinal com amplitude significativa.

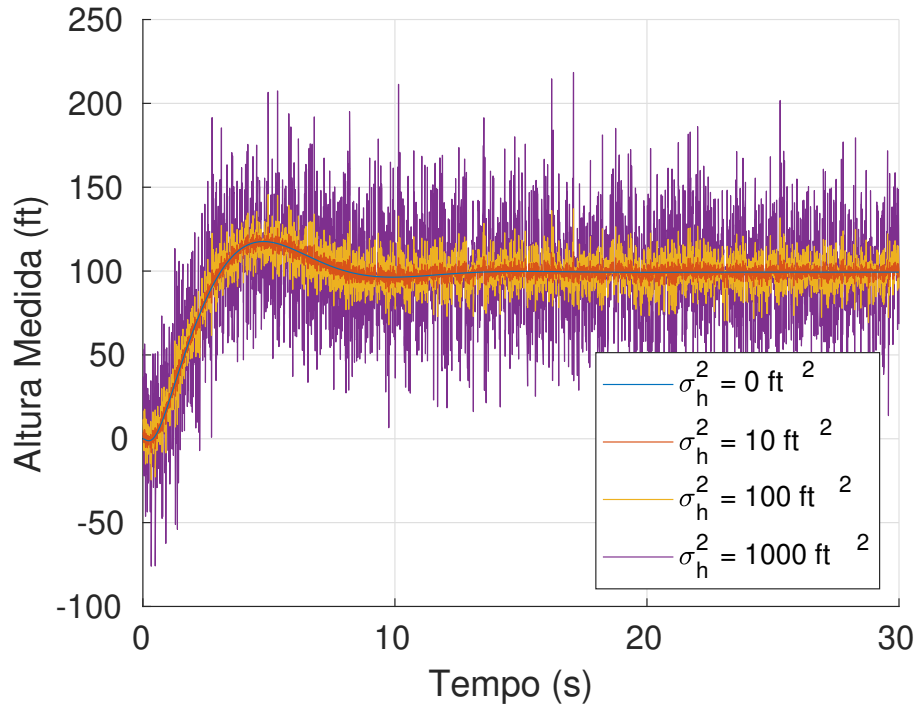


Figura 10: Gráfico da altitude medida, $h_m = h + \nu$, para diferentes valores de σ_h^2 .

Na figura 11 temos o comando comunicado ao profundor, δe , o qual também é fortemente afetado pelo ruído de medida. Apesar disso, a saída do sistema incorpora um ruído bastante atenuado, evidenciando a sua capacidade de filtragem.

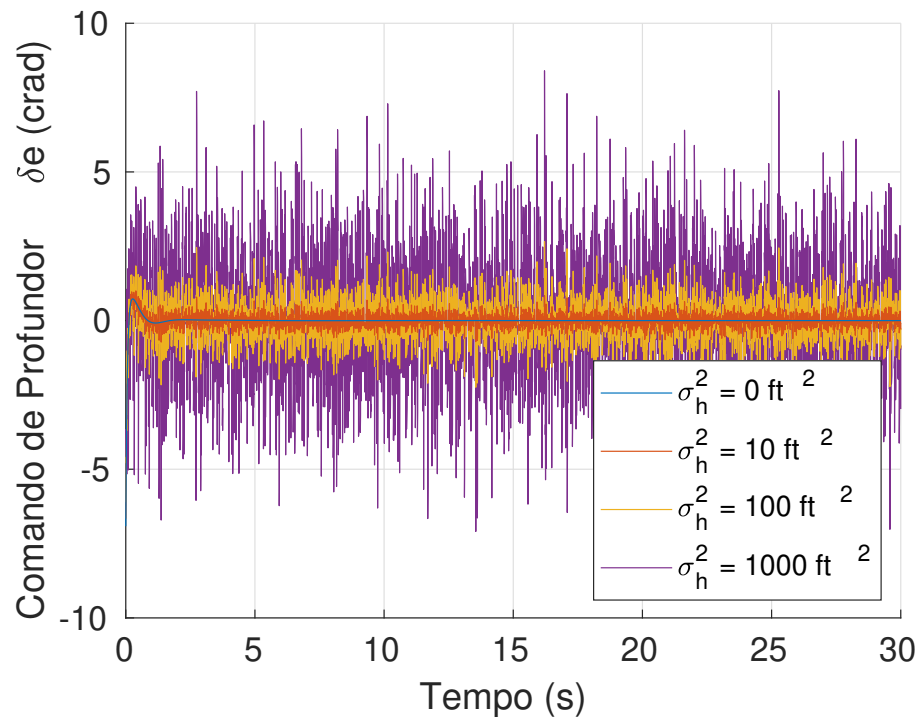


Figura 11: Gráfico do comando δe do profundor, para ruídos de diferentes variâncias.