Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia Mecânica
SEM0530 - Problemas de Engenharia Mecatrõnica II

Relatório da Prática 2

Aproximação Numérica de Integrais

Bruno Ciotta Fernandes - 12549874

Professor:

Marcelo A. Trindade

Junho de 2022

1 Objetivos

Resolver um problema de engenharia em que é necessário realizar o cálculo de integrais. Utilizar métodos computacionais para obter uma aproximação numérica das integrais de solução não trivial, além de visualizar graficamente as funções obtidas.

2 Métodos e Resultados

Considera-se um veículo realizando uma trajetória circular de raio $r = 100\ m$, com uma velocidade inicial $v_0 = 17,4\ m/s$ e aceleração tangencial $a_t = (4 - 0,01s^2)\ m/s^2$.

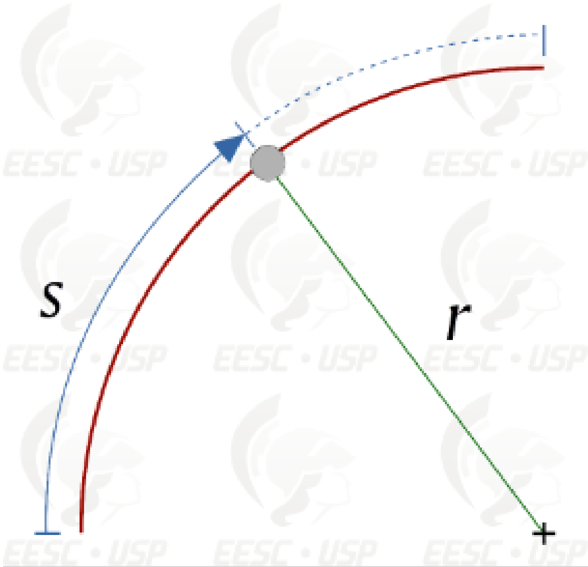


Figura 1: Representação do problema

Deseja-se determinar o módulo da velocidade v do veículo em função da distância percorrida s, plotar o gráfico $v\ vs\ s$, e determinar o módulo da velocidade alcançada após 20 m serem percorridos. Para isso, é necessário obter a função $v(s)$.

Sabe-se que:

$$a = \frac{dv}{dt} \quad v = \frac{ds}{dt}$$

Logo:

$$ads = vdv$$

Integrando essa relação:

$$\int_0^s a\ ds = \int_{v_0}^v v\ dv$$

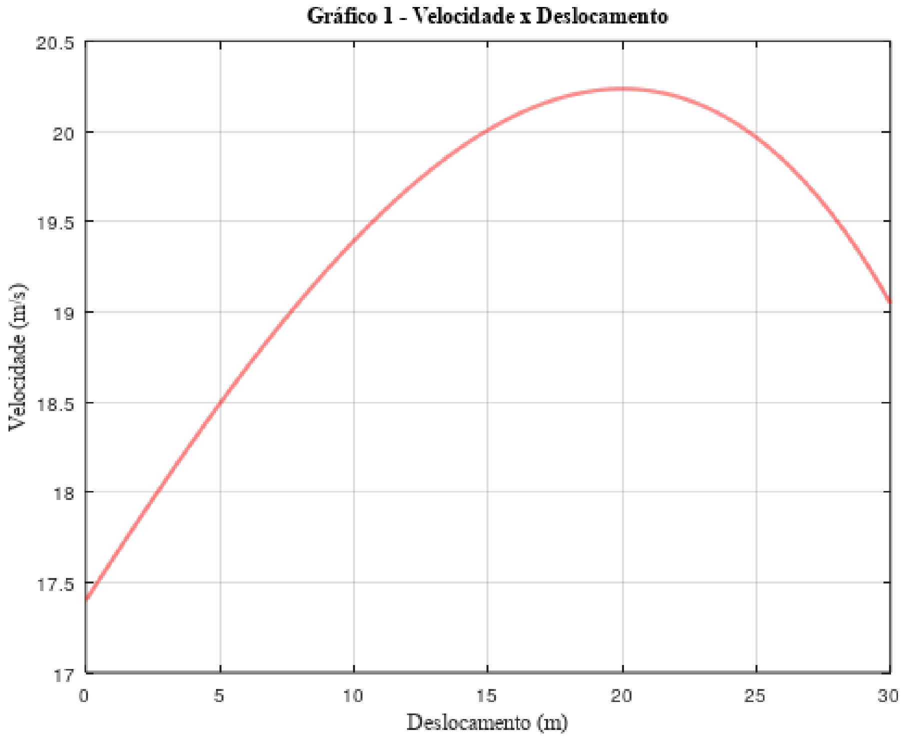
$$\int_0^s (4 - 0,01s^2)\ ds = \frac{v^2}{2}\bigg|_{v_0}^v$$

$$4s - \frac{0,01}{3}s^3 = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}$$

Portanto:

$$v(s) = \sqrt{8s - \frac{0,02}{3}s^3 + 17,4^2} \tag{1}$$

O gráfico e o módulo da velocidade foram obtidos com auxílio do Octave, obteve-se os seguintes resultados:



$$v(20) = 20,234\ m/s$$

Também era desejado obter o módulo da aceleração do veículo em função da trajetória percorrida, assim como a aceleração após 20 m serem percorridos e o gráfico de $a\ vs\ s$. O módulo da aceleração será dado por:

$$|a| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \tag{2}$$

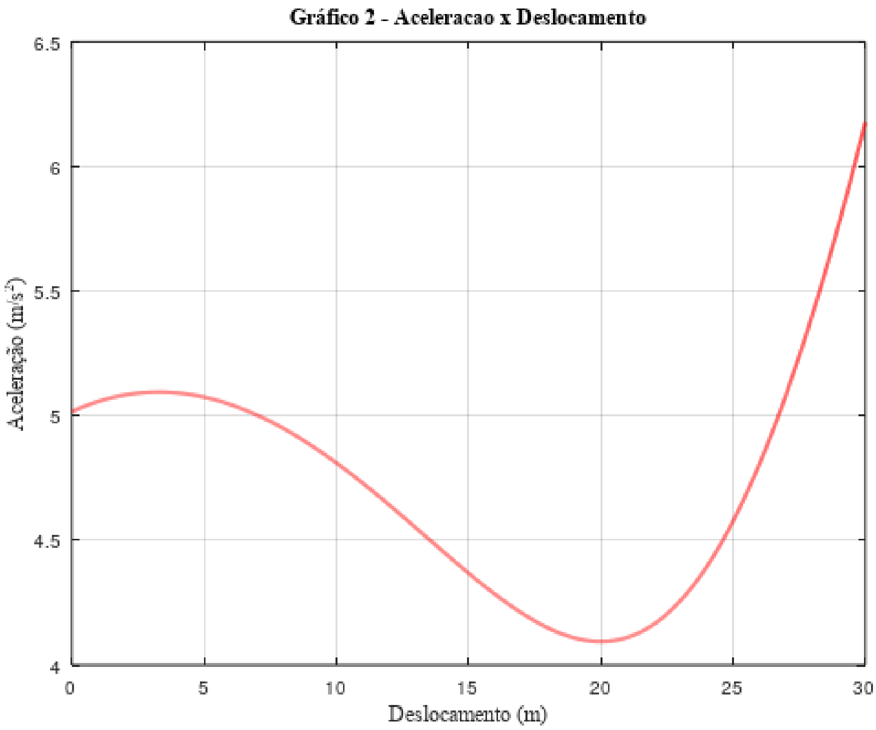
sendo que a_t é dado e a_n pode ser calculado através da fórmula:

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

Portanto, substituindo em 2:

$$|a| = \sqrt{(4 - 0,01s^2)^2 + \left(\frac{8s - \frac{0,02}{3}s^3 + 17,4^2}{100}\right)^2}$$

Implementando no Octave, os seguintes resultados foram obtidos:



$$a(20) = 4,0943\ m/s^2$$

É necessário também encontrar o tempo necessário para que o veículo percorra 20 m. Sabe-se que:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

Logo, temos que

$$dt = \frac{ds}{v}$$

Integrando a equação, teremos que:

$$t = \int_0^{20} \frac{1}{v(s)}\ ds \tag{3}$$

No entanto, essa é uma função de integração não trivial, logo é vantajoso utilizar uma método computacional para obter uma aproximação numérica para o resultado. A função `quad` do Octave foi usada para isso, obtendo-se o seguinte resultado:

$$t = 1,0438\ s$$

3 Script de Octave utilizado

O seguinte script foi utilizado para a obtenção dos resultados:

```
function [] = prat2
  %Definindo as variaveis
  v0=10+0.1*74;
  r=100;

  %=== VELOCIDADE ===
  s=[0:0.01:30]; %Intervalo em que o grafico ser  plotado

  v_s=@(s) (sqrt((8.*s) - ((0.02/3).*s.^3) + (v0^2)));
  v=v_s(20)
  plot(s,v_s(s), 'r-', 'LineWidth', 1.5);
  grid on;
  title('Gr fico 1 - Velocidade x Deslocamento', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
  xlabel('Deslocamento (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
  ylabel('Velocidade (m/s)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
  figure(1);

  %=== ACELERACAO ===
  figure(2);
  a_s=@(s) (sqrt((4-0.01.*s.^2).^2+(((8.*s)-((0.02/3).*s.^3)+(v0^2))./r).^2));
  a=a_s(20)
  plot(s,a_s(s), 'r-', 'LineWidth', 1.5);
  grid on;
  title('Gr fico 2 - Aceleracao x Deslocamento', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
  xlabel('Deslocamento (m)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)
  ylabel('Acelera  o (m/s^2)', 'FontName', 'Times', 'FontSize', 12)

  t_s=@(s)(1/v_s(s));
  t=quad(t_s, 0, 20)
end
```

Listing 1: Código utilizado para os resultados obtidos

4 Conclusão

A prática possibilitou a análise de um problema de cinemática que envolvia o cálculo de várias integrais com o auxílio de métodos computacionais. Os cálculos das integrais utilizadas para determinar a velocidade e aceleração podiam ser feitos manualmente sem dificuldade, sendo o Octave utilizado apenas para plotar o gráfico e realizar cálculos de valores numéricos da função obtida. Já a integral necessária para o cálculo do tempo não seria facilmente resolvida de forma manual, no entanto, a utilização do Octave permitiu que o resultado numérico fosse também obtido com facilidade, eliminando a necessidade do cálculo da primitiva.

Portanto, a utilização de métodos computacionais pode ser muito vantajosa na análise de problemas físicos, facilitando a obtenção de respostas numéricas e a visualização do problema através de gráficos.