LABORATORIO 4

Esercizio 1.
In uno stesso file con estensione .m inserire due function delle quali la seconda sia una sottoprocedura della prima e contenga l'implementazione Matlab del metodo di Thomas per la risoluzione di un sistema tridiagonale. Nella prima function (quella visibile dall'esterno) implementare la risoluzione numerica del seguente problema ai limiti modello con condizioni al bordo Dirichlet omogenee:

$$-u''(x) + \sigma u(x) = f(x)\,, \quad x \in (a, b)\,, \quad u(a) = 0\,, \quad u(b) = 0\,, \quad \sigma \geq 0\,,$$

mediante il metodo degli elementi finiti lineare con passo costante. A tale scopo:

- utilizzare la tecnica di assemblaggio della matrice di stiffness (ricordare che è tridiagonale simmetrica) e del vettore di carico *element–by–element;*
- usare la function predefinita in Matlab *integral* per approssimare gli elementi del vettore di carico;

Esercizio 2.
Scrivere uno script Matlab che testi le function sviluppate per l'Esercizio 1 per approssimare numericamente la soluzione dei seguenti tre problemi test:

$$\begin{array}{ll}
1) - u'' + u & = (x-1) * \log(x+1) - (x+3)/(x+1)^2\,,\ u(0) = u(1) = 0\,, \\
2) - u'' + u & = (4 * \pi^2 + 1) x \sin(2\pi x) - 4\pi \cos(2\pi x)\,,\ u(0) = u(1) = 0\,, \\
3) - u'' + 1200u & = 0\,,\ u(0) = 0\,,\ u(1) = 1\,,
\end{array}$$

le cui soluzioni esatte sono le seguenti

$$1)\, u(x) = (x-1)\log(x+1)\,,\ 2)\, u(x) = x\sin(2\pi x)\,,\ 3)\, u(x) = \sinh(\alpha x)/\sinh(\alpha)\,,$$

con $\alpha = \sqrt{1200}$. Per il terzo problema, utilizzare un rilevamento dei dati sul bordo lineare. Prevedere di poter far girare lo script con $N = (b-a)/h$ assegnato dall'utente o anche di ripeterne l'esecuzione per N uguale a 16, 32, 64, 128, 256. In entrambi i casi graficare la soluzione esatta (per $N = 256$ nel secondo caso) e la corrispondente soluzione numerica riportando nel grafico anche le seguenti informazioni:

- errore massimo sulla mesh;
- errore in norma L^2.