

# Quinto Relatório de Lab de Circuitos II

Henrique da Silva  
hpsilva@proton.me

5 de abril de 2023

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	
<b>2</b>	<b>Análise preliminar</b>	
2.1	O circuito . . . . .	
2.2	Maxima . . . . .	
2.2.1	Filtro 1 . . . . .	
2.2.2	Filtro 2 . . . . .	
2.2.3	Filtro combinado . . . . .	
2.2.4	Grafico de Bode . . . . .	
<b>3</b>	<b>Medições em laboratório</b>	
3.1	Os Circuitos . . . . .	
3.2	Tabela de componentes . . . . .	
3.3	Graficos de Bode dos filtros reais .	
3.3.1	Filtro 1 . . . . .	
3.3.2	Filtro 2 . . . . .	
3.3.3	Filtro total . . . . .	
3.4	Comportamento na frequencia . . .	
3.5	Resultados das medidas . . . . .	
<b>4</b>	<b>Pós-laboratorial</b>	
4.1	Funcao transferencia de todos filtros envolvidos. . . . .	
4.1.1	Filtro 1 . . . . .	
4.1.2	Filtro 2 . . . . .	
4.1.3	Filtro total . . . . .	
4.2	Ganho do filtro . . . . .	
4.3	Ganho do filtro . . . . .	
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	

## 1 Introdução

Neste relatório, vamos discutir filtros de Butterworth, em particular, vamos projetar, montar e testar um filtro de Butterworth ativo passa-baixa de quarta ordem.

Todos arquivos utilizados para criar este relatório, e o relatório em si estão em: [https://github.com/Shapis/ufpe\\_ee/tree/main/5thsemester/CircuitsII/](https://github.com/Shapis/ufpe_ee/tree/main/5thsemester/CircuitsII/)

## 2 Análise preliminar

Utilizarei o Maxima para fazer a análise teórica do circuito antes de montá-lo fisicamente.

Após terminar as análises compararei os resultados obtidos nas análises numéricas e em laboratório para verificar sua coerência.

### 2.1 O circuito

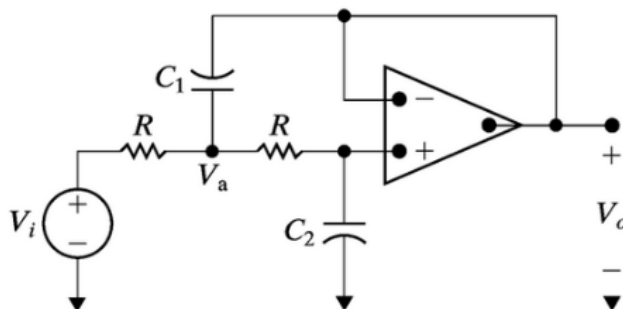


Figura 1: Filtro ativo Butterworth de segunda ordem.

## 2.2 Maxima

Podemos realizar a análise do circuito utilizando análise nodal.

$$\begin{aligned} \frac{V_a - V_i}{R} + (V_a - V_o) sC_1 + \frac{V_a - V_o}{R} &= 0 \\ \frac{V_o - V_a}{R_2} + V_o sC_2 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Resolvendo simbolicamente no Maxima obtemos o seguinte:

$$\frac{\frac{1}{C_1 C_2 R^2}}{s^2 + \frac{2s}{C_1 R} + \frac{1}{C_1 C_2 R^2}} \quad (2)$$

Daqui vemos que temos um circuito passa-baixa com os seguintes parametros:

$$\begin{aligned} \omega_c^2 &= \frac{1}{C_1 C_2 R^2} \\ \beta &= \frac{2}{C_1 R} \end{aligned} \quad (3)$$

E ja que estamos tratando de um filtro Butterworth de quarta ordem, precisamos analisar as projecoes das raizes dos seus polos no eixo real.

No caso, so observaremos as do segundo quadrante, ja que as suas projecoes serao iguais as das raizes que se encontram no terceiro quadrante.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 2 \left| \cos \frac{5\pi}{8} \right| = 0.765367 \\ \beta_2 &= 2 \left| \cos \frac{7\pi}{8} \right| = 1.847759 \end{aligned} \quad (4)$$

Com esta informacao podemos projetar os filtros prototipos que utilizaremos em serie para obter nosso filtro de quarta ordem.

### 2.2.1 Filtro 1

Neste filtro chamaremos seus resistores de  $R_1$  seus capacitores de  $C_1$  e  $C_2$ .

$$\begin{aligned} \beta_1 &= 0.765367 = \frac{2}{C_1 R} \\ \omega_c^2 &= 1 = \frac{1}{C_1 C_2 R^2} \\ R &= 1; \end{aligned} \quad (5)$$

Resolvendo para essas equacoes teremos:

$$\begin{aligned} R_1 &= 1\Omega \\ C_1 &= 2.6131F \\ C_2 &= 0.38268F \end{aligned} \quad (6)$$

Agora vamos realizar o escalonamento para  $50Hz$ , ja que o nosso circuito prototipo foi projetado para  $1Hz$ .

Utilizaremos as seguintes equacoes de escalonamento:

$$\begin{aligned} R' &= Rk_m \\ C' &= \frac{C}{k_m k_f} \end{aligned} \quad (7)$$

Com  $k_f = 50$  para escalonarmos a frequencia central para  $50Hz$  e escolheremos um valor de  $k_m = 8.3 * 10^4$  para utilizarmos apenas um unico resistor com valor comercial.

Entao obteremos os seguintes componentes que serao usados para montar o filtro:

$$\begin{aligned} R_1 &= 83k\Omega \\ C_1 &= 100nF \\ C_2 &= 14.7nF \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.2.2 Filtro 2

Neste filtro chamaremos seus resistores de  $R_2$  seus capacitores de  $C_3$  e  $C_4$ .

$$\begin{aligned} \beta_2 &= 1.847759 = \frac{2}{C_3 R} \\ \omega_c^2 &= 1 = \frac{1}{C_3 C_4 R^2} \\ R &= 1; \end{aligned} \quad (9)$$

Resolvendo para essas equacoes teremos:

$$\begin{aligned} R_2 &= 1\Omega \\ C_3 &= 1.08239F \\ C_4 &= 0.92388F \end{aligned} \quad (10)$$

Agora vamos realizar o escalonamento para  $50Hz$ , ja que o nosso circuito prototipo foi projetado para  $1Hz$ .

Utilizaremos as seguintes equacoes de escalonamento:

$$\begin{aligned} R' &= Rk_m \\ C' &= \frac{C}{k_m k_f} \end{aligned} \quad (11)$$

Com  $k_f = 50$  para escalonarmos a frequencia central para  $50Hz$  e escolheremos um valor de  $k_m = 6.2 * 10^4$  para utilizarmos apenas um unico resistor com valor comercial.

Entao obteremos os seguintes componentes que serao usados para montar o filtro:

$$\begin{aligned} R_2 &= 62k\Omega \\ C_3 &= 55.6nF \\ C_4 &= 47.4nF \end{aligned} \quad (12)$$

### 2.2.3 Filtro combinado

Podemos entao combinar os dois filtros de Butterworth de segunda ordem que projetamos em serie para obter um filtro de quarta ordem com a seguinte funcao de transferencia:

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{\omega_c^4}{(s^2 + \beta_1 s + \omega_c^2)(s^2 + \beta_2 s + \omega_c^2)} \\ \beta_1 &= 0.765367 \\ \beta_2 &= 1.847759 \\ \omega_c &= 2\pi 50 = 314.159265 \end{aligned} \quad (13)$$

### 2.2.4 Grafico de Bode

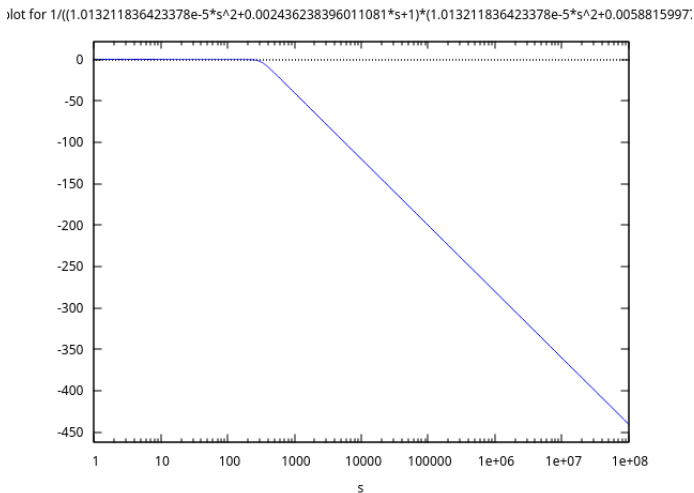


Figura 2: Magnitude de  $H(s)$  do filtro.

Temos  $80dB$  de perda em  $500Hz$  e  $160dB$  de perda em  $5000Hz$ .

Cada filtro de Butterworth tem  $40dB$  de perda por decada. Como temos dois em serie, perdemos  $80dB$  por decada.

Em outras palavras. temos  $20dB$  de perda por polo por decada. Como temos 4 polos, perdemos  $80dB$  por decada.

Entao o que observamos eh coerente.

## 3 Medições em laboratório

### 3.1 Os Circuitos

Inicialmente farei as medições dos componentes a serem usados.

Apos isso farei um breve teste em cada um dos filtros de segunda ordem individualmente.

Por fim, combinarei os dois filtros no nosso filtro de quarta ordem que queremos analisar.

### 3.2 Tabela de componentes

#### Filtro 1

$$\begin{aligned} R_1 &= 81.1k\Omega \\ R_2 &= 81k\Omega \\ C_1 &= 100nF \\ C_2 &= 14.7nF \end{aligned} \quad (14)$$

#### Filtro 2

$$\begin{aligned} R_3 &= 61.8k\Omega \\ R_4 &= 61.2k\Omega \\ C_3 &= 55.5nF \\ C_4 &= 47.8nF \end{aligned} \quad (15)$$

### 3.3 Graficos de Bode dos filtros reais

Substitui os valores reais no Maxima para obter graficos de Bode dos filtros reais. Para observar o comportamento real esperado.

#### 3.3.1 Filtro 1

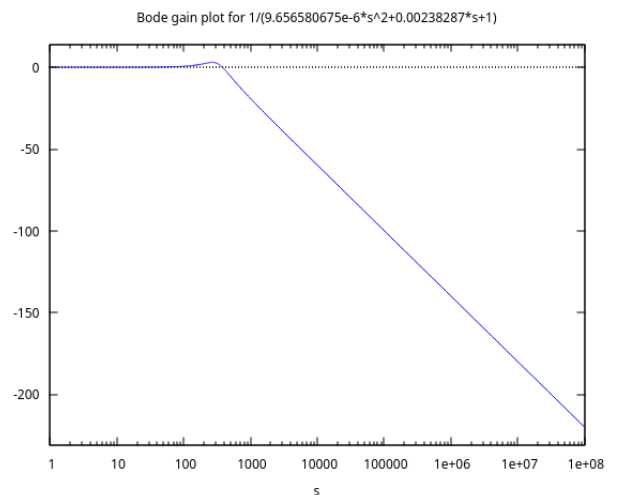


Figura 3: Magnitude de  $H(s)$  do filtro 1.

Notemos que ha um ganho consideravel antes de comecar a filtrar frequencias altas.

Achamos uma frequencia de corte de  $72Hz$ .

### 3.3.2 Filtro 2

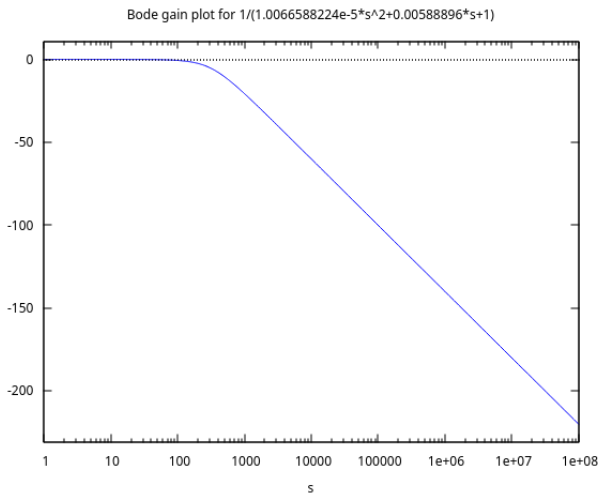


Figura 4: Magnitude de  $H(s)$  do filtro 2.

Achamos uma frequencia de corte de  $54Hz$ .

### 3.3.3 Filtro total

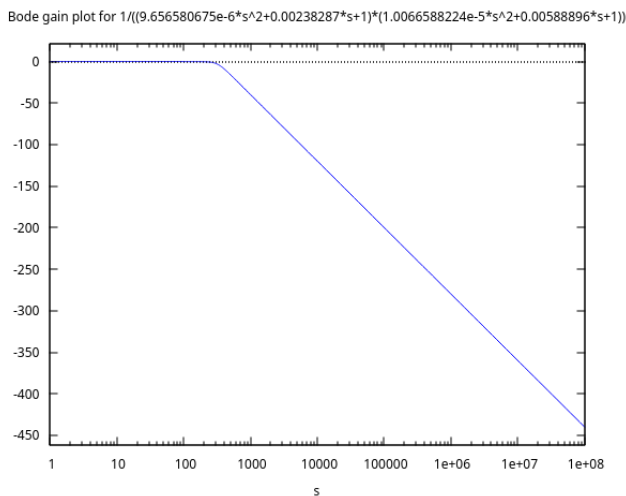


Figura 5: Magnitude de  $H(s)$  do filtro total.

Achamos uma frequencia de corte de  $59Hz$ .

## 3.4 Comportamento na frequencia

Em frequencias baixas constatamos que o ganho permanecia 1. E achamos sua frequencia de corte de fato em 59Hz. Como esperavamos da analise numerica com os valores reais.

Notamos tambem que ha um pequeno ganho antes de atingirmos a frequencia de corte. Este comportamento pode ser observado no grafico de Bode do filtro 1 que fizemos acima na secao (3.3.1).

As fotos do osciloscopio se encontram na pasta do relatorio em "images/osciloscopio/\*".

## 3.5 Resultados das medidas

Mútiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.25	14.75	5.11	5.15
0.5	29.5	5.11	5.47
0.75	44.25	5.11	5.39
1	59	5.11	3.62
1.25	73.75	5.11	2.01
1.6	94.4	5.11	0.97
2.5	147.5	5.11	0.3

## 4 Pós-laboratorial

As tabelas estão na seção 3.2 e 3.5.

### 4.1 Função de transferência de todos os filtros envolvidos.

#### 4.1.1 Filtro 1

```
H1a: at(H, [C1 = 100*(10^-9), C2= 14.7 * (10^-9), R1 = 81100, R2 = 81000]);  
bode_gain(H1a, [s, 1, 10^8]);  
1/(9.656577e-6*s^2+0.00238287*s+1)
```

Figura 6:  $H(s)$  do filtro 1 com valores reais.

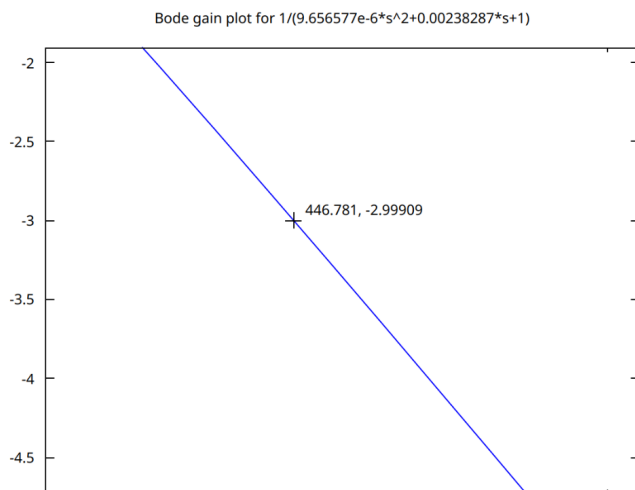


Figura 7: Zoom do gráfico de Bode do filtro 1 com valores reais.

Daqui tiramos uma frequência de corte de  $71.1\text{Hz}$  a partir do gráfico de Bode desta função.

#### 4.1.2 Filtro 2

```
H2b: at(H, [C1 = 55.5*(10^-9), C2= 47.8 * (10^-9), R1 = 61860, R2 = 61200]);  
bode_gain(H2b, [s, 1, 10^8]);  
false  
1/(1.00434337128e-5*s^2+0.005882268*s+1)
```

Figura 8:  $H(s)$  do filtro 2 com valores reais.

Daqui tiramos uma frequência de corte de  $35.9\text{Hz}$  a partir do gráfico de Bode desta função.

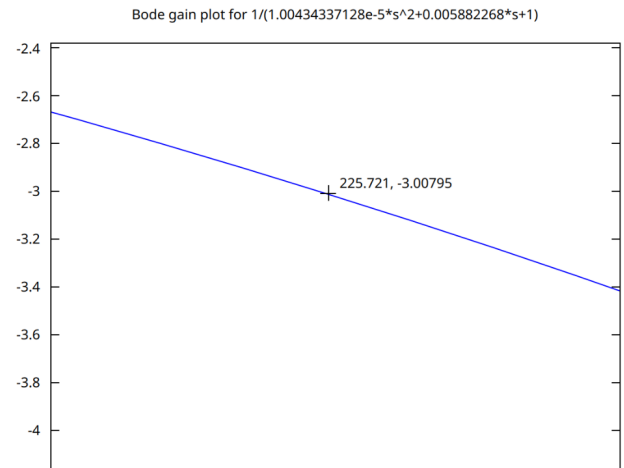


Figura 9: Zoom do gráfico de Bode do filtro 2 com valores reais.

#### 4.1.3 Filtro total

```
Htotal: H1a*H2b;  
bode_gain(Htotal, [s, 1, 10^8]);  
false  
1/((9.656577e-6*s^2+0.00238287*s+1)  
*(1.00434337128e-5*s^2+0.005882268*s+1))
```

Figura 10:  $H(s)$  do filtro total com valores reais.

Daqui tiramos uma frequência de corte de  $50.5\text{Hz}$  a partir do gráfico de Bode desta função.

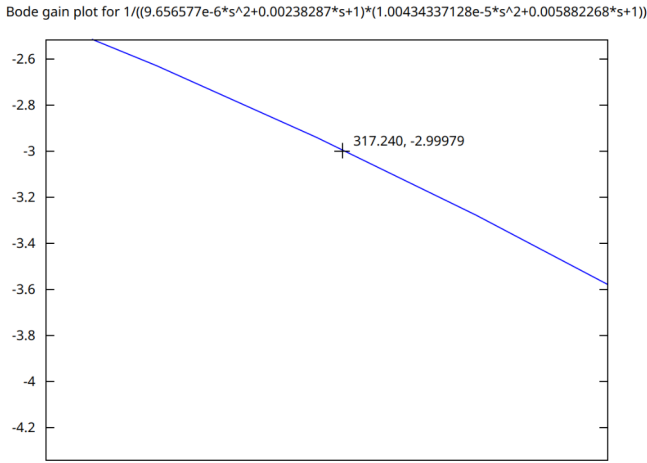


Figura 11: Zoom do grafico de Bode do filtro total com valores reais.

## 4.2 Ganho do filtro

Observamos um ganho unitario, que ocorre quando  $s = jw$  com  $w$  tendendo a 0.

Que eh o resultado esperado para filtro passa-baixa.

## 4.3 Ganho do filtro

Mútiplos	Freq (Hz)	$ H(jw) $
0.25	14.75	1.0078
0.5	29.5	1.0704
0.75	44.25	1.0547
1	59	0.7084
1.25	73.75	0.3933
1.6	94.4	0.1898
2.5	147.5	0.0587

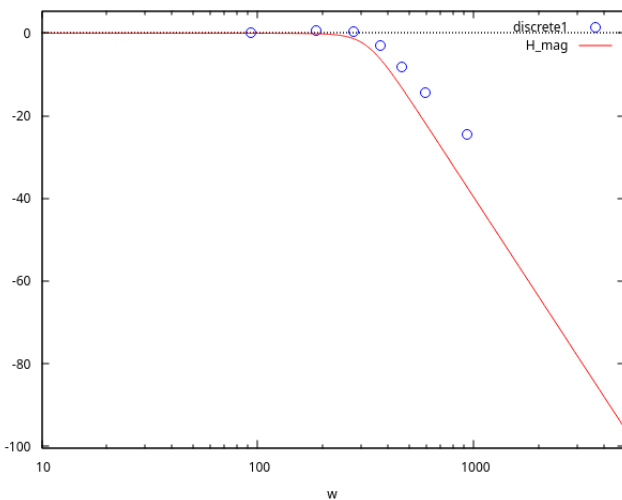


Figura 12: Grafico da curva esperada pelos pontos encontrados.

Ha uma discrepancia, que ja haviamos detectado. Em 4.1.3 vimos que a frequencia de corte es-

perada com os valores reais dos componentes eh de  $50.5Hz$ , e a que encontramos experimentalmente foi de  $59Hz$ .

Eu nao tenho certeza de pro que houve essa discrepancia. Creio que seja por conta de erro de medicao dos valores dos componentes.

## 5 Conclusões

Conseguimos com sucesso fazer a análise numérica pelo Maxima, e comparamos os resultados com os obtidos experimentalmente.

Nos resultados práticos, a magnitude da função transferência e as frequências de corte foram coerentes com os resultados esperados.

Porem, houve o erro evidenciado em 4.3, de que a frequência de corte esperada pelos valores de componentes medidos era de  $50.5Hz$ , e a que de fato achamos foi de  $59Hz$ .

Creio que por conta de erro de medicao dos valores dos componentes.

Os gráficos que geramos a partir dos resultados experimentais foram coerentes com os gráficos gerados numericamente.

Em suma creio que tivemos sucesso em nos familiarizar com as ferramentas de análise de circuitos elétricos numéricos.