

# Resumo Fisica 4 Primeira Unidade

Henrique da Silva  
hpsilva@proton.me

3 de julho de 2022

## Sumário

- 1 Primeira Eq. de Maxwell
- 2 Segunda Eq. de Maxwell
- 3 Terceira Eq. de Maxwell
- 4 Quarta Eq. de Maxwell
- 5 Velocidade de propagacao
- 6 Energia da onda
- 7 Vetor de Poynting

## 1 Primeira Eq. de Maxwell

Essa equacao vem da lei de Gauss e diz que o fluxo eletrico eh dado pela seguinte equacao:

$$\oint \vec{E} * d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Na qual  $\vec{E}$  eh o campo eletrico,  $q$  eh a quantidade de carga envolvida,  $\epsilon_0$  eh a permeabilidade do espaco vacuo e  $d\vec{A}$  eh a area da superficie.

Se o campo eletrico for constante sobre a superficie entao podemos dizer que:

$$E * A = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2)$$

E tambem que:

$$E = \frac{V}{d} \quad (3)$$

Este ultimo eh especialmente importante em questoes de corrente de conducao

E tambem que:

$$Capacitancia = \frac{\epsilon_0 * A}{d} \quad (4)$$

E tambem que:

$$E = \frac{\rho * I}{A} \quad (5)$$

## 2 Segunda Eq. de Maxwell

Essa tambem eh uma forma da lei de Gauss mas para o fluxo magnetico, e eh dada por:

$$\oint \vec{B} * d\vec{A} = 0 \quad (6)$$

Na qual  $\vec{B}$  eh o campo magnetico,  $d\vec{A}$  eh a area da superficie.

E tem que necessariamente ser igual a zero *em superficies fechadas* ja que o fluxo magnetico deve sempre sair por um polo e inteiramente voltar pela outro

Vale tambem lembrar que o fluxo magnetico:

$$\phi_B = B * A \cos \theta \quad (7)$$

E tambem que o campo magnetico para fios carregando corrente eh dado por:

$$B = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi * r} \quad (8)$$

Lembrando que a corrente  $I$  eh simplesmente o fluxo eletrico variando no tempo:

$$I = \frac{d\phi_E}{dt} \quad (9)$$

### 3 Terceira Eq. de Maxwell

Essa tem a ver com a lei de Faraday sobre inducao, porem um pouco diferente.

A lei como tinhamos visto era dada por:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad (10)$$

No qual  $\varepsilon$  eh a forca eletromotriz,  $d\phi_B$  eh a mudanca no fluxo magnetico, e  $dt$  eh a mudanca no tempo

A lei de Faraday diz que um campo magnetico que muda com o tempo vai induzir uma forca eletromotriz em um fio enrolado

A versao de Maxwell eh mais geral, simplificando a lei de Faraday

$$\oint \vec{E} * d\vec{s} = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad (11)$$

Na qual  $\vec{E}$  eh o campo eletrico,  $d\vec{s}$  eh um elemento infinitesimal do loop fechado,  $d\phi_B$  eh a mudanca do fluxo magnetico, e  $dt$  eh a mudanca no tempo

Com essa equacao Maxwell mostra a relacao de um campo magnetico que muda no tempo e de uma forca eletrica induzida

### 4 Quarta Eq. de Maxwell

Essa tem a ver com a lei de Ampere que diz que uma corrente que passa por um fio induz um campo magnetico ao redor do caminho ao redor do fio. A lei de Ampere como tinhamos visto era dada por:

$$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * I_{enc} \quad (12)$$

No qual  $\vec{B}$  eh o campo magnetico,  $d\vec{s}$  um pedaco infinitesimal do elemento do loop fechado,  $\mu_0$  eh a permeabilidade do espaco para campos magneticos e finalmente,  $I$  eh a corrente

Eh importante lembrar que  $I_{enc}$  eh a corrente dentro do loop fechado  $d\vec{s}$ , entao se for dado o fluxo total de um capacitor por exemplo. O fluxo que vamos considerar eh apenas o fluxo que esta dentro da superficie definida pelo loop fechado  $d\vec{s}$

O problema eh que ha uma geracao de campo magnetico induzido por uma descarga entre capacitores, onde nao ha fio nenhum conectando-os

Maxwell resolveu isso pensando em algo que chamou de  $I_D$ , uma corrente de deslocamento, que na verdade nao eh exatamente uma corrente eletrica, mas eh apenas a mudanca das cargas dos capacitores no tempo, assim obtendo:

$$\oint \vec{B} * d\vec{s} = \mu_0 * (I + I_D) \quad (13)$$

Com o  $I_D$  sendo igual a mudanca do fluxo eletrico no tempo, ou seja, a carga que passa de um capacitor para o outro, e assim nosso  $I_D$  eh:

$$I_D = \epsilon_0 * \frac{d\phi_E}{dt} \quad (14)$$

Com  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaco para campos electricos, e  $\frac{d\phi_E}{dt}$  a mudanca do fluxo eletrico no tempo

Que finalmente nos da a forma integral da quarta equação de Maxwell:

$$\int \vec{B} * \vec{ds} = \mu_0 * I + \mu_0 * \epsilon_0 * \frac{d\phi_E}{dt} \quad (15)$$

## 5 Velocidade de propagação

$$v = \frac{E}{B} = c \quad (16)$$

Na qual  $E$  é o campo elétrico,  $B$  é o campo magnético,  $v$  é a velocidade de propagação e  $c$  é a velocidade da luz

Que pode ser simplificada em:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 * \mu_0}} = c \quad (17)$$

com  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaço para campos elétricos, e  $\mu_0$  a permeabilidade do espaço para campos magnéticos,  $v$  a velocidade de propagação da onda, e  $c$  a velocidade da luz

Também temos que há uma relação entre frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação, e é dado por:

$$v = f * \lambda = c \quad (18)$$

Na qual  $f$  é a frequência,  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $v$  é a velocidade de propagação, e  $c$  é a velocidade da luz

Ou seja facilmente conseguimos achar a frequência dado o comprimento de onda e vice versa

## 6 Energia da onda

Para calcular a energia da onda precisamos da magnitude do campo elétrico e magnético, e temos as seguintes equações:

Densidade de energia do campo elétrico:

$$\mu_E = \frac{1}{2} * \epsilon_0 * E^2 \quad (19)$$

Densidade de energia do campo magnético:

$$\mu_B = \frac{1}{2} * \frac{B^2}{\mu_0} \quad (20)$$

Nos quais  $E$  é o campo elétrico,  $B$  é o campo magnético,  $\mu_E$  a densidade de energia do campo elétrico,  $\mu_B$  a densidade de energia do campo magnético,  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaço para campos elétricos,  $\mu_0$  a permeabilidade do espaço para campos magnéticos

A energia da onda é a soma das duas energias:

$$\mu = \mu_E + \mu_B \quad (21)$$

$$\mu = \frac{1}{2} * \epsilon_0 * E^2 + \frac{1}{2} * \frac{B^2}{\mu_0} \quad (22)$$

É importante de tirar disso que podemos substituir o  $B$  e o  $E$  já que temos uma relação direta entre os dois que é dada pela velocidade nas equações (10) e (11)

## Intensidade

$$I = \frac{\Delta U}{A * \Delta t} \quad (23)$$

Na qual  $\Delta U$  é a energia de um elemento infinitesimal da onda,  $A$  é a área da superfície que a onda cobre,  $\Delta t$  é um elemento infinitesimal de tempo, e  $I$  é a intensidade

Vale a pena lembrar que  $\Delta U = \mu * \Delta V$ , e temos maneiras simples de calcular este  $\mu$  como vimos acima em (10)

Vale lembrar que potência é justamente  $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ . O que nos deixa re-escrever de forma mais simples como:

$$I = \frac{P}{A} \quad (24)$$

E muito comumente se consideramos a origem da onda como uma fonte pontual podemos dizer que a área é a área da esfera que a envolve, ou seja  $A = 4\pi * r^2$

Simplificando finalmente chegamos em:

$$I = \mu_0 * c * E^2 \quad (25)$$

Força eletromagnética por um corpo completamente absorvente é dada por:

$$F_{em} = \frac{I * A}{c} \quad (26)$$

## 7 Vetor de Poynting

O vetor de Poynting aponta na direção de propagação da onda eletromagnética, e é dado por:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad (27)$$

Ou seja:

$$S = \frac{E * B * \sin \theta}{\mu_0} \quad (28)$$

Sua magnitude varia no tempo, e atinge seu máximo no mesmo instante que  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  atingem seus máximos