

Resumo Complementos de Matematica Primeira Unidade

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

3 de julho de 2022

Sumário

- 1 Potencias de i
- 2 Forma algebrica de um numero complexo
- 3 Operacoes na forma algebrica
 - 3.1 Adicao & Subtracao
 - 3.2 Multiplicacao
 - 3.3 Divisao

1 Potencias de i

As potencias de i sao periodicas em 4. Da seguinte maneira:

i^0	=	1
i^1	=	i
i^2	=	-1
i^3	=	$-i$
i^4	=	1
i^5	=	i
i^6	=	-1
		\vdots
i^n	=	$i^{n\%4}$

Com "%" sendo resto da divisao inteira

2 Forma algebrica de um numero complexo

A forma algebrica de um numero complexo eh:

$$Z = a + ib \quad (1)$$

Onde a eh a componente real de Z e pode ser chamado de $Re(Z)$ e b eh a componente imaginaria e pode ser chamado de $Im(Z)$

Podemos dizer que os numeros \Re sao um subconjunto de \mathbb{C} , exceto que no caso de um numero \Re a parte imaginaria b seria 0, alguns exemplos:

$5 + i$	$a = 5$	$b = 1$
$4 - 3i^2$	$a = 4$	$b = -3$
12	$a = 12$	$b = 0$
$7i^3$	$a = 0$	$b = 7$

Dois numeros complexos sao iguais se seus componentes reais e imaginarios forem iguais

3 Operacoes na forma algebrica

Nos exemplos a seguir: $Z_n = a_n + ib_n$

3.1 Adicao & Subtracao

Para subtrair e adicionar basta subtrair e adicionar as partes imaginarias dos numeros complexos

$$Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i \quad (2)$$

$$Z_1 - Z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i \quad (3)$$

3.2 Multiplicacao

Vamos utilizar a distributividade e o fato que $i^2 = -1$

$$\begin{aligned} Z_1 * Z_2 &= (a_1 + b_1i)(a_2 + b_2i) \\ Z_1 * Z_2 &= a_1a_2 + a_1b_2i + b_1a_2i + b_1b_2i^2 \end{aligned}$$

Como $i^2 = -1$ podemos entao simplificar em:

$$Z_1 * Z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + b_1a_2)i \quad (4)$$

3.3 Divisao

O conjugado de Z eh \overline{Z} . Se $Z = a + ib$ entao $\overline{Z} = a - ib$

Algo interessante acontece quando fazemos $Z * \overline{Z}$:

$$\begin{aligned} Z_1 * \overline{Z} &= (a + bi)(a - bi) \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 - (bi)^2 \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 - b^2i^2 \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 + b^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Ou seja, essa operacao nos da um escalar. E vamos utilizar disso para poder fazer a divisao.

Para fazer a divisao de Z por \overline{Z} fazemos:

$$\frac{Z}{\overline{W}} = \frac{Z}{\overline{W}} * \frac{\overline{W}}{\overline{W}} \quad (6)$$

E transformamos a operacao de divisao de numeros complexos em uma multiplicacao de Z por \overline{W} dividido por um escalar $W * \overline{W}$