Resumo Calculo 4 Primeira Unidade

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

25 de julho de 2022

Sumário

1 Relacoes trigonometricas

Todas relacoes trigonometricas podem ser tiradas destas 3 relacoes trigonometricas fundamentais:

$$\begin{aligned} &\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1 \\ &\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b) \\ &\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \end{aligned} \tag{1}$$

Vale a pena lembrar tambem que a funcao $\sin$ **eh impar, e a funcao** $\cos$ **par. Ou seja:**

$$\begin{aligned} \sin -a &= -\sin a \\ \cos -a &= \cos a \end{aligned} \tag{2}$$

2 Metodos de integracao

2.1 Fracoes parciais

2.2 Por partes

$$\int u dv = uv - \int v du \tag{3}$$

3 EDOs de primeira ordem

Sao equacoes em que a incognita eh uma funcao de uma variavel, e a equacao involve a derivada da funcao

Por exemplo:

$$y'' - y' + y = x$$

3.1 Separavel

Se conseguirmos separar a EDO de forma que Tudo que dependa de y **esteja de um**

lado e tudo que dependa de x esteja do outro podemos resolver da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} &= f(x)g(y) \\ \int \frac{dy}{g(y)} &= \int f(x)dx \end{aligned} \tag{4}$$

3.2 Fator integrante

A ideia deste metodo eh achar um μ que multiplicando os dois lados da EDO, faca com que um lado vire uma regra do produto.

$$\begin{aligned} a(x)y' + b(x)y &= c(x) \\ y' + \frac{b(x)}{a(x)}y &= \frac{c(x)}{a(x)} \\ y' + p(x)y &= q(x) \\ \mu(y' + p(x)y &= \mu q(x) \\ \mu y' + \mu p(x)y &= \mu q(x) \end{aligned} \tag{5}$$

Para transformar o lado esquerdo em uma regra do produto no estilo $(fg)' = f'g + fg'$ precisamos que:

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}x} = \mu p(x) \tag{6}$$

Que eh por si eh uma EDO separavel, etnao podemos resolve-la com o metodo das EDOs separaveis

$$\begin{aligned} \int \frac{d\mu}{\mu} &= \int p(x)dx \\ \ln|\mu| &= \int p(x)dx + C \end{aligned} \tag{7}$$

Porem so preciso de uma unica solucao para isso, e nao todas, ja que estou apenas utilizando essa EDO para resolver uma outra EDO, logo posso escolher uma unica solucao:

$$\begin{aligned} \ln\mu &= \int p(x)dx \\ \mu &= \exp\left(\int p(x)dx\right) \end{aligned} \tag{8}$$

E finalmente temos que:

$$\begin{aligned} \int (\mu y)' &= \int \mu q \\ \mu y &= \int \mu q \end{aligned} \tag{9}$$

3.3 Variavel homogenea

$$\begin{aligned} v &= \frac{y}{x} \\ y &= xv \\ y' &= v' + xv' \end{aligned} \tag{10}$$

3.4 Exatas

Considerando:

$$Mdx + Ndy = 0 \tag{11}$$

Para a EDO ser exata, eh necessario que:

$$\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}y} = \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} \tag{12}$$

Neste caso as solucoes sao a funcao potencial da EDO

Por exemplo:

$$\begin{aligned} &(2x + y^2) + 2xy\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 0 \\ &(2x + y^2)\,dx + 2xy\,dy = 0 \\ &f_x = (2x + y^2) \\ &f_y = 2xy \end{aligned} \tag{13}$$

Daqui eh so tirar uma funcao potencial e a igualar a uma constante

3.5 Fator integrante para exata

$$Mdx + Ndy = 0 \tag{14}$$

Se M_y e N_x nao forem exatas posso buscar um μ que a torne exata

$$\begin{aligned} (M\mu)_y &= (N\mu)_x \\ \mu_y M + \mu M_y &= \mu_x N + N_x \end{aligned} \tag{15}$$

Porem se assumirmos que μ so depende de x ou de y teremos respectivamenet:

4 EDOs de segunda ordem

4.1 Coefientes inteiros

4.1.1 Equacoes homogenea

4.1.2 Equacao nao homogenea

Neste caso, eh achar duas solucoes para a equacao homogenea, e adicionar uma terceira solucao baseada em 1 bom chute.