Resumo Complementos de Matematica Primeira Unidade

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

4 de julho de 2022

Sumário

1 Potencias de i

As potencias de i sao periodicas em 4. Da seguinte maneira:

i^0	$=$	1
i^1	$=$	i
i^2	$=$	-1
i^3	$=$	$-i$
i^4	$=$	1
i^5	$=$	i
i^6	$=$	-1
	$\vdots$	
i^n	$=$	$i^{n\%4}$

Com "%"sendo resto da divisao inteira

2 Forma algebrica de um numero complexo

A forma algebrica de um numero complexo eh:

$$Z = a + ib \tag{1}$$

Onde a eh a componente real de Z e pode ser chamado de $Re(Z)$ e b eh a componente imaginaria e pode ser chamado de $Im(Z)$

Podemos dizer que os numeros $\Re$ sao um subconjunto de $\mathbb{C}$, exceto que no caso de um numero $\Re$ a parte imaginaria b seria 0, alguns exemplos:

$5+i$	$a=5$	$b=1$
$4-3i^2$	$a=4$	$b=-3$
12	$a=12$	$b=0$
$7i^3$	$a=0$	$b=7$

Dois numeros complexos sao iguais se seus componentes reais e imaginarios forem iguais

3 Operacoes na forma algebrica

Nos exemplos a seguir: $Z_n = a_n + ib_n$

3.1 Adicao & Subtracao

Para subtrair e adicionar basta subtrair e adicionar as partes imaginarias dos numeros complexos

$$Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i \tag{2}$$

$$Z_1 - Z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i \tag{3}$$

3.2 Multiplicacao

Vamos utilizar a distributividade e o fato que $i^2 = -1$

$$Z_1 * Z_2 = (a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i)$$
$$Z_1 * Z_2 = a_1a_2 + a_1b_2i + b_1a_2i + b_1b_2i^2$$

Como $i^2 = -1$ podemos entao simplificar em:

$$Z_1 * Z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + b_1a_2)i \tag{4}$$

3.3 Divisao

O conjugado de Z eh $\overline{Z}$. Se $Z = a+ib$ entao $\overline{Z} = a - ib$

Algo interessante acontece quando fazemos $Z * \overline{Z}$:

$$\begin{aligned} Z_1 * \overline{Z} &= (a + bi)(a - bi) \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 - (bi)^2 \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 - b^2i^2 \\ Z_1 * \overline{Z} &= a^2 + b^2 \end{aligned} \tag{5}$$

Ou seja, essa operacao nos da um escalar. E vamos utilizar disso para poder fazer a divisao.

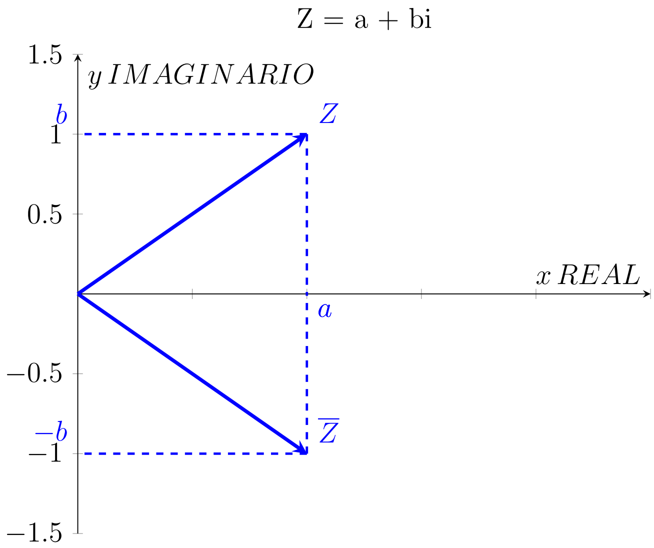
Para fazer a divisao de Z por $\overline{Z}$ fazemos:

$$\frac{Z}{W} = \frac{Z}{W} * \frac{\overline{W}}{\overline{W}} \tag{6}$$

E transformamos a operacao de divisao de numeros complexos em uma multiplicacao de Z por $\overline{W}$ divido por um escalar $W * \overline{W}$

4 Representacao geometrica

Na representacao geometrica de um numero complexo podemos ver o eixo x como a parte real e o y como a parte imaginaria, como no exemplo abaixo:



Eh interessante notar que $\overline{Z}$ eh o simetrico de Z, porem oposto no eixo imaginario

5 Modulo

Como temos uma representacao geometrica do numero complexo, podemos calcular o modulo do numero complexo por simplesmente a hipotenusa de a e b do mesmo jeito que fariamos com um vetor comum

O modulo sera representado pela letra ρ ou por $|Z|$

$$\rho = |Z| = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{7}$$