

Resumo Calculo 4 Primeira Unidade

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

14 de julho de 2022

Sumário

- 1 Relacoes trigonometricas
- 2 Metodos de integracao
 - 2.1 Fracoes parciais
 - 2.2 Por partes
- 3 EDOs de primeira ordem
 - 3.1 Separavel
 - 3.2 Fator integrante
 - 3.3 Exatas

1 Relacoes trigonometricas

Todas relacoes trigonometricas podem ser tiradas destas 3 relacoes trigonometricas fundamentais:

$$\begin{aligned}\sin(x)^2 + \cos(x)^2 &= 1 \\ \sin(a + b) &= \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b) \\ \cos(a + b) &= \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)\end{aligned}\tag{1}$$

Vale a pena lembrar tambem que a funcao \sin eh impar, e a funcao \cos par. Ou seja:

$$\begin{aligned}\sin -a &= -\sin a \\ \cos -a &= \cos a\end{aligned}\tag{2}$$

2 Metodos de integracao

2.1 Fracoes parciais

2.2 Por partes

$$\int u dv = uv - \int v du\tag{3}$$

3 EDOs de primeira ordem

Sao equacoes em que a incognita eh uma funcao de uma variavel, e a equacao envolve a derivada da funcao

Por exemplo:

$$y'' - y' + y = x$$

3.1 Separavel

Se conseguirmos separar a EDO de forma que Tudo que dependa de y esteja de um

lado e tudo que dependa de x esteja do outro podemos resolver da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{dy}{dx} &= f(x)g(y) \\ \int \frac{dy}{g(y)} &= \int f(x)dx\end{aligned}\quad (4)$$

3.2 Fator integrante

A ideia deste metodo eh achar um μ que multiplicando os dois lados da EDO, faca com que um lado vire uma regra do produto.

$$\begin{aligned}a(x)y' + b(x)y &= c(x) \\ y' + \frac{b(x)}{a(x)}y &= \frac{c(x)}{a(x)} \\ y' + p(x)y &= q(x) \\ \mu(y' + p(x)y) &= \mu q(x) \\ \mu y' + \mu p(x)y &= \mu q(x)\end{aligned}\quad (5)$$

Para transformar o lado esquerdo em uma regra do produto no estilo $(fg)' = f'g + fg'$ precisamos que:

$$\frac{d\mu}{dx} = \mu p(x) \quad (6)$$

Que eh por si eh uma EDO separavel, et-nao podemos resolve-la com o metodo das EDOs separaveis

$$\begin{aligned}\int \frac{d\mu}{\mu} &= \int p(x)dx \\ \ln |\mu| &= \int p(x)dx + C\end{aligned}\quad (7)$$

Porem so preciso de uma unica solucao para isso, e nao todas, ja que estou apenas utilizando essa EDO para resolver uma outra EDO, logo posso escolher uma unica solucao:

$$\begin{aligned}\ln \mu &= \int p(x)dx \\ \mu &= \exp\left(\int p(x)dx\right)\end{aligned}\quad (8)$$

E finalmente temos que:

$$\begin{aligned}\int (\mu y)' &= \int \mu q \\ \mu y &= \int \mu q\end{aligned}\quad (9)$$

3.3 Exatas

Considerando:

$$Mdx + Ndy = 0 \quad (10)$$

Para a EDO ser exata, eh necessario que:

$$\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dx} \quad (11)$$

Neste caso as solucoes sao a funcao potencial da EDO

Por exemplo:

$$\begin{aligned}(2x + y^2) + 2xy \frac{dy}{dx} &= 0 \\ (2x + y^2)dx + 2xy dy &= 0 \\ f_x &= (2x + y^2) \\ f_y &= 2xy\end{aligned}\quad (12)$$

Daqui eh so tirar uma funcao potenciale a igualar a uma constante