

Terceiro Relatório de Lab de Circuitos II

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

6 de março de 2023

Sumário

1	Introdução	
2	Análise preliminar	
2.1	O Circuito	
2.2	WxMaxima	
2.2.1	Análise geral do circuito	
2.2.2	Análise do circuito 1	
2.2.3	Análise do circuito 2	
2.3	LTSpice	
2.3.1	Montagem do circuito	
2.4	Circuito 1	
2.5	Circuito 2	
3	Medições em laboratório	
3.1	Tabela de componentes	
3.2	Circuito 1	
3.2.1	Tabela de valores	
3.2.2	Função transferência	
3.2.3	Estimativas experimentais de $ H(jw) $	
3.2.4	Valores de corte	
3.3	Circuito 2	
3.3.1	Tabela de valores	
3.3.2	Função transferência	
3.3.3	Estimativas experimentais de $ H(jw) $	
3.3.4	Valores de corte	
4	Conclusões	

1 Introdução

Neste relatório, vamos discutir calcular gráficos de Bode de dois circuitos de segunda ordem e medir suas características.

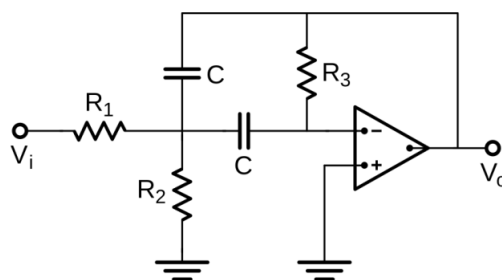
Todos arquivos utilizados para criar este relatório, e o relatório em si estão em: https://github.com/Shapis/ufpe_ee/tree/main/5thsemester/CircuitsII/

2 Análise preliminar

Utilizarei o WxMaxima e LTSpice para fazer a análise teórica do circuito antes de montá-lo fisicamente.

Após terminar as análises compararei os resultados obtidos nas análises numéricas e em laboratório para verificar sua coerência.

2.1 O Circuito



2.2 WxMaxima

2.2.1 Análise geral do circuito

Primeiro fiz manualmente a análise nodal do circuito que vamos construir, e passei ele para o domínio da frequência.

$$\begin{aligned} \text{eq1: } 0 &= (V_a - V_i)/R_1 + V_a \cdot s \cdot C_1 + (V_a/R_3) + (V_a - V_0)/R_2; \\ \text{eq2: } 0 &= -V_a/R_3 - V_0 \cdot s \cdot C_2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= C_1 V_a s + \frac{V_a - V_i}{R_1} + \frac{V_a - V_0}{R_2} + \frac{V_a}{R_3} \\ 0 &= -C_2 V_0 s - \frac{V_a}{R_3} \end{aligned}$$

Após isso resolvi para V_a e V_0

results: `linsolve([eq1,eq2],[Va,V0]);`

$$\begin{aligned} [V_a = & \frac{C_2 R_2 R_3 V_i s}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 s^2 + ((C_2 R_2 + C_2 R_1) R_3 + C_2 R_1 R_2) s + R_1} \\ V_0 = & - \frac{R_2 V_i}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 s^2 + ((C_2 R_2 + C_2 R_1) R_3 + C_2 R_1 R_2) s + R_1}] \end{aligned}$$

Daqui criamos nossa função transferência H .

H: `at(V0/Vi, results);`

$$H = - \frac{R_2}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 s^2 + ((C_2 R_2 + C_2 R_1) R_3 + C_2 R_1 R_2) s + R_1}$$

Agora com a função H em mãos podemos substituir os valores dos resistores e do capacitor pelos que utilizaremos nos circuitos a serem analisados.

2.2.2 Análise do circuito 1

Fazemos a substituição em H dos valores que utilizaremos no circuito 1.

$$C_1 = 100nF$$

$$C_2 = 10nF$$

$$R_1 = 47k\Omega$$

$$R_2 = 470k\Omega$$

$$R_3 = 470k\Omega$$

H1: `at(H, [C1 = 10^-7, C2 = 10^-8, R1=47000, R2=470000, R3=470000]);`

$$H1 = - \frac{470000}{\frac{103823 s^2}{10000} + \frac{13254 s}{5} + 47000}$$

Analisamos os pólos e zeros da função transferência e vemos que não há zeros. E os polos estão abaixo:

`solve(denom(H1),s);`

$$\left[s = - \frac{1000\sqrt{26} + 6000}{47}, s = \frac{1000\sqrt{26} - 6000}{47} \right]$$

Agora faremos gráficos de Bode para analisar o comportamento da magnitude da função transferência e o ângulo de fase entre as saídas e entradas do circuito.

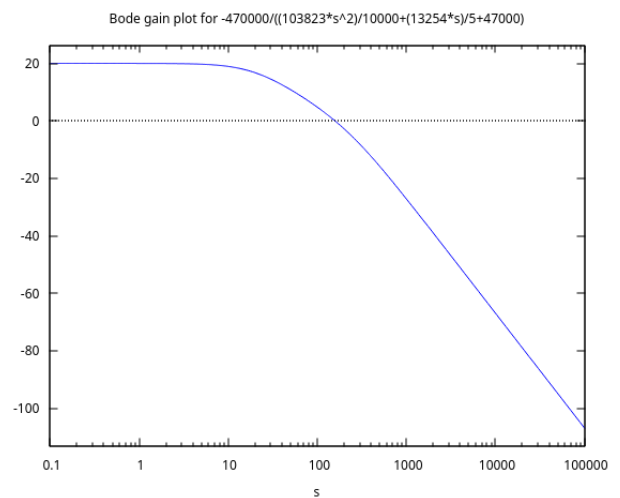


Figura 1: Magnitude de $H(s)$ do circuito 1.

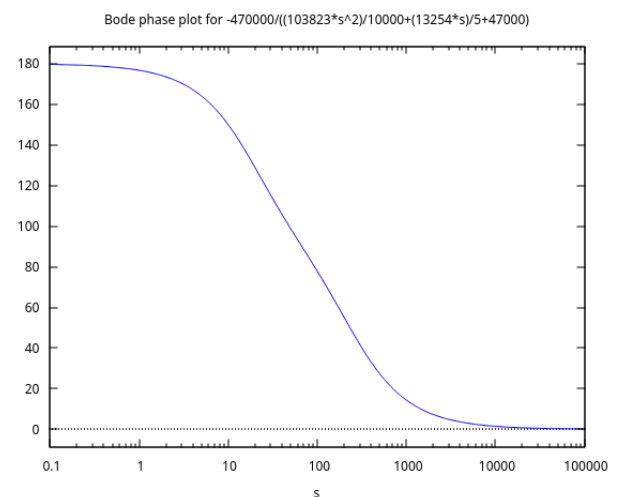


Figura 2: Fase de $H(s)$ do circuito 1.

Daqui retornei para o domínio do tempo para ter a função que descreve completamente o comportamento da resposta do circuito.

```
iltH1: ilt((H1-0.8)/s, s, t);
```

$$\frac{-\frac{6000}{47}t \left(\frac{106032 \sinh\left(\frac{1000\sqrt{26}t}{47}\right)}{\sqrt{26}} + 17672 \cosh\left(\frac{1000\sqrt{26}t}{47}\right) \right)}{2209} - 8$$

Podemos ver que já que todos termos exceto o -8 dependem de uma exponencial negativa em t , então se nosso tempo tende a infinito, a resposta do circuito tende a -8 .

Fazendo esta análise numericamente abaixo verificamos este resultado.

```
iltH1: ilt((H1-0.8)/s, s, t); -8
```

Com a função que descreve o comportamento do circuito no tempo em mãos, podemos montar seu gráfico e analisar seu comportamento a qualquer tempo.

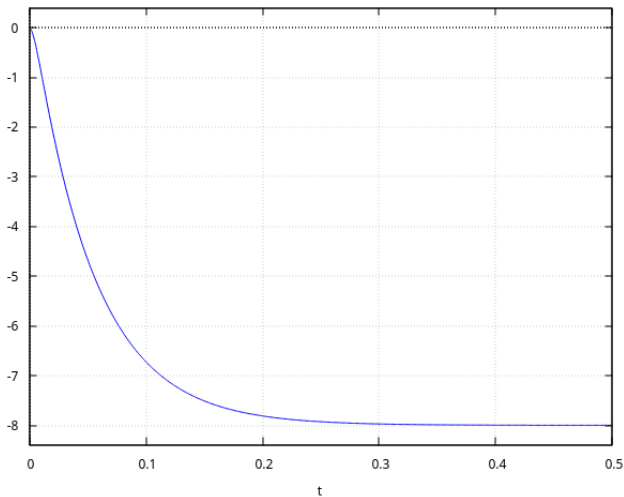


Figura 3: Gráfico de $V_0(t)$ do circuito 1.

Observamos que a função atinge valor final de $-8V$.

E chega a 10% deste valor em $9.2ms$ e 90% em $122.2ms$.

2.2.3 Análise do circuito 2

Fazemos a substituição em H dos valores que utilizaremos no circuito 1.

$$C_1 = 100nF$$

$$C_2 = 10nF$$

$$R_1 = 470k\Omega$$

$$R_2 = 470k\Omega$$

$$R_3 = 47k\Omega$$

```
H2: at(H, [C1 = 10^-7, C2 = 10^-8, R1=470000, R2=470000, R3=47000]);
```

$$-\frac{470000}{\frac{103823s^2}{10000} + \frac{13254s}{5} + 470000}$$

Analizamos os pólos e zeros da função transferência e vemos que não há zeros. E os polos estão abaixo:

```
solve(denom(H2),s);
```

$$\left[s = -\frac{8000\%i + 6000}{47}, s = \frac{8000\%i - 6000}{47} \right]$$

Agora faremos gráficos de Bode para analisar o comportamento da magnitude da função transferência e o ângulo de fase entre as saídas e entradas do circuito.

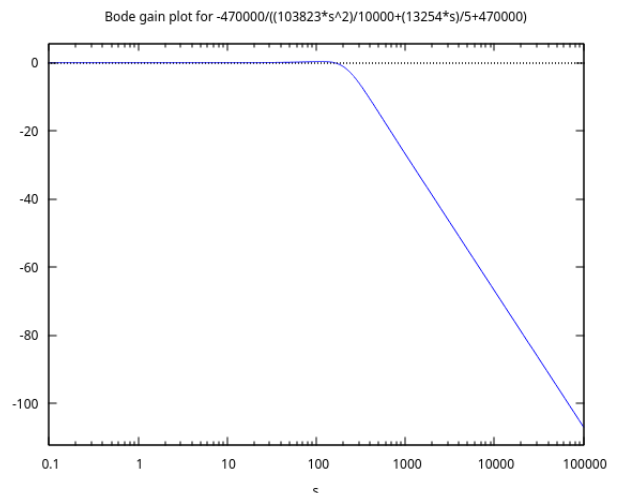


Figura 4: Magnitude de $H(s)$ do circuito 2.

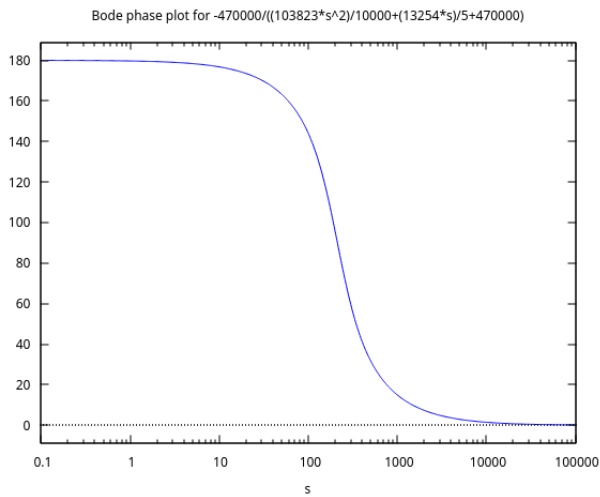


Figura 5: Fase de $H(s)$ do circuito 2.

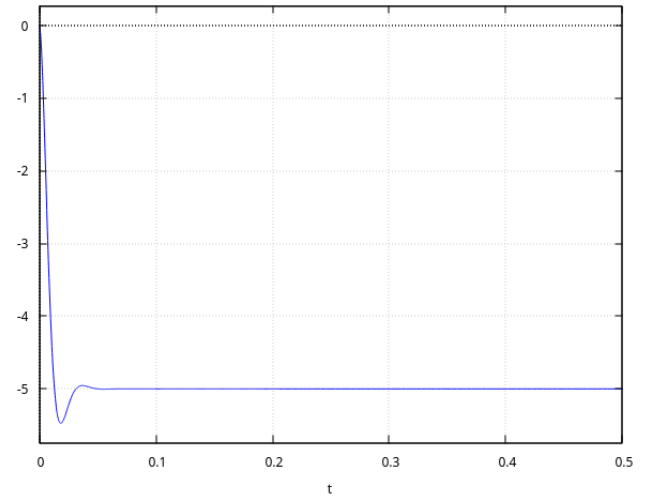


Figura 6: Gráfico de $V_0(t)$ do circuito 2.

Daqui retornei para o domínio do tempo para ter a função que descreve completamente o comportamento da resposta do circuito.

$$\text{iltH2: } \text{ilt}\left(\frac{(H2-5)}{s}, s, t\right);$$

$$\frac{-\frac{6000}{47} e^{-\frac{6000}{47}t} \left(\frac{33135 \sin\left(\frac{8000}{47}t\right)}{4} + 11045 \cos\left(\frac{8000}{47}t\right) \right)}{2209} - 5$$

Podemos ver que já que todos termos exceto o -5 dependem de uma exponencial negativa em t , então se nosso tempo tende a infinito, a resposta do circuito tende a -5 .

Fazendo esta análise numericamente abaixo verificamos este resultado.

$$\text{limit}(\text{iltH2}, t, \text{inf});$$

$$-5$$

Com a função que descreve o comportamento do circuito no tempo em mãos, podemos montar seu gráfico e analisar seu comportamento a qualquer tempo.

Observamos que a função atinge valor final de $-5V$.

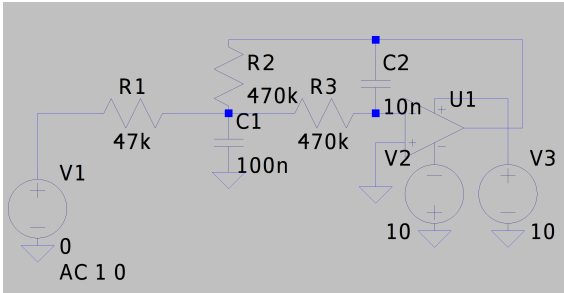
E chega a 10% deste valor em $2.4ms$ e 90% em $10.9ms$.

A partir de $10.9ms$ a função estará contida entre 90% e 110% do valor final.

2.3 LTSpice

2.3.1 Montagem do circuito

No LTSpice montaremos o circuito e geramos seus gráficos de Bode.



2.4 Circuito 1

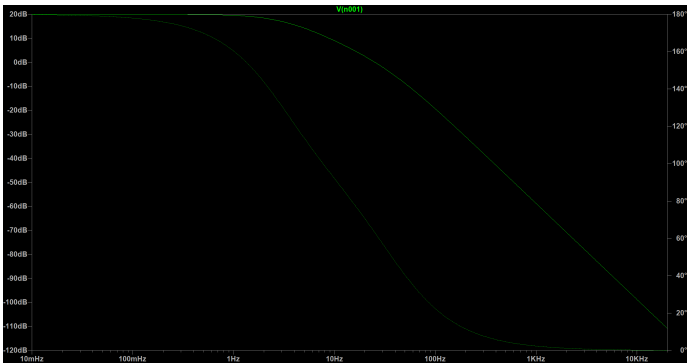


Figura 7: Gráficos de Bode do circuito 1.

2.5 Circuito 2

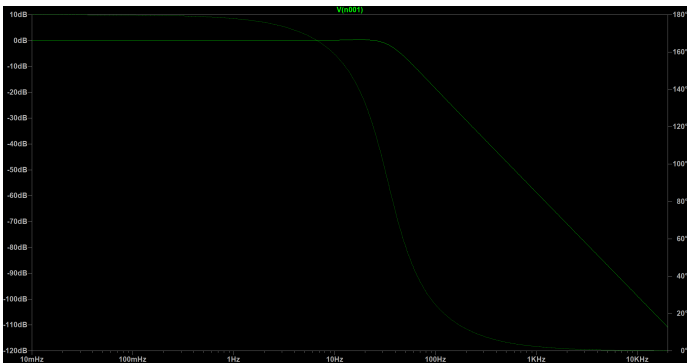


Figura 8: Gráficos de Bode do circuito 2.

3 Medições em laboratório

Vamos inicialmente fazer as medições dos componentes a serem usados.

3.1 Tabela de componentes

$C_1 = 101.0nF$
 $C_2 = 10.5nF$
 $R_1 = 46.6k\Omega$
 $R_2 = 464.5k\Omega$
 $R_3 = 474.2k\Omega$

3.2 Circuito 1

3.2.1 Tabela de valores

Encontrei $f_1 = 3$, daí segue os seguintes valores:

Mútiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.15	0.5	1.67	15.7
0.4	1.2	1.67	14.6
0.6	1.8	1.67	13.4
0.8	2.4	1.67	12.1
1.0	3.0	1.67	10.9
1.2	3.6	1.67	9.9
1.4	4.2	1.67	8.9
1.8	5.4	1.67	7.4
2.5	7.5	1.67	5.8
4	12	1.67	3.6
6	18	1.67	2.4
10	30	1.67	1.3

3.2.2 Função transferência

$H1: at(H, [C1 = 101 \cdot 10^{-9}, C2 = 10.5 \cdot 10^{-9}, R1=46600, R2=464500, R3=474200]);$
$$-\frac{464500}{10.88538659187 s^2 + 2772.09786 s + 46600}$$

Figura 9: Função transferência do circuito 1.

3.2.3 Estimativas experimentais de $|H(jw)|$

Múltiplos	Freq (Hz)	$ H(jw) $
0.15	0.5	9.4011
0.4	1.2	8.7425
0.6	1.8	8.0239
0.8	2.4	7.2455
1.0	3.0	6.5269
1.2	3.6	5.9281
1.4	4.2	5.3293
1.8	5.4	4.4310
2.5	7.5	3.4730
4	12	2.1796
6	18	1.4371
10	30	0.7844

Escala log-log da magnitude de $H(jw)$ nos pontos experimentais

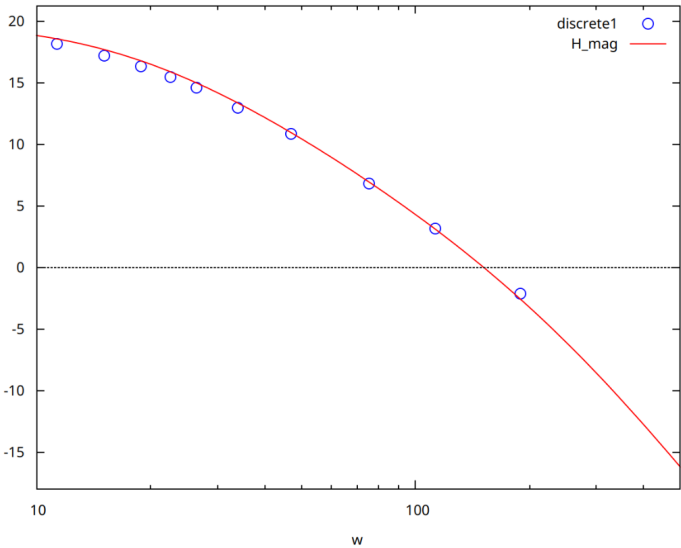


Figura 10: $|H(jw)|$ por w em escala log-log.

3.2.4 Valores de corte

Com entrada de 0.8V encontrei os seguintes valores de tempo para a onda atingir 10% e 90% do valor máximo respectivamente:

$$\begin{aligned} 10\% &= 8.8ms \\ 90\% &= 128.0ms \end{aligned}$$

(1)

3.3 Circuito 2

3.3.1 Tabela de valores

Encontrei $f_{max} = 15$, daí segue os seguintes valores:

Múltiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.15	2.2	5.07	4.9
0.4	6	5.07	4.94
0.6	9	5.07	4.94
0.8	12	5.07	4.98
1.0	15	5.07	5.03
1.2	18	5.07	4.98
1.4	21	5.07	4.94
1.8	27	5.07	4.66
2.5	37	5.07	3.66
4	60	5.07	1.71
6	90	5.07	0.76
10	150	5.07	0.29

3.3.2 Função transferência

$$H2: at(H, [C1 = 101 \cdot 10^{-9}, C2 = 10.5 \cdot 10^{-9}, R3=46600, R2=464500, R1=474200]):$$

$$\frac{464500}{10.88538659187 s^2 + 2772.09786 s + 474200}$$

Figura 11: Função transferência do circuito 1.

3.3.3 Estimativas experimentais de $|H(jw)|$

Múltiplos	Freq (Hz)	$ H(jw) $
0.15	2.2	0.9667
0.4	6	0.9743
0.6	9	0.9743
0.8	12	0.9822
1.0	15	0.9921
1.2	18	0.9822
1.4	21	0.9743
1.8	27	0.9191
2.5	37	0.7218
4	60	0.3372
6	90	0.1499
10	150	0.0572

Escala log-log da magnitude de $H(jw)$ nos pontos experimentais

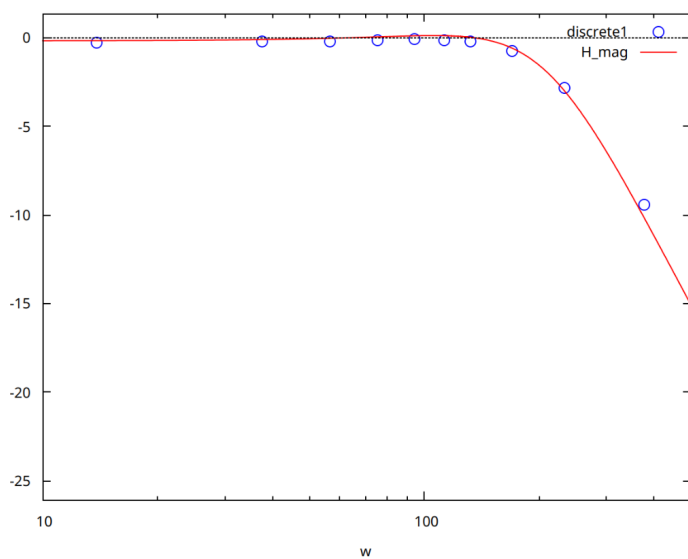


Figura 12: $|H(jw)|$ por w em escala log-log.

3.3.4 Valores de corte

Com entrada quadrada de $5V$ encontrei que apos $11ms$ a onda se enquadrada exclusivamente entre 90% e 110% do seu valor máximo.

4 Conclusões

Conseguimos com sucesso fazer a análise numérica por dois meios, utilizando o LTSpice e WxMaxima, e comparamos os resultados.

Nos resultados práticos, a magnitude da função transferência foi coerente com os resultados esperados.

Os gráficos que geramos a partir dos resultados experimentais foram coerentes com os gráficos gerados numericamente

Mas em suma creio que tivemos sucesso em nos familiarizar com as ferramentas de análise de circuitos elétricos numéricos.