

Terceiro Relatório de Lab de Circuitos II

Henrique da Silva
hpsilva@proton.me

22 de março de 2023

Sumário

1	Introdução	
2	Análise preliminar	
2.1	Os circuitos	
2.1.1	Circuito 1	
2.1.2	Circuito 2	
2.1.3	Circuito 3	
2.2	Maxima	
2.2.1	Análise do circuito 1	
2.2.2	Análise do circuito 2	
2.2.3	Análise do circuito 3	
3	Medições em laboratório	
3.1	O Circuito 1	
3.2	Tabela de componentes	
3.3	Ganho em frequências baixas	
3.4	Frequência de corte	
3.5	Resultados das medidas	
3.6	O Circuito 2	
3.7	Tabela de componentes	
3.8	Ganho em frequências baixas	
3.9	Frequência de corte	
3.10	Resultados das medidas	
3.11	O Circuito 3	
3.12	Tabela de componentes	
3.13	Ganho em frequências baixas	
3.14	Frequência de corte	
3.15	Resultados das medidas	
4	Pós-laboratorial	
4.1	Circuito 1	
4.2	Circuito 2	
4.3	Circuito 3	
5	Conclusões	

1 Introdução

Neste relatório, vamos discutir filtros passa-baixa, e como utilizar um amp op como buffer de corrente para reduzir o efeito da carga no filtro.

Todos arquivos utilizados para criar este relatório, e o relatorio em si estão em: https://github.com/Shapis/ufpe_ee/tree/main/5thsemester/CircuitsII/

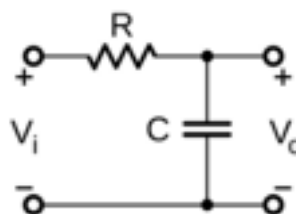
2 Análise preliminar

Utilizarei o Maxima para fazer a análise teórica do circuito antes de montá-lo fisicamente.

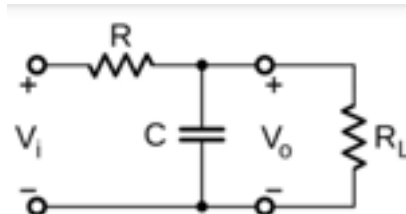
Após terminar as análises compararei os resultados obtidos nas análises numéricas e em laboratório para verificar sua coerência.

2.1 Os circuitos

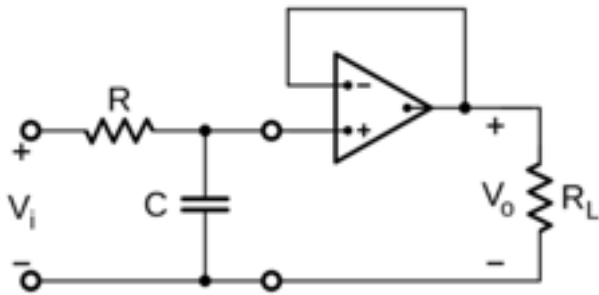
2.1.1 Circuito 1



2.1.2 Circuito 2



2.1.3 Circuito 3



Resolvendo para $f = 50Hz$ e $C = 100nF$ temos:

```
>>> freq1: (1/(R*C))/(2*pi);
1/(2*pi*C*R)
>>> var: at(freq1, C=100 * 10^-9);
5000000/(pi*R)
>>> R1: float(solve(50 = var, R));
[R = 31830.98861837907]
```

O valor da resistência está próximo ao resistor comercial de $33k\Omega$.

Utilizando o resistor de $33k\Omega$, obtemos uma nova frequência de corte de $f = 48Hz$.

2.2 Maxima

2.2.1 Análise do circuito 1

Primeiro fiz manualmente a análise de circuito que vamos construir, utilizei um divisor de tensão, passei o circuito para o domínio da frequência e fiz a função transferência.

```
>>> eq1: Vo = Vi*(1/(S*C))/(R+(1/(S*C)));
Vo = Vi/(C*(1/(C*S)+R)+S)
>>> sol1: solve(eq1,[Vo,Vi]);
[[Vo = %r2, Vi = %r2*C*R*S+%r2]]
>>> H1: at(Vo/Vi, eq1);
1/(C*(1/(C*S)+R)+S)
>>> H1: ratsimp(H1);
1/(C*R*S+1)
```

Para obter o ganho vi o que acontecia com a função transferência quando a frequência tendia a zero.

```
>>> H1: ratsimp(H1);
1/(C*R*S+1)
```

Podemos ver que quando o s tender a 0, o ganho tenderá a 1.

Ja da função transferência observamos que a frequência de corte eh $\frac{1}{RC}$

Logo para projetar um filtro que tenha frequência de corte $50Hz$ fazemos:

$$2\pi f = \frac{1}{RC}$$

$$f = \frac{1}{2RC\pi}$$

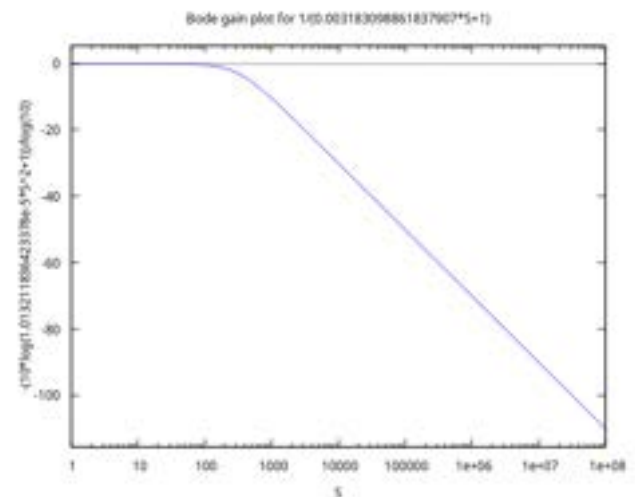


Figura 1: Magnitude de $H(s)$ do circuito 1.

E por fim, geramos o diagrama de Bode do ganho do circuito

2.2.2 Análise do circuito 2

Primeiro fiz manualmente a análise nodal do circuito que vamos construir, passei o circuito para o domínio da frequência e fiz a função transferência.

```
>>> eq1: 0 = (Vo-Vi)/R + Vo/(1/(s*C)) + Vo / R_L;
0 = C*Vo*s+(Vo-Vi)/R+Vo/R_L
>>> sol1: solve(eq1,[Vo]);
[Vo = (R_L*Vi)/(C*R*R_L*s+R_L+R)]
>>> H: at(Vo/Vi, sol1);
R_L/(C*R*R_L*s+R_L+R)
```

Para obter o ganho vi o que acontecia com a função transferência quando a frequência tendia a zero.

```
>>> Hmax: at(H, s = 0);
      R_L/(R_L+R)
>>> ganho: at(Hmax, [R_L = 22*10^3, R = 33*10^3]);
      2/5
```

Podemos ver que quando o s tender a 0, o ganho tenderá a $\frac{2}{5}$.

Com o ganho em mãos podemos achar a frequência w , fazendo o seguinte:

$$Ganho = \frac{|H(jw)|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{5}$$

```
>>> Hw: at(H, [s = %i*w]);
Hw: at(Hw, [R_L = 22*10^3, R = 33*10^3, C = 100*10^-9]);
      R_L/(%i*(C*R+R_L*w+R_L+R))
      22000/((363+%i*w)/5+55000)
>>> eq2: cabs(Hw) = ganho/(sqrt(2));
      22000/sqrt((131769*w^2)/25+3025000000) = sqrt(2)/5
>>> float(solve(solve(eq2,w),w));
      [w = -757.5757575757576, w = 757.5757575757576]
>>> 757.5757575757/(2*3.141592);
      120.5719516690423
```

Achamos uma nova frequência de corte de $120Hz$, podemos observar que adicionando a carga, a nossa frequência de corte foi alterada.

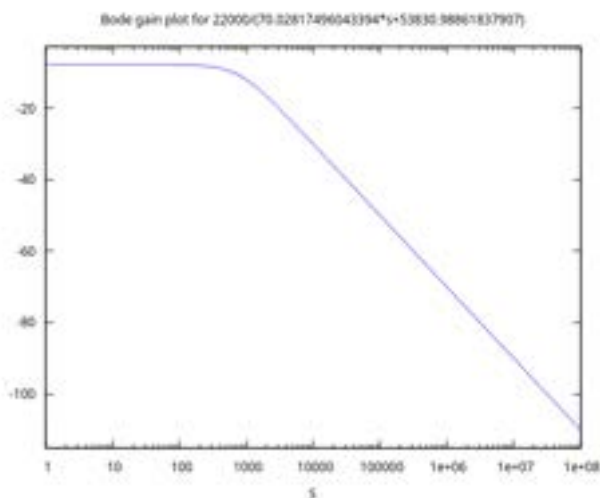


Figura 2: Magnitude de $H(s)$ do circuito 2.

E por fim, geramos o diagrama de Bode do ganho do circuito

2.2.3 Análise do circuito 3

Observamos que neste caso, as equações que regem o circuito, são as mesmas do circuito 1. Já que o terra virtual, isola as duas partes do circuito. Insulando a carga de afetar o seu comportamento. Logo, não haverá R_L na sua função transferência.

Fiz manualmente a análise do circuito que vamos construir, utilizei um divisor de tensão, passei o circuito para o domínio da frequência e fiz a função transferência.

```
>>> eq1: Vo = V/(1/(S*C))/(R+(1/(S*C)));
      Vo = V/(C*(1/(C*S)+R)*S)
>>> sol1: solve([eq1],[Vo,V]);
      [[Vo = %r2, Vi = %r2*C*R*S+%r2]]
>>> H1: at(Vo/Vi, eq1);
      1/(C*(1/(C*S)+R)*S)
>>> H1: ratsimp(H1);
      1/(C*R*S+1)
```

Para obter o ganho vi o que acontecia com a função transferência quando a frequência tendia a zero.

```
>>> H1: ratsimp(H1);
      1/(C*R*S+1)
```

Podemos ver que quando o s tender a 0, o ganho tenderá a 1.

Ja da função transferência observamos que a frequência de corte eh $\frac{1}{RC}$

Observamos que este circuito tem exatamente a mesma frequência de corte e ganho do circuito 1.

E por fim, geramos o diagrama de Bode do ganho do circuito

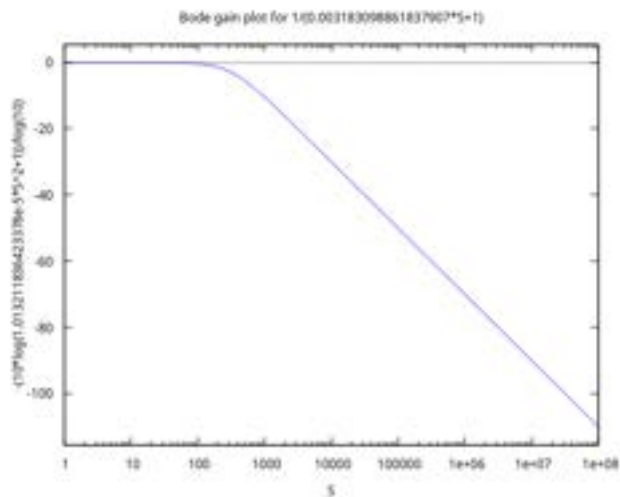


Figura 3: Magnitude de $H(s)$ do circuito 3.

3 Medições em laboratório

3.1 O Circuito 1

Vamos inicialmente fazer as medições dos componentes a serem usados.

3.2 Tabela de componentes

$$C_1 = 95.78nF$$

$$R_1 = 46.6k\Omega$$

3.3 Ganho em frequências baixas

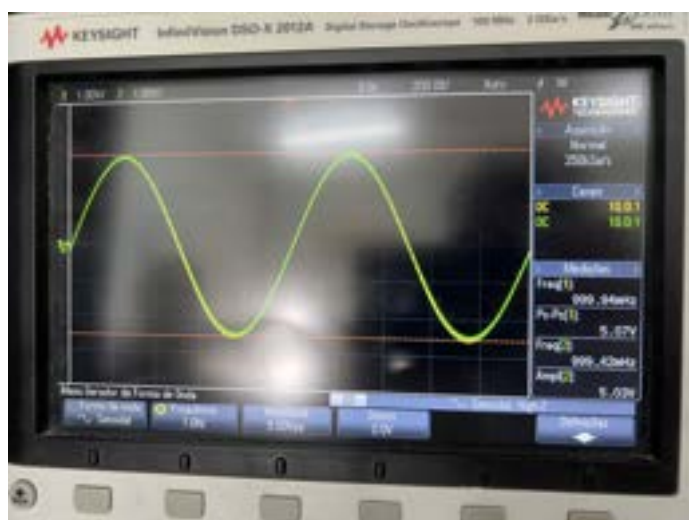


Figura 4: Ganho do Circuito 1 a baixas frequências.

Podemos observar que o ganho do circuito 1 foi 1.

3.4 Frequência de corte



Figura 5: Frequência de corte do Circuito 1.

Sua frequência de corte foi $51Hz$, já que esta será obtida quando tivermos aproximadamente $\frac{V_i * ganho}{\sqrt{2}} = 3.53V$ que é próximo do valor esperado da análise numérica que foi de $50Hz$.

3.5 Resultados das medidas

Mútiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.02	1	5.07	5.03
0.2	10.2	5.07	4.78
0.5	25.5	5.07	4.44
0.75	38.2	5.07	4.06
1.25	63.8	5.07	3.24
1.6	81.6	5.07	2.77
2.5	127.5	5.07	1.94
3.5	178.5	5.07	1.46
5	255	5.07	1.04
10	510	5.07	0.521
20	1020	5.07	0.27

3.6 O Circuito 2

Vamos inicialmente fazer as medições dos componentes a serem usados.

3.7 Tabela de componentes

$C_1 = 95.78nF$
 $R_1 = 46.6k\Omega$
 $R_L = 21.9k$

3.8 Ganho em frequências baixas

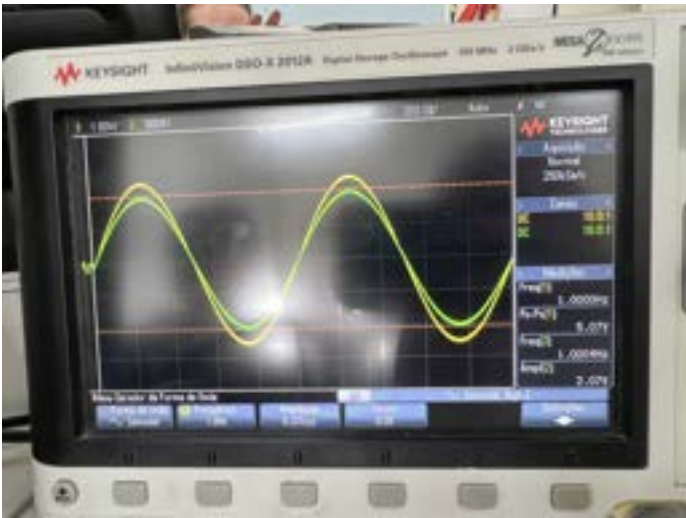


Figura 6: Ganho do Circuito 2 a baixas frequências.

Podemos observar que o ganho do circuito 2 foi 0.4.

3.9 Frequência de corte

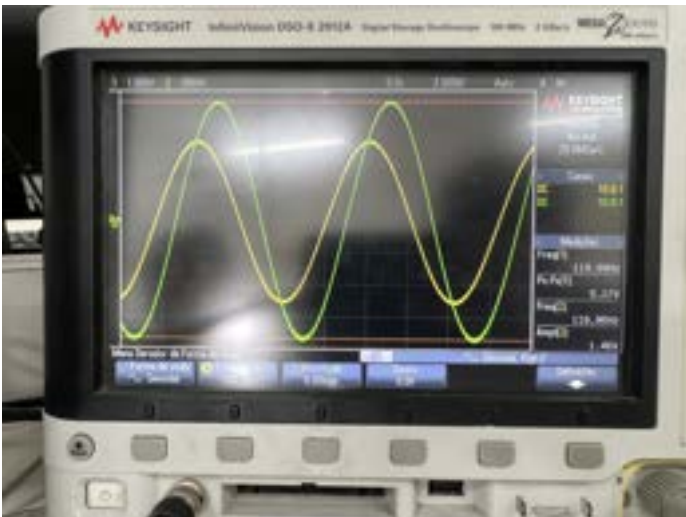


Figura 7: Frequência de corte do Circuito 2.

Sua frequência de corte foi $120Hz$, já que esta será obtida quando tivermos aproximadamente $\frac{V_i * ganho}{\sqrt{2}} = 1.42V$ que é próximo do valor esperado da análise numérica que foi de $120Hz$.

3.10 Resultados das medidas

Múltiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.02	1	5.07	2.07
0.2	24	5.07	2
0.5	60	5.07	1.89
0.75	90	5.07	1.71
1.25	150	5.07	1.29
1.6	192	5.07	1.1
2.5	300	5.07	0.835
3.5	420	5.07	0.601
5	600	5.07	0.44
10	1200	5.07	0.26
20	2400	5.07	0.15

3.11 O Circuito 3

Vamos inicialmente fazer as medições dos componentes a serem usados.

3.12 Tabela de componentes

$C_1 = 95.78nF$
 $R_1 = 46.6k\Omega$
 $R_L = 21.9k$

3.13 Ganho em frequências baixas

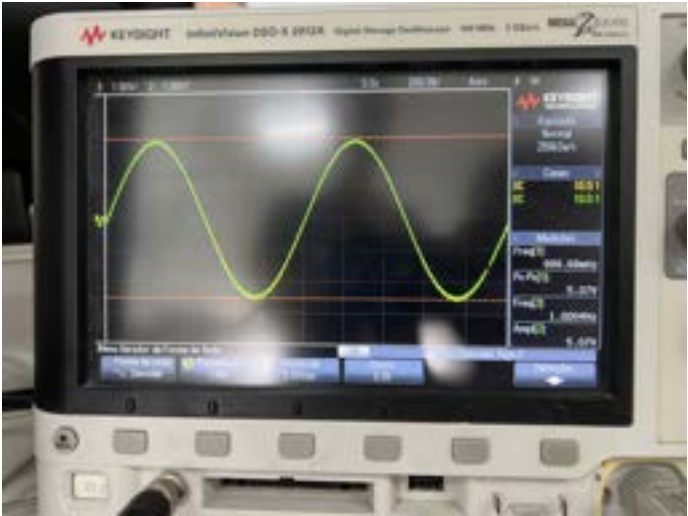


Figura 8: Ganho do Circuito 3 a baixas frequências.

Podemos observar que o ganho do circuito 3 foi 1.

3.14 Frequência de corte

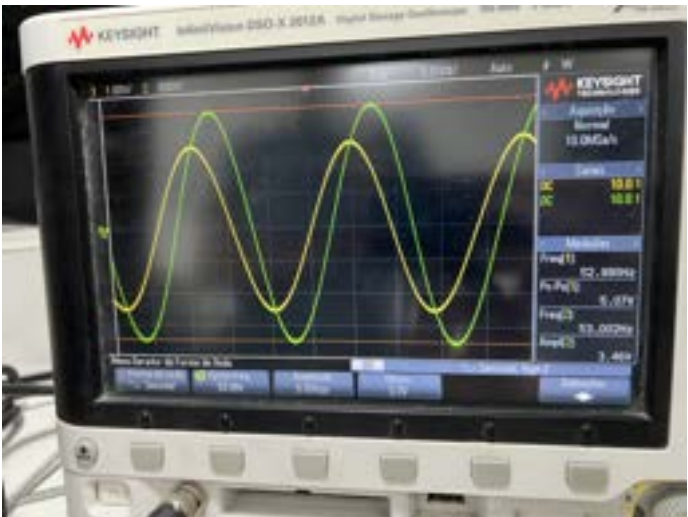


Figura 9: Frequência de corte do Circuito 3.

Sua frequência de corte foi $53Hz$, já que esta será obtida quando tivermos aproximadamente $\frac{V_i * ganho}{\sqrt{2}} = 3.56V$ que é próximo do valor esperado da análise numérica que foi de $50Hz$.

Interessantemente, esta frequência de corte ficou acima da frequência de corte do circuito 1, que foi de $51Hz$. Creio que por erros de medição.

3.15 Resultados das medidas

Múltiplos	Freq (Hz)	Entrada (V)	Saída (V)
0.02	1	5.07	5.07
0.2	10.6	5.07	4.94
0.5	26.5	5.07	4.5
0.75	39.75	5.07	4.04
1.25	66.25	5.07	3.06
1.6	84.8	5.07	2.57
2.5	132.5	5.07	1.87
3.5	185.5	5.07	1.33
5	265	5.07	0.965
10	530	5.07	0.513
20	1060	5.07	0.258

4 Pós-laboratorial

Reutilizei o código do Maxima para calcular a frequência de corte e ganho dos circuitos, e obtive os seguintes resultados:

4.1 Circuito 1

```
>>> eq1: Vo = Vl*(1/(S*C))/(R+(1/(S*C)));
      Vo = Vl/(C*(1/(C*S)+R)*S)
>>> sols1: solve([eq1],[Vo,Vl]);
      [[Vo = %r43,Vl = %r43*C*R*S+%r43]]
>>> H: at(Vo/Vl, eq1);
      1/(C*(1/(C*S)+R)*S)
>>> H: ratsimp(H);
      1/(C*R*S+1)
>>> Hmax: at(H, S = 0)
      1
>>> Hw: at(H, S = %i*w);
      1/(%i*C*R*w+1)
>>> Hw: at(Hw, [C = 95.78 * 10^-9, R = 32338]);
      1/(0.00309733364*%i*w+1)
>>> eq: cabs(Hw) = 1/sqrt(2);
      1/sqrt(9.593475677475649e-6*w^2+1) = 1/sqrt(2)
>>> sols: float(solve(solve(eq,w),w));
      rat: replaced 9.593475677475649e-6 by 169195/17
      [w = -322.8583408276288,w = 322.8583408276288]
>>> float(sols[2]/(2*pi));
      0.1591549430918953*w = 51.38450006116502
```

Figura 10: Cálculo de ganho e frequência de corte para Circuito 1.

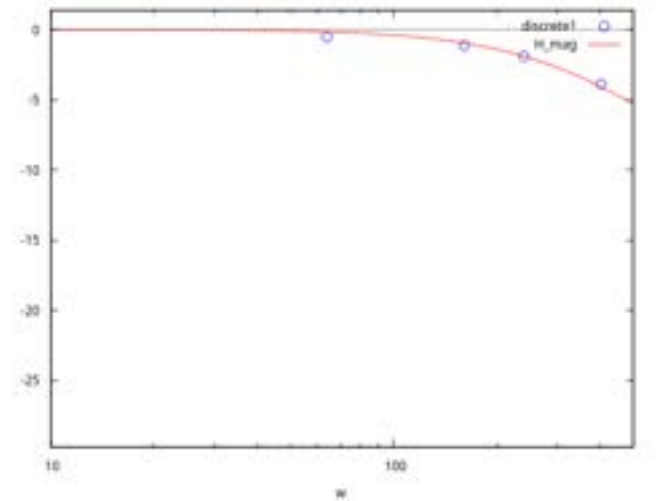


Figura 11: Gráfico log-log do ganho em função da frequência do Circuito 1.

Daí vemos que temos ganho de 1 e frequência de corte de 51.4Hz . Que está bem próxima da frequência de 51Hz que encontramos experimentalmente.

4.2 Circuito 2

```

>>> /* Circuito 2 */
>>> load("bode");
      /usr/share/maxima/5.46.0/share/contrib/bode.mac
>>> eq1: 0 = (Vo-Vi)/R + Vo/(1/(s*C)) + Vo / R_L;
      0 = C*Vo*s+(Vo-Vi)/R+Vo/R_L
>>> sols: solve(eq1,[Vo]);
      [Vo = (R_L*Vi)/((C*R*R_L*s+R_L+R))]
>>> H: at(Vo/Vi, sols);
      R_L/(C*R*R_L*s+R_L+R)
>>> H: at(H, [R_L = 21900, R = 32330, C=05.78*10^-9]);
      21900/(67.85638538511999*s+54246)
>>> Hmax: float(at(H, s = 0))
      0.4038638793643771
>>> Hw: at(H, s = %i*w);
      21900/(67.85638538511999*%i*w+54246)
>>> eq: cabs(Hw) = Hmax/sqrt(2);
      21900/sqrt(4604.489037533926*w^2+2942628516) = 0.4038638793643771/sqrt(2)
>>> sols: float(solve(solve(eq,w),w));
      rat: replaced -0.4038638793643771 by -10954/27123 = -0.4038638793
      rat: replaced 4604.489037533926 by 1209456531/262669 = 4604.48903
      [w = -799.4236606050549,w = 799.4236606050549]
>>> float(sols[2]/(2*%pi));
      0.1591549430918953*w = 127.2322272099122

```

Figura 12: Cálculo de ganho e frequência de corte para Circuito 2.

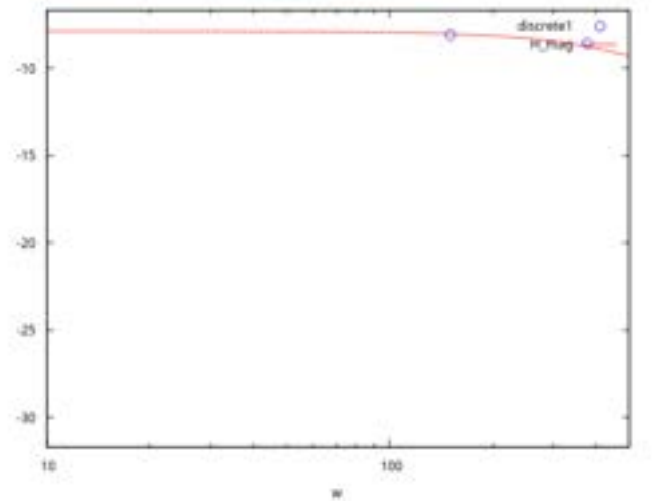


Figura 13: Gráfico log-log do ganho em função da frequência do Circuito 2.

Daí vemos que temos ganho de 0.404 e frequência de corte de 127.2Hz . Que está bem próxima da frequência de 120Hz que encontramos experimentalmente.

4.3 Circuito 3

Como já havíamos discutido anteriormente, a análise teórica para o circuito 3 é igual a análise teórica vista acima para o circuito 1. Então este terá os mesmos valores de ganho de 1 e frequência de corte de $51.4Hz$.

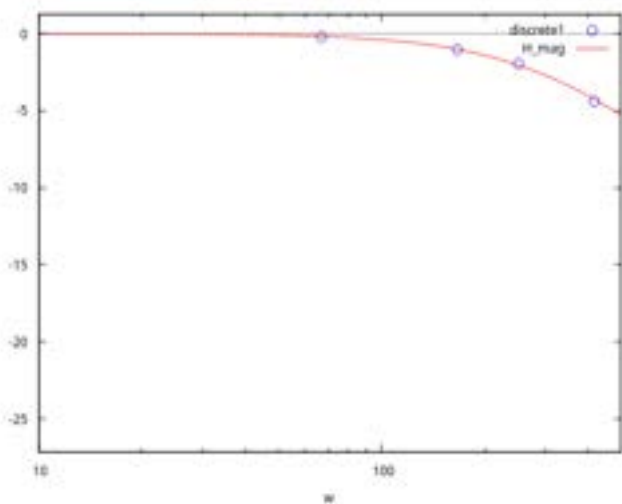


Figura 14: Gráfico log-log do ganho em função da frequência do Circuito .

Vale a pena reparar que apesar da análise teórica para ambos circuitos ser a mesma, os resultados obtidos experimentalmente foram ligeiramente diferentes, provavelmente devido a erros de medição.

5 Conclusões

Conseguimos com sucesso fazer a análise numérica pelo WxMaxima, e comparamos os resultados com os obtidos experimentalmente.

Nos resultados práticos, a magnitude da função transferência e as frequências de corte foram coerentes com os resultados esperados.

Os gráficos que geramos a partir dos resultados experimentais foram coerentes com os gráficos gerados numericamente

Em suma creio que tivemos sucesso em nos familiarizar com as ferramentas de análise de circuitos elétricos numéricos.