

# Resumo Fisica 4 Primeira Unidade

Henrique da Silva  
hpsilva@proton.me

3 de julho de 2022

## Sumário

- 1 Primeira Eq. de Maxwell
- 2 Segunda Eq. de Maxwell
- 3 Terceira Eq. de Maxwell
- 4 Quarta Eq. de Maxwell
- 5 Velocidade de propagacao
- 6 Energia da onda

## 1 Primeira Eq. de Maxwell

Essa equacao vem da lei de Gauss e diz que o fluxo eletrico eh dado pela seguinte equacao:

$$\oint \vec{E} * d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1)$$

Na qual  $\vec{E}$  eh o campo eletrico,  $q$  eh a quantidade de carga envolvida,  $\epsilon_0$  eh a permeabilidade do espaco vacuo e  $d\vec{A}$  eh a area da superficie.

Se o campo eletrico for constante sobre a superficie entao podemos dizer que:

$$E * A = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (2)$$

E tambem que:

$$E = \frac{V}{d} \quad (3)$$

Este ultimo eh especialmente importante em questoes de corrente induzida

## 2 Segunda Eq. de Maxwell

Essa tambem eh uma forma da lei de Gauss mas para o fluxo magnetico, e eh dada por:

$$\oint \vec{B} * d\vec{A} = 0 \quad (4)$$

Na qual  $\vec{B}$  eh o campo magnetico,  $d\vec{A}$  eh a area da superficie.

E tem que necessariamente ser igual a zero *em superficies fechadas* ja que o fluxo magnetico deve sempre sair por um polo e inteiramente voltar pela outro

Vale tambem lembrar que o fluxo magnetico:

$$\phi_B = B * A \cos \theta \quad (5)$$

E tambem que o campo magnetico para fios carregando corrente eh dado por:

$$B = \frac{\mu_0 * I}{2 * \pi * r} \quad (6)$$

Lembrando que a corrente  $I$  eh simplesmente o fluxo eletrico variando no tempo:

$$I = \frac{d\phi_E}{dt} \quad (7)$$

### 3 Terceira Eq. de Maxwell

Essa tem a ver com a lei de Faraday sobre inducao, porem um pouco diferente.

A lei como tinhamos visto era dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (8)$$

No qual  $\varepsilon$  eh a forca eletromotriz,  $d\phi_B$  eh a mudanca no fluxo magnetico, e  $dt$  eh a mudanca no tempo

A lei de Faraday diz que um campo magnetico que muda com o tempo vai induzir uma forca eletromotriz em um fio enrolado

A versao de Maxwell eh mais geral, simplificando a lei de Faraday

$$\oint \vec{E} * \vec{ds} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (9)$$

Na qual  $\vec{E}$  eh o campo eletrico,  $\vec{ds}$  eh um elemento infinitesimal do loop fechado,  $d\phi_B$  eh a mudanca do fluxo magnetico, e  $dt$  eh a mudanca no tempo

Com essa equacao Maxwell mostra a relacao de um campo magnetico que muda no tempo e de uma forca eletrica induzida

### 4 Quarta Eq. de Maxwell

Essa tem a ver com a lei de Ampere que diz que uma corrente que passa por um fio induz um campo magnetico ao redor do caminho ao redor do fio. A lei de Ampere como tinhamos visto era dada por:

$$\oint \vec{B} * \vec{ds} = \mu_0 * I_{enc} \quad (10)$$

No qual  $\vec{B}$  eh o campo magnetico,  $\vec{ds}$  um pedaco infinitesimal do elemento do loop fechado,  $\mu_0$  eh a permeabilidade do espaco para campos magneticos e finalmente,  $I$  eh a corrente

Eh importante lembrar que  $I_{enc}$  eh a corrente dentro do loop fechado  $\vec{ds}$ , entao se for dado o fluxo total de um capacitor por exemplo. O fluxo que vamos considerar eh apenas o fluxo que esta dentro da superficie definida pelo loop fechado  $\vec{ds}$

O problema eh que ha uma geracao de campo magnetico induzido por uma descarga entre capacitores, onde nao ha fio nenhum conectando-os

Maxwell resolveu isso pensando em algo que chamou de  $I_D$ , uma corrente de deslocamento, que na verdade nao eh exatamente uma corrente eletrica, mas eh apenas a mudanca das cargas dos capacitores no tempo, assim obtendo:

$$\oint \vec{B} * \vec{ds} = \mu_0 * (I + I_D) \quad (11)$$

Com o  $I_D$  sendo igual a mudanca do fluxo eletrico no tempo, ou seja, a carga que passa de um capacitor para o outro, e assim nosso  $I_D$  eh:

$$I_D = \epsilon_0 * \frac{d\phi_E}{dt} \quad (12)$$

Com  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaco para campos electricos, e  $\frac{d\phi_E}{dt}$  a mudanca do fluxo eletrico no tempo

Que finalmente nos da a forma integral da quarta equacao de Maxwell:

$$\oint \vec{B} * \vec{ds} = \mu_0 * I + \mu_0 * \epsilon_0 * \frac{d\phi_E}{dt} \quad (13)$$

## 5 Velocidade de propagacao

$$v = \frac{E}{B} = c \quad (14)$$

Na qual  $E$  eh o campo eletrico,  $B$  eh o campo magnetico,  $v$  eh a velocidade de propagacao e  $c$  eh a velocidade da luz

Que pode ser simplificada em:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 * \mu_0}} = c \quad (15)$$

com  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaco para campos electricos, e  $\mu_0$  a permeabilidade do espaco para campos magneticos,  $v$  a velocidade de propagacao da onde, e  $c$  a velocidade da luz

Tambem temos que ha uma relacao entre frequencia, comprimento de onda e velocidade de propagacao, e eh dado por:

$$v = f * \lambda = c \quad (16)$$

Na qual  $f$  eh a frequencia,  $\lambda$  eh o comprimento de onda,  $v$  eh a velocidade de propagacao, e  $c$  eh a velocidade da luz

Ou seja facilmente conseguimos achar a frequencia dado o comprimento de onda e vice versa

## 6 Energia da onda

Para calcular a energia da onda precisamos da magnitude do campo eletrico e magnetico, e temos as seguintes equacoes:

Densidade de energia do campo eletrico:

$$\mu_E = \frac{1}{2} * \epsilon_0 * E^2 \quad (17)$$

Densidade de energia do campo magnetico:

$$\mu_B = \frac{1}{2} * \frac{B^2}{\mu_0} \quad (18)$$

Nos quais  $E$  eh o campo eletrico,  $B$  eh o campo magnetico,  $\mu_E$  a densidade de energia do campo eletrico,  $\mu_B$  a densidade de energia do campo magnetico,  $\epsilon_0$  a permeabilidade do espaco para campos electricos,  $\mu_0$  a permeabilidade do espaco para campos magneticos

A energia da onda eh a soma das duas energias:

$$\mu = \mu_E + \mu_B \quad (19)$$

$$\mu = \frac{1}{2} * \epsilon_0 * E^2 + \frac{1}{2} * \frac{B^2}{\mu_0} \quad (20)$$

Eh importante de tirar disso que podemos substituir o  $B$  e o  $E$  ja que temos uma relacao direta entre os dois que eh dada pela velocidade nas equacoes (10) e (11)

## Intensidade

$$I = \frac{\Delta U}{A * \Delta t} \quad (21)$$

Na qual  $\Delta U$  eh a energia de um elemento infinitesimal da onda,  $A$  eh a area da superficie que a onda cobre,  $\Delta t$  eh um elemento infinitesimal de tempo, e  $I$  eh a intensidade

Vale a pena lembrar que  $\Delta U = \mu * \Delta V$ , e temos maneiras simples de calcular este  $\mu$  como vimos acima em (10)

Vale lembrar que potencia eh justamente  $\frac{\Delta U}{\Delta t}$ . O que nos deixa re-escrever de forma mais simples como:

$$I = \frac{P}{A} \quad (22)$$

E muito comumente se consideramos a origem da onda como uma fonte pontual podemos dizer que a area eh a area da esfera que a envolve, ou seja  $A = 4\pi * r^2$

Simplificando finalmente chegamos em:

$$I = \mu_0 * c * E^2 \quad (23)$$