

Plantilla La Expara Informes

Contenidos

4					
1.	Instrucciones para completar el documento				
2.	Cómo incluir una definición				
3.	Cómo incluir una recomendación				
4.	Cómo incluir un ejemplo				
5.	Cómo incluir figuras	5			
6.	Cómo incluir fórmulas y expresiones matemáticas	6			
7.	Cómo incluir tablas o figuras en ambientes tcolorbox	11			
8.	Notación	14			
	8.1. Definiciones Generales Fundamentales	15			
	8.2. Teoría de Conjuntos	15			
	8.3. Aritmética	17			
	8.4. Cálculo	19			
	8.5. Algebra Lineal y Geometría	20			
	8.6. Combinatórica	21			
	8.7. Probabilidades y Estadística	21			
	8.8. Lógica	22			
9.	Algunas cosas de la plantilla antigua	23			
	9.1. Ejemplo de listas enumeradas que parten con la numeración de la lista				
	anterior	23			
	9.2. Algunos Ejemplos Enmarcados con Recuadros	23			
	9.3. Algunas Definiciones Enmarcadas con Recuadros	24			
	7 aguilus Deithiciones Elimarculus con recouluros 111111111111111111111111111111111111	_			
Appendi	ix: Robot Design and Engineering	25			
10.	General Background	25			
11.	Procedure	25			
12.					
•	12.1. zfunction	25			
	12.2. recfunc	26			
		_`			

1. Instrucciones para completar el documento

- 1. En el archivo plantilla, cambie el nombre psu_numeros_00.tex por psu_numeros_00.tex.
- 2. Complete los campos:
 - (a) \def\doctitle{Título/Tema de la Sección}, por ejemplo: \def\doctitle{Conjunto de los Naturales}.

Plantilla La Informes

- (b) \def\docdate{2015.05.28} % Fecha del documento
- (c) \def\coursename{Acci\'onPSU -- N\'umeros y Proporcionalidad} % Acci\'onPSU -- Nombre del Curso
- (d) \def\authorname{Juan Pérez} % Su nombre y apellido



Cómo incluir una definición

Una definición se logra con el comando \begin{defbox}{<Nombre de Concepto>} y \end{defbox}. La definición Un código de ejemplo y el texto resultante se muestran a continuación.

- 1 \begin{center}
- 2 \begin{defbox}{Conjunto de los Racionales}
- 3 Se define el conjunto de los irracionales (\mathbb{Q}^{*}) como todos
- 4 aquellos números \$a\$ para los cuales no existen \$m\$ y \$n\$ enteros
- 5 (\$n\neq0)\$ tales que:
- 6 \$\$\displaystyle a=\frac{m}{n}\$\$
- 7 \end{defbox}
- 8 \end{center}



Conjunto de los Racionales

Se define el conjunto de los irracionales (\mathbb{Q}^*) como todos aquellos números a para los cuales no existen m y n enteros $(n \neq 0)$ tales que:

$$a = \frac{m}{n}$$

3. Cómo incluir una recomendación

Una recomendación (también llamada "tip" o nota), se logra con el comando \begin{tipbox}{}} y \end{tipbox}. Un código de ejemplo y el texto resultante se muestran a continuación.

- 1 \begin{center}
- 2 \begin{tipbox}{}
- 3 Si \$a\$ es un número racional (\$a\in\mathbb Q\$) y \$b\$ es un número irracional
- 4 (\$b\in\mathbb Q^{*}\$) entonces:
- 5 \begin{itemize}

6 \item Si \$a\neq0\$, \$a\cdot b\$, \$\displaystyle\frac{b}{a}\$ y
7 \$\displaystyle\frac{a}{b}\$ son números irracionales.
8 \item \$a\pm b\$ es un número irracional.
9 \item Si \$c\$ es un número racional, \$a\pm c\$, \$a\cdot c\$ son números
10 racionales. Además, si \$c\neq0\$, entonces \$\displaystyle\frac{a}{c}\$
11 también es un número racional.
12 \end{itemize}
13 \tcblower
14 Recuerda que \$\pm\$ es una abreviación para las operaciones \$+\$ o \$-\$.
15 \end{center}



Debes saber que...

Si a es un número racional $(a \in \mathbb{Q})$ y b es un número irracional $(b \in \mathbb{Q}^*)$ entonces:

- Si $a \neq 0$, $a \cdot b$, $\frac{b}{a}$ y $\frac{a}{b}$ son números irracionales.
- $a \pm b$ es un número irracional.
- Si c es un número racional, $a\pm c$, $a\cdot c$ son números racionales. Además, si $c\neq 0$, entonces $\frac{a}{c}$ también es un número racional.

Recuerda que \pm es una abreviación para las operaciones + o -.

4. Cómo incluir un ejemplo

Un ejemplo se logra con el comando \begin{exbox}{} y \end{exbox}. La definición Un código de ejemplo y el texto resultante se muestran a continuación.

```
1 \begin{exbox}{}
2 ¿Cuál(es) de los siguientes números es(son) irracional(es)?\\\
3 $\begin{array}{rl}
4 \hspace{1.5cm}\textrm{i.-}&\, \left(\sqrt{3}\right)^0\\
5 \hspace{1.5cm}\textrm{ii.-}&\, \displaystyle\frac{\pi}{2}\\
6 \hspace{1.5cm}\textrm{iii.-}&\, 3\cdot\sqrt[3]{8}
7 \end{array}$
8 \begin{enumerate}%[a)]
9 \item Solo i
10 \item Solo ii
11 \item i y ii
12 \item ii y iii
```

13 \item Ninguna de las anteriores 14 \end{enumerate} 15 \tcblower 16 \textbf{Solución} 17 \begin{enumerate}%[i.-] 18 \item Todo número \$n\neq0\$ satisface \$n^0=1\$. Luego, 19 \$\left(\sqrt{3}\right)^0=1\$, que es racional. 20 \item Como \$\pi\$ es irracional, su división por un número entero 21 necesariamente será irracional. De hecho, si 22 \$\displaystyle\frac{\pi}{2}\$ fuera un número racional, entonces 23 $\displaystyle \frac{2} \left(\frac{\pi}{2} \right)$ sería multiplicación de 24 dos números racionales y, por lo tanto, racional, lo cual 25 conduciría a una contradicción. 26 \item El segundo término del producto puede escribirse como 27 \$\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=2\$. Luego, el producto se reduce a 28 \$3\cdot2\$, que es un número racional. 29 \end{enumerate} 30 \fcolorbox{green!45}{green!45}{Alternativa \textbf{b)}} 31 \end{exbox}



🔟 Ejemplo 4.1

¿Cuál(es) de los siguientes números es(son) irracional(es)?

i.-
$$\left(\sqrt{3}\right)^0$$
ii.- $\frac{\pi}{2}$
iii.- $3 \cdot \sqrt[3]{8}$

- 1. Solo i
- 2. Solo ii
- 3. i y ii
- 4. ii y iii
- 5. Ninguna de las anteriores

Solución

- 1. Todo número $n \neq 0$ satisface $n^0 = 1$. Luego, $\left(\sqrt{3}\right)^0 = 1$, que es racional.
- 2. Como π es irracional, su división por un número entero necesariamente será irracional. De hecho, si $\frac{\pi}{2}$ fuera un número racional, entonces $\pi = \frac{\pi}{2} \cdot 2$ sería multiplicación de dos números racionales y, por lo tanto, racional, lo cual conduciría a una contradicción.
- 3. El segundo término del producto puede escribirse como $\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2$. Luego, el producto se reduce a $3 \cdot 2$, que es un número racional.

Alternativa b)

5. Cómo incluir figuras

Los comandos básicos para incluir una figura son:

```
1 \begin{figure}[htbp] % Inicia el ambiente de figura e incrementa
2 % el contador de figuras.
3 \begin{center} % Centra la figura.
4
5 \includegraphics[scale=1.5]{figs/prueba.pdf} % Carga una figura llamada
6 % 'prueba.pdf' ubicada en
7 % el folder 'figs'.
8 \end{center}
9 \vspace*{-1.0\baselineskip} % Quita 1.0 líneas entre la figura y su
10 % texto descriptivo.
```



```
11
12 \caption{Ejemplo con una figura en formato PDF.} % Crea un texto
13 % descriptivo
14 % para la figura.
15 \label{fig:ejemplo_figura_pdf} % Agrega una etiqueta a la figura
16 % para poder referenciarla.
17 \end{figure}
```



Un código similar al anterior permite generar las figuras 1, 2, 3, las cuales se encuentran en formato PDF, JPG y PNG, respectivamente. Observe que la mejor figura es la figura 1 em formato PDF por sus nitidez y escalabilidad dado que está en formato vectorial. Las figuras 2, y 3 se encuentran en formato raster y se *pixelean*. No son escalables, por lo que debe evitar usar estos formatos salvo cuando incluirá una foto. Para crear figuras en formato PDF puede utilizar Microsoft Visio[®] de acuerdo a las instrucciones en el documento sobre como crear e incluir figuras.

Un ejemplo de como crear un espacio para agregar una figura posteriormente se muestra en la figura 4. Está figura vacía se construyó con el siguiente código.

```
1 \begin{figure}[htbp]
2 \begin{center}
3 %\includegraphics[scale=0.8]{}
4 \fbox{\rule{10cm}{0cm}\rule{0cm}{6cm}}
5 \end{center}
6 \vspace*{-\baselineskip}
7 \caption{Un ejemplo de una figura vacía.}
8 \label{fig:invisfig}
9 \end{figure}
```

6. Cómo incluir fórmulas y expresiones matemáticas

Las fórmulas y expresiones matemáticas son parte del texto y siguen las mismas relgas de puntuación que una oración de texto tradicional. Las fórmulas pueden incorporarse *en línea con el texto* o en forma *desplegada*. En inglés se habla de *in-line equations* y *displayed equations*.

Ejemplos de expresiones matemáticas en línea se encuentran en las oraciones del siguiente párrafo.

```
La fórmula de Euler establece que e^{\mathbf{i}x} = \cos(x) + \mathbf{i}\sin(x). La fórmula de De Moivre establece que (\cos(x) + \mathbf{i}\sin(x))^n = (\cos(nx) + \mathbf{i}\sin(nx))^n. La fórmula de De Moivre
```



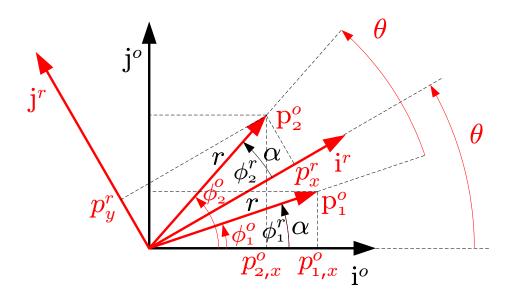


Figura 1: Ejemplo con una figura en formato PDF.

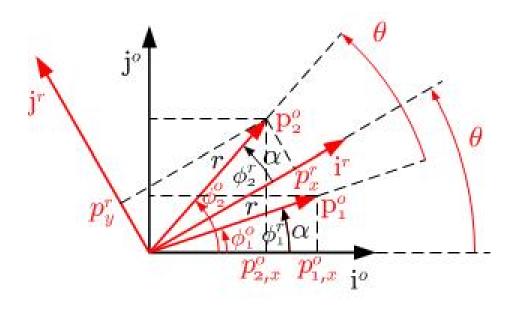


Figura 2: Ejemplo con una figura en formato JPG.



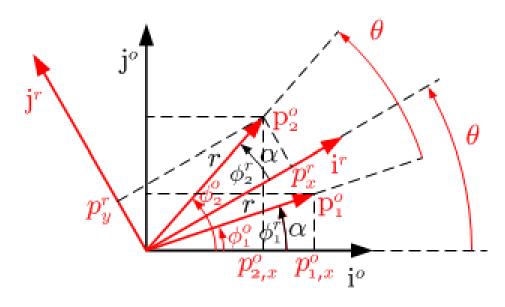


Figura 3: Ejemplo con una figura en formato PNG.

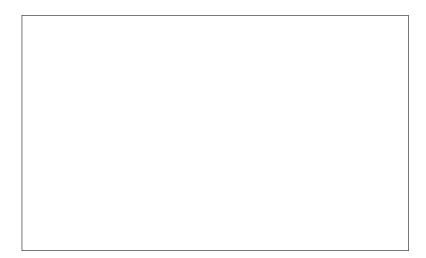


Figura 4: Un ejemplo de una figura vacía.

Plantilla La Expara Informes

se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que $(\cos(nx)+\mathbf{i}\sin(nx))^n=(e^{\mathbf{i}x})^n=e^{\mathbf{i}nx}$. La fórmula de Euler a su vez puede demostrarse empleando la serie de potencias de la función exponencial e^x , y las expansiones de Taylor de $\cos(x)$ y $\sin(x)$. La expansión en series de potencias de e^z está dada por $e^z=1+\frac{z}{1!}+\frac{z^2}{2!}+\frac{z^3}{3!}+\cdots=\sum_{k=0}^\infty\frac{z^k}{k!}$. La serie anterior evaluada en $z=\mathbf{i}x$ resulta después de reordenar los términos en $e^{ix}=\left(1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\frac{x^8}{8!}-\ldots\right)+\mathbf{i}\left(x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\ldots\right)$, donde las series entre paréntesis corresponden respectivamente a las series de Maclaurin de las funciones $\cos(x)$ y $\sin(x)$.



En el párrafo anterior, las expresiones grandes son díficiles de leer porque se encuentran apretadas por el texto en las líneas anteriores y posteriores a las expresiones. Para evitar este problema es que se utilizan ecuaciones desplegadas como se muestra en el siguiente párrafo.

La fórmula de Euler establece que $e^{\mathbf{i}x} = \cos(x) + \mathbf{i}\sin(x)$. La fórmula de De Moivre establece que $(\cos(x) + \mathbf{i}\sin(x))^n = (\cos(nx) + \mathbf{i}\sin(nx))^n$. La fórmula de De Moivre se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que

$$(\cos(nx) + \mathbf{i}\sin(nx))^n = (e^{\mathbf{i}x})^n = e^{\mathbf{i}nx}.$$

La fórmula de Euler a su vez puede demostrarse empleando la serie de potencias de la función exponencial e^x , y las expansiones de Taylor de $\cos(x)$ y $\sin(x)$. La expansión en series de potencias de e^z está dada por

$$e^z = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}.$$

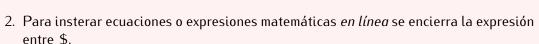
La serie anterior evaluada en $z = \mathbf{i}x$ resulta después de reordenar los términos en

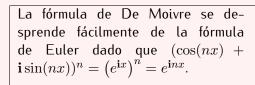
$$e^{ix} = \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \dots\right) + \mathbf{i}\left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots\right),$$

donde las series entre paréntesis corresponden respectivamente a las series de Maclaurin de las funciones $\cos(x)$ y $\sin(x)$.

Debes saber que...

1. Es importante notar que en el ejemplo anterior, las expresiones grandes no solamente son más fáciles de leer porque aparecen desplegadas en una línea propia, sino que el uso puntuación es esencialemente la misma que en el párrafo con ecuaciones en línea. En resumen, al escribir ecuaciones desplegadas debe usar la misma puntuación que utilizarías al escribir una oración cualquiera considerando que las ecuaciones deben tratarse como si fuesen palabras regulares.





La fórmula de De Moivre se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que \$(\cos(nx)+\imnum\sin(nx))^n = \left (e^{\imnum x}\right)^n = e^{\imnum nx}\$.

3. Para insterar ecuaciones o expresiones matemáticas desplegadas se encierra la expresión entre \$\$ o entre $\[y\]$.

La fórmula de De Moivre se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que

$$(\cos(nx) + \mathbf{i}\sin(nx))^n = \left(e^{\mathbf{i}x}\right)^n = e^{\mathbf{i}nx}.$$

La fórmula de De Moivre se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que \$\$(\cos(nx)+\imnum\sin(nx))^n = \left (e^{\imnum x}\right)^n= e^{\imnum nx}.\$\$

4. Para insterar ecuaciones o expresiones matemáticas *desplegadas* numeradas es necesario utilizar el ambiente egnarray.

La fórmula de De Moivre se desprende fácilmente de la fórmula de Euler dado que

$$(\cos(nx) + \mathbf{i}\sin(nx))^n = (e^{\mathbf{i}x})^n$$
(1)
= $e^{\mathbf{i}nx}$. (2)

La fórmula de De Moivre se
desprende fácilmente de la
fórmula de Euler dado que
\begin{eqnarray}
(\cos(nx)+\imnum\sin(nx))^n
&=&\left (e^{\imnum x}
\right)^n\\
&=&e^{\imnum nx}.
\end{eqnarray}



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Debes saber que...

5. Finalmente, si hay una ecuación que debido a su relevancia considera que debe ser destacada de manera especial, esto se puede lograr con un comando específicamente creado para esta plantilla llamaodo eqbox. Por ejemplo, una ecuación desplegada y resaltada como:



$$x^2 = 2\int_a^b x dx \tag{3}$$

La expresión anterior se logra con el código:

```
1 \begin{eqnarray}
2 \eqbox{x^2 = 2\int_a^b x dx}
3 \end{eqnarray}
```

7. Cómo incluir tablas o figuras en ambientes tcolorbox

En los siguientes ejemplos se muestra como incluir una tabla o un gráfico dentro de un ambiente tipo tcolorbox como las cajas de definición defbox, las cajas de ejemplo exbox, y las cajas de recomendación tipbox. En los ejemplos siguientes se usarán cajas de definición defbox, pero la explicación es igualmente válida para los otros ambientes mencionados que se basan en las cajas construidas entorno a la caja tcolorbox.

En un tcolorbox no es posible colocar un ambiente flotante figure o table a menos que inserta la tabla declarando la opción [H] para forzar un elemento flotante dentro de otro elemento flotante como un tcolorbox. Para usar la opción [H] deberá haber incluido el paquete float (incluido por defecto en esta plantilla). La tabla 1 es un ejemplo de una tabla básica sin escalamiento. En cambio, la tabla 2 es un ejemplo de un tabla escalada mediante el comnado resizebox que es parte del paquete graphicx o graphics.

```
1 \begin{center}
2 \begin{defbox}{Tablas en ambientes \texttt{tcolorbox}}
3 Una tabla es una ordenación de datos en casillas o celdas de filas y
4 columnas como se muestra a continuación. Esta ordenación es también
5 denominada un {\em arreglo} de datos en la que cada fila representa
6 una entrada y las columnas representan diversos datos específicos o
7 variables asociados a cada entrada.
8
9 \begin{table}[H]
10 \centering
```

Pontificia Universidad Católica de Chile

```
11 \caption{Estructura de tabla básica.}
12 \label{tab:basica}
13 \begin{tabular}{r|ccc}
14 \multicolumn{1}{r}{}
15 & \multicolumn{1}{c}{Columna 1}
16 & \multicolumn{1}{c}{Columna 2}
17 & \multicolumn{1}{c}{Columna 3} \\ \cline{2-4}
18 Fila 1 & Celda 1,1 & Celda 1,2 & Celda 1,3 \\
19 Fila 2 & Celda 2,1 & Celda 2,2 & Celda 2,3
20 \end{tabular}%
21 \end{table}
23 \begin{table}[H]
24 \centering
25 \caption{Estructura de tabla básica escalada.}
26 \label{tab:basica_escalada}
27 \resizebox{\columnwidth}{!}{%
28 \begin{tabular}{r|cccccccc}
29 \multicolumn{1}{r}{}
30 & \multicolumn{1}{c}{Columna 1}
31 & \multicolumn{1}{c}{Columna 2}
32 & \multicolumn{1}{c}{Columna 3}
33 & \multicolumn{1}{c}{Columna 4}
34 & \multicolumn{1}{c}{Columna 5}
35 & \multicolumn{1}{c}{Columna 6}
36 & \multicolumn{1}{c}{Columna 4}
37 & \multicolumn{1}{c}{Columna 5}
38 & \multicolumn\{1\}\{c\}\{Columna 6\} \setminus cline\{2-9\}
39 Fila 1 & Celda 1,1 & Celda 1,2 & Celda 1,3 & Celda 1,4 &
    Celda 1,5 & Celda 1,6 & Celda 1,7 & Celda 1,8 & Celda 1,9 \\
41 Fila 2 & Celda 2,1 & Celda 2,2 & Celda 1,3 & Celda 2,4 &
    Celda 2,5 & Celda 2,6 & Celda 2,7 & Celda 2,8 & Celda 2,9
43 \end{tabular}%
44 } % end resizebox
45 \end{table}
47 \end{defbox}
48 \end{center}
```





Tablas en ambientes tcolorbox

Una tabla es una ordenación de datos en casillas o celdas de filas y columnas como se muestra a continuación. Esta ordenación es también denominada un arreglo de datos en la que cada fila representa una entrada y las columnas representan diversos datos específicos o variables asociados a cada entrada.



Ta	bla 1: Estruc	tura de tabla	básica.
	Columna 1	Columna 2	Columna 3
Fila 1	Celda 1,1	Celda 1,2	Celda 1,3
Fila 2	Celda 2,1	Celda 2,2	Celda 2,3

Tabla 2: Estructura de tabla básica escalada.									
	Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4	Columna 5	Columna 6	Columna 4	Columna 5	Columna 6
Fila 1	Celda 1,1	Celda 1,2	Celda 1,3	Celda 1,4	Celda 1,5	Celda 1,6	Celda 1,7	Celda 1,8	Celda 1,9
Fila 2	Celda 2,1	Celda 2,2	Celda 1,3	Celda 2,4	Celda 2,5	Celda 2,6	Celda 2,7	Celda 2,8	Celda 2,9

Incluir una figura en una caja de definición es igual que en el caso de las tablas. Las figuras y tablas pueden incluirse directamente usando includefigure o tabular sin rodear estos objetos por sus ambientes figure o table. Sin embargo, si uno quiere insertar una figura o tabla con su título enumerado en forma automática a través de caption, entonces será neceario añadir la opción [H] para forzar un elemento flotante.

```
1 \begin{center}
2 \begin{defbox}{Figuras en ambientes \texttt{tcolorbox}}
3 La primera es la figura incluida sin usar el ambiente flotante
4 \texttt{figure}, por lo que no puede usarse el comando \texttt{caption}
5 para ponerle un título enumerado automáticamente. Sin embargo, es una
6 manera rápida y simple de incluir una figura cuando no se requiere
7 títulos adicionales.
9 \begin{center}
10 \includegraphics[scale=1.0]{figs/prueba.pdf}
11 \end{center}
13 La segunda es una figura incluida usando el ambiente flotante
14 \texttt{figure}.
16 \begin{figure}[H]
17 \centering
18 \includegraphics[scale=1.0]{figs/prueba.pdf}
19 \vspace*{-1.0\baselineskip}
20 \caption{Una figura dentro de una ambiente \texttt{tcolorbox}.}
21 \end{figure}
```

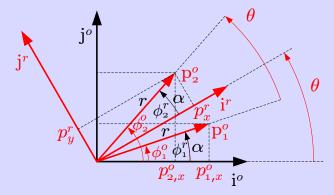
- 23 \end{defbox}
- 24 \end{center}





Figuras en ambientes tcolorbox

La primera es la figura incluida sin usar el ambiente flotante figure, por lo que no puede usarse el comando caption para ponerle un título enumerado automáticamente. Sin embargo, es una manera rápida y simple de incluir una figura cuando no se requiere títulos adicionales.



La segunda es una figura incluida usando el ambiente flotante figure.

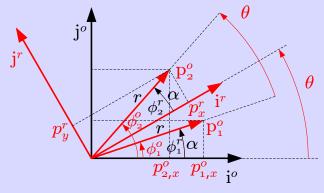


Figura 5: Una figura dentro de una ambiente tcolorbox.

Notación

La notación a emplearse en los apuntes del curso debe ceñirse a la notación estándar de los textos de referencia y que se resume en:

• https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mathematical_symbols_by_subject

• https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_mathematical_symbols

A continuación se resumen algunos símbolos y convenciones que debemos utilizar en nuestros apuntes. Entre paréntesis se indica el comando PTEX que lo genera, así como el nombre resumido que se incluye en la plantilla header.tex.



8.1. Definiciones Generales Fundamentales

Sintáxis General

def Denotes definition.

| Denota "tal que".

i.e. Significa "es decir" (en latín id est).

e.g. Significa "por ejemplo" (en latín exempli gratia).

q.e.d. Significa "queda esto demostrado" e indica el fin de una demostración. En latín "quod erat demonstrandum" significa literalemente "como debíase demostrar".

Constantes y Símbolos Matemáticos

 $\pi \qquad \qquad \text{La constante de Arquímedes } \pi = 3.1415926....$ $e \qquad \qquad \text{La constante de Euler } e = 2.7182818....$ $\mathbf{i} \qquad \qquad \text{El número imaginario } \sqrt{-1}.$ $\varphi \qquad \qquad \text{La razón áurea } \phi = (1+\sqrt{5})/2 = 1.6180339....$ $\infty \qquad \qquad \text{Infinito.}$

8.2. Teoría de Conjuntos

Construcción de Conjuntos

Operaciones con Conjuntos

$A \cup B$	Unión de conjuntos A y B .
$A\cap B$	Intersección de conjuntos A y B .
A^C	Complemento del conjungo A .
A°	Interior del conjunto A .
$ar{A}$	Cierre del conjunto A .
$\flat(A)$	Borde del conjunto A .
$A \setminus B$	Resta de conjuntos ${\cal A}$ menos ${\cal B}$, i.e. conjunto ${\cal A}$ excluyendo aquellos elementos



Relaciones entre Conjuntos

$A \subset B$	${\cal A}$ es un subconjunto propio de ${\cal B}.$
$A \subseteq B$	${\cal A}$ es un subconjunto de ${\cal B}.$
$A\supset B$	${\cal A}$ es un supraconjunto propio de ${\cal B}.$
$A\supseteq B$	${\cal A}$ es un supraconjunto de ${\cal B}.$
$a \in A$	El elemento \boldsymbol{a} pertenence al conjunto \boldsymbol{A} .
$A \ni a$	El conjunto ${\cal A}$ posee un elemento ${\cal a}.$
$a \notin A$	El elemento a no pertenence al conjunto A .
$A \not\ni a$	El conjunto A no posee un elemento a .

que pertenencen al conjunto B.



N	Conjunto de números enteros estrictamente positivos $\{1,2,3,\ldots\}$.
\mathbb{Z}	Conjunto de números enteros $\{\ldots,-2,-1,0,1,2,\ldots\}$.
\mathbb{Z}_+	Conjunto de enteros no-negativos $\{0,1,2,\ldots\}$, note que $\mathbb{Z}_+\equiv\mathbb{N}\cup\{0\}.$
Q	Conjunto de los números racionales.
\mathbb{R}	Conjunto de los números reales.
\mathbb{R}_+ , (\mathbb{R})	Conjunto de los reales non-negativos $[0,\infty)$ (no-positivos $(-\infty,0]$).
\mathbb{R}^n	Espacio Euclideano n -dimensional.
\mathbb{C}	Conjunto de los números complejos, $\mathbb{C}=\{s=a+\mathbf{i}b\mid a\in\mathbb{R},b\in\mathbb{R}\}.$
\mathbb{C}_+ , (\mathbb{C})	Conjunto de los números complejos en el semi-plano derecho (izquierdo), incluyendo el eje imaginario, i.e. $\mathbb{C}_+\stackrel{\mathrm{def}}{=}\{a+\mathbf{i}b\in\mathbb{C}\mid a\in\mathbb{R}_+,b\in\mathbb{R}\}$, (respectivamente, $\mathbb{C}\stackrel{\mathrm{def}}{=}\{a+\mathbf{i}b\in\mathbb{C}\mid a\in\mathbb{R},b\in\mathbb{R}\}$).

$$\mathbb{C}_{+}^{\circ},\,(\mathbb{C}_{-}^{\circ}) \qquad \qquad \text{Interior de } \mathbb{C}_{+},\,\text{i.e. } \mathbb{C}_{+}^{\circ} \stackrel{\text{def}}{=} \{a+\mathbf{i}b \in \mathbb{C} \mid a,b \in \mathbb{R}, a>0\},\,\text{(respectivamente, el interior de } \mathbb{C}_{-},\,\text{i.e. } \mathbb{C}_{-}^{\circ} \stackrel{\text{def}}{=} \{a+\mathbf{i}b \in \mathbb{C} \mid a,b \in \mathbb{R}, a<0\}).$$



Cardinalidad

|A| o #ACardinalidad del conjunto A.

8.3. Aritmética

Operadores Aritméticos

a + bAdición de a y b. Sustracción de b a a. a - b $a \cdot b$ Multiplicación de a y b. a/b, $a \div b$, $\frac{a}{b}$ División de a por b. Negativo del número a. -a

 $\pm a$, $\mp a$ Más o menos a, menos o más a.

(expr), [expr]La expresión *expr* entre parétesis debe ser evaluada primero.

Signos de Iqualdad

a = ba es iqual a b.

 $a \neq b$ a es distinto de b.

 $a \equiv b$ a es idéntico a b.

 $a \approx b$ a es aproximadamente iqual a b.

 $a \sim b$ a es proporcional a b. a es proporcional a b. $a \propto b$

Comparación

a < ba es menor a b. a > ba es mayor a b.

IRB2002 – Diseño de Sistemas Robóticos

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Plantilla La Expara Informes

$a \leq b$	\boldsymbol{a} es menor o igual a \boldsymbol{b} .
$a \ge b$	\boldsymbol{a} es mayor o igual a \boldsymbol{b} .
$a \ll b$	\boldsymbol{a} es mucho menor a \boldsymbol{b} .
$a \gg b$	a es mucho mayor a b .



Intervalos

[a,b]	Intervalo cerrado entre a y b .
(a,b)	Intervalo abierto entre a y b .
[a,b)	Intervalo entre a y b , que incluye a a , pero no incluye a b .
(a,b]	Intervalo entre a y b , que no incluye a a , pero incluye a b .

6 Aritmética Básica de Números Complejos



$$Im(s)$$
 Parte imaginaria del complejo s . Si $s = a + ib$, entonces $Im(s) = b$.

$$s^*$$
 Complejo s conjugado. Si $s = a + ib$, entonces $s^* = a - ib$.

Magnitud del complejo s. Si
$$s = a + \mathbf{i}b$$
, entonces $|s| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\angle s$$
 Angulo del complejo s . Si $s = a + \mathbf{i}b$, entonces $\angle s = \arctan(b/a)$.



8.4. Cálculo

Secuencias y series

$\sum_{i=1}^{n} a_i$	Sumatoria de los elementos a_i desde $i=1$ hasta $i=n$, es decir a_1+a_2+
----------------------	--------------------------------------------------------------------------------

$$\cdots + a_{n-1} + a_n.$$

$$\sum_{i \in I} a_i$$
 Sumatoria de los elementos a_i tales que $i \in I$.

$$\prod_{i=1}^n a_i$$
 Multiplicatoria de los elementos a_i desde $i=1$ hasta $i=n$, es decir $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6$

$$\dots \cdot a_{n-1} \cdot a_n$$

$$\prod_{i \in I} a_i$$
 Multiplicatoria de los elementos a_i tales que $i \in I$.

$$(a_n)$$
 Secuencia de elementos a_0, a_1, a_2, \ldots

$$a_n \to a$$
 La secuencia a_n tiende a a .

Funciones

 $f: A \to B$ La función f mapea el conjunto A al conjunto B.

 $f: x \mapsto y$ La función f mapea el elemento x al elemento y.

f(x) Imagen del elemento x bajo la función f.

 $f(\cdot)$ El argumento · de la función f es un comodín que debe ser reemplazado por

algo posteriormente.

 f^{-1} Es la función inversa de f.

 $f \circ g$ Composición de las funciones $f \neq g$.

8.5. Algebra Lineal y Geometría

Geometría Elemental

 \overline{AB} Segmento entre los puntos A y B.

 \overline{AB} Largo del segmento entre los puntos A y B.

 \vec{AB} Vector entre los puntos $A \neq B$.

 $\angle ABC$ Angulo entre los segmentos $BA \neq BC$.

 $\triangle ABC$ Triángulo con vértices A, B y C.

 $\Box ABCD$ Cuadrilátero con vértices $A, B, C \neq D$.

 $\ell_1 \parallel \ell_2$ Líneas ℓ_1 y ℓ_2 son paralelas.

 $\ell_1 \not\parallel \ell_2$ Líneas ℓ_1 y ℓ_2 no son paralelas.

 $\ell_1 \perp \ell_2$ Líneas ℓ_1 y ℓ_2 son perpendiculares.

Vectores y Matrices

 $[v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_n]$ Vector fila de elementos v_1, v_2, \ldots, v_n .

 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} \text{ Matriz de elementos } a_{ij} \text{ en la fila } i \text{ y columna } j,$ de m filas y n columnas.

Cálculo Vectorial

 $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w}$ Producto punto entre los vectores $\mathbf{v} \cdot \mathbf{y} \cdot \mathbf{w}$.

 $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ Producto cruz entre los vectores $\mathbf{v} \cdot \mathbf{q} \cdot \mathbf{w}$.

 \mathbf{v}^T La letra T superscrita denota transposición del vector \mathbf{v} .

 $\|\mathbf{v}\|$ Norma del vector \mathbf{v} .

 $\hat{\mathbf{v}}$ Vector \mathbf{v} normalizado.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

Cálculo Matricial

 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ Producto de las matrices $\mathbf{A} \ \mathbf{y} \ \mathbf{B}$.

 \mathbf{A}^T La letra T superscrita denota transposici'on de la matriz \mathbf{A} .

 \mathbf{A}^{-1} Inversa de la matriz \mathbf{A} .

 $|\mathbf{A}|$ Determinante de la matriz \mathbf{A} .

 $\|\mathbf{A}\|$ Norma de la matriz \mathbf{A} .



8.6. Combinatórica

Combinatórica Elemental

n! Factorial de n, $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$.

 $\binom{n}{k}$ Coeficiente binomial k de n, es el número de combinaciones de k elementos

elegidos de un total de n elementos sin repetición.

8.7. Probabilidades y Estadística

Probabilidades y Estadística Elementales

P(A) Probabilidad del evento A.

P(A|B) Probabilidad condicional del evento A dado el evento B.

E(X) Valor esperado de la variable aleatoria X.

V(X) Varianza de la variable aleatoria X.

 $\mu(X)$ Media de la variable aleatoria X.

 $\sigma(X)$ Desviación estándar de la variable aleatoria X.

 $\sigma^2(X)$ Varianza de la variable aleatoria X.

 $\sigma(X,Y)$ Covarianza de las variables aleatorias X e Y.

 $\rho(X,Y)$ Correlación de las variables aleatorias X e Y.

 $X \sim F$) La variable aleatoria X tiene distribución F.

 $X \approx F$) La variable aleatoria X tiene distribución aproximadamente F.

 \overline{x} Promedio de los valores x_1, x_2, \dots, x_n .

8.8. Lógica

Operadores

 $A \wedge B$ Proposición A y proposición B.

 $A \vee B$ Proposición A o proposición B, o ambas.

 $A \oplus B$ Ya sea la proposición A o la proposición B, pero no ambas. Este operador

es el llamado "o exclusivo".

 $\sim A$, \overline{A} , $\neg A$ La proposición A negada ("no A").

 $A \Rightarrow B$ La proposición A implica de B.

 $A \Leftrightarrow B$ La proposición A implica B y viceversa.

Cuantificadores

 $\forall x$ Para todo x.

 $\exists x$ Existe al menos un elemento x.

 $\exists ! x$ Existe exactamente un elemento x.

 $\nexists x$ No existe un elemento x.

Símbolos de Deducción

⇒ ← Contradicción.

A : B La proposición A es verdadera, por lo tanto B es verdadera.

A : B La proposición A es verdadera, porque B es verdadera.

■, □ q.e.d. (fin de la demostración).

- 1. Q1: This is bold underlined text.
- 2. Q2
- 3. Q3



9. Algunas cosas de la plantilla antigua...

En las siguientes subsecciones se muestra principalmente por motivos históricos varias cosas que formaban parte de la plantilla antigua. En principio nada de lo que está en esta sección debiese ser utilizado en las versiones finales de los apuntes. Sin embargo, hay algunos trucos que pueden ser interesantes, commo el ejemplo de cómo hacer listas enumeradas que parten con la numeración de la lista anterior, y cómo hacer una plantilla de manual.



9.1. Ejemplo de listas enumeradas que parten con la numeración de la lista anterior

Una primera lista enumerada

- 1. Q1 Vea la sección ??. La variable x sumada a la y resulta en x + y.
- 2. Q2
- 3. Q3

Una segunda lista enumerada continuando desde la anterior

- 4. Q4
- 5. Q5
- 6. Q6

9.2. Algunos Ejemplos Enmarcados con Recuadros

Estos Ejemplos con Recuadros *Boxed Examples* siguen el formato empleado en la plantilla antigua. No use esta manera de hacer recuadros en los documentos nuevos. Para hacer ejemplos enmarcados en recuadros, por favor utilice las indicaciones presentadas en la sección 4..

Ejemplo 9.1

 $X \equiv \text{toss a coin } (\leftarrow \text{this is the } process).$

 $x_0 = \mathsf{head}$

 $x_1 = tail$

Ejemplo 9.2

 $X \equiv \text{draw some number of candies with a spoon.}$

 $P(X=x_i)=\frac{n_i}{N}$ where n_i is the number of times the amount x_i was drawn, $i=1,2,\ldots I$.

Pontificia Universidad Católica de Chile



Algunas Definiciones Enmarcadas con Recuadros

Estas Definciones Emarcadas Boxed Definitionss siquen el formato empleado en la plantilla antiqua. No use esta manera de hacer recuadros en los documentos nuevos. Para hacer definiciones enmarcadas en recuadros, por favor utilice las indicaciones presentadas en la sección 2..

Probability Law

$$\sum_{i=1}^{\infty} P(x_i) = 1, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$
 (4)

Probabilidades no-condicionadas individuales (unconditional individual probabilities)

$$P(x_i) = \frac{n_{X_i}}{N}, \qquad i = 1, \dots, I$$

$$P(y_j) = \frac{n_{Y_j}}{N}, \qquad j = 1, \dots, I$$
(5)

$$P(y_j) = \frac{n_{Y_j}}{N}, \qquad j = 1, \dots, I$$
 (6)

Something in the air.

Appendix: Robot Design and Engineering

Este es un ejemplo de como incluir un apéndice y la estructura estándar de un manual de software.

10. General Background

11. Procedure

12. Function Reference

12.1. zfunction

Purpose Compute something.

Syntax zfunction(args)

Description This function computes something using the $\alpha(X)$ algorithm.

 $\alpha(X,Y) \mapsto \alpha(X)\alpha(Y)$ (7)

Arguments v_1 The value of the first argument.

 v_2 The value of the second argument.

:

 v_n The value of the n-th argument.

Examples Applying zfunction to three arguments cannot be shown here. Do not use

a "verbatim" environment nor "verb" within any "fref" environment command, such as "fpurp", "fex", etc. Instead make a direct declaration of a "minipage" environment within the "fref" environment and place the verbatim text within

the minipage.

Discussion There is nothing to discuss.

See Also recfunc, strangefunction

Plantilla La Expara Informes

References See the work by Batwing in [1] and references therein for details on the

derivation.

Implementation Notes

This is an example of a custom-defined field. It relies on the Deawfulization method to revert the uglyness of the complex expressions.

Some other things can be subjectless if they are continuations.

Verbatim Space Must use begin(verbatim) and end(verbatim) to produce verbatim text.

Note the other commands do not accept verbatim text!



12.2. recfunc

Examples Consider the Zetino basis, Z, given in the example for the function zfunction

on page 25. Additionally, suppose that $Z_6=[f_1,f_2]=0$, then the Zetino algebra can be expressed in terms of the following 3-dimensional basis of independent Zetino products, in terms of which z4 is expressed (see the example

for the function zfunction on page 25):

Salut! Carambola

Is the problem of creating something literally #0? &\$!* stupid!

Alobmarac

Is the problem of inverting something totally silly!

Purpose Calcular Pitagoras.

Syntax c(a,b)

Description This function computes something using the $\alpha(X)$ algorithm.

 $c(a,b) = a^2 + b^2 (8)$

Arguments v_1 The value of the first argument.

 v_2 The value of the second argument.

 v_n The value of the n-th argument.

:

© Escuela de Ingeniería - Miguel Torres.