Ficha 4

Algoritmos sobre Grafos

Algoritmos e Complexidade
LEI / LCC / LEF

Encontra-se em `https://codeboard.io/projects/301404/summary` um projecto onde poderá experimentar as soluções.

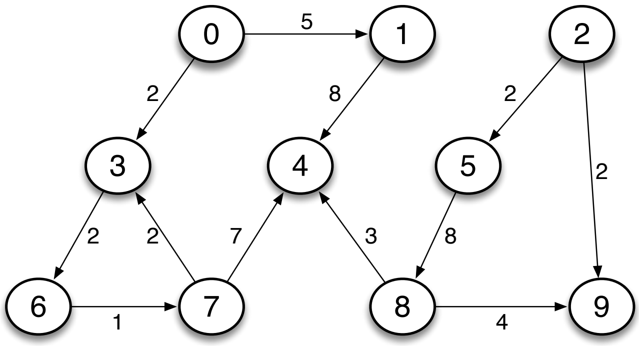
1 Representações

Considere os seguintes tipos para representar grafos.

```
#define NV ...

typedef struct aresta {
int dest; int custo;
struct aresta *prox;
} *LAdj, *GrafoL [NV];

typedef int GrafoM [NV][NV];
```



Estas definições, bem como do grafo apresentado, estão disponíveis na seguinte página.
Para cada uma das funções descritas abaixo, analize a sua complexidade no pior caso.

1. Defina a função `void fromMat (GrafoM in, GrafoL out)` que constrói o grafo `out` a partir do grafo `in`. Considere que `in[i][j] == 0` sse **não existe** a aresta $i \longrightarrow j$.

2. Defina a função `void inverte (GrafoL in, GrafoL out)` que constrói o grafo `out` como o inverso do grafo `in`.

3. O grau de entrada (saída) de um grafo define-se como o número máximo de arestas que têm como destino (origem) um qualquer vértice. O grau de entrada do grafo acima é 3 (correspondente ao grau de entrada do vértice 4).

   Defina a função `int inDegree (GrafoL g)` que calcula o grau de entrada do grafo.

4. Uma coloração de um grafo é uma função (normalmente representada como um array de inteiros) que atribui a cada vértice do grafo a sua *côr*, de tal forma que, vértices adjacentes (i.e., que estão ligados por uma aresta) têm cores diferentes.

   Defina uma função `int colorOK (GrafoL g, int cor[])` que verifica se o array `cor` corresponde a uma coloração válida do grafo.

5. Um homomorfismo de um grafo `g` para um grafo `h` é uma função f (representada como um array de inteiros) que converte os vértices de `g` nos vértices de `h` tal que, para cada aresta $a \longrightarrow b$ de `g` existe uma aresta $f(a) \longrightarrow f(b)$ em `h`.

   Defina uma função `int homomorfOK (GrafoL g, GrafoL h, int f[])` que verifica se a função `f` é um homomorfismo de `g` para `h`.

2 Travessias

Considere as seguintes definições de funções que fazem travessias de grafos.

```
int DF (GrafoL g, int or,
        int v[],
        int p[],
        int l[]){
    int i;
    for (i=0; i<NV; i++) {
        v[i]=0;
        p[i] = -1;
        l[i] = -1;
    }
    p[or] = -1; l[or] = 0;
    return DFRec (g,or,v,p,l);
}
int DFRec (GrafoL g, int or,
        int v[],
        int p[],
        int l[]){
    int i; LAdj a;
    i=1;
    v[or]=-1;
    for (a=g[or];
         a!=NULL;
         a=a->prox)
      if (!v[a->dest]){
         p[a->dest] = or;
         l[a->dest] = 1+l[or];
         i+=DFRec(g,a->dest,v,p,l);
      }
    v[or]=1;
    return i;
}
```

```
int BF (GrafoL g, int or,
        int v[],
        int p[],
        int l[]){
   int i, x; LAdj a;
   int q[NV], front, end;
   for (i=0; i<NV; i++) {
      v[i]=0;
      p[i] = -1;
      l[i] = -1;
   }
   front = end = 0;
   q[end++] = or; //enqueue
   v[or] = 1; l[or]=0; p[or]=-1; //redundante
   i=1;
   while (front != end){
      x = q[front++]; //dequeue
      for (a=g[x]; a!=NULL; a=a->prox)
         if (!v[a->dest]){
            i++;
            v[a->dest]=1;
            p[a->dest]=x;
            l[a->dest]=1+l[x];
            q[end++]=a->dest; //enqueue
         }
   }
    return i;
}
```

Usando estas funções ou adaptações destas funções, defina as seguintes.

1. A distância entre dois vértices define-se como o comprimento do caminho mais curto