Teste 1 – 2021

≃13

1ª ocorrência de nº ímpar e retorna o índice

(1)

```
int firstOdd (int v[], int N) {
    // pre: N>=0

    int i =0;
    while (i<N && v[i] %2==0) i++;
    if (i==N) r = -1;
    else r = i;

    // pos: (r==-1 && forall_{0≤k<N} v[k] %2 == 1) ||
            (0≤r<N && forall_{0≤k<r} v[k]%2 ==0 && v[r] %2==1)

    return r;
}
```

→ n existe ímpar em v

	0	1	2	3	N=4
v	10	4	7	5	

i=0, i=1 (par); i=2, i≠N, r=2 (ímpar)

i	r	v[i]
0	0	10
1	0	4
2	2	7

Pela tabela
- Vemos que a cada i listado, as i-1 listas tem v[i-1] elems pares e 0≤i<N

1.

2. $\boxed{\text{Invariante: } 0 \le r < N \ \&\& \ \text{forall}_{\{0\le k<i\}}\ v[k] \% 2 == 0}$

~~Possível I: (r==-1 && forall_{0≤k<i} v[k] %2 ==1) || (forall_{0≤k<i} v[k] %2 == 0 && v[i] %2 ==1 && 0≤r<N)~~

→ Provar $\boxed{\text{Init}}$

~~{N>=0} i=0 {I}~~

~~N>=0 ⇒ (r==-1 && forall_{0≤k<0} v[k]%2==1) || (forall_{0≤k<i} v[k]%2 ... && v[0] %2 ==1~~

Falso n é garantido

→ Provar $\boxed{\text{Init}}$ ✓

$\{N>=0\}$ i=0; $\{I\}$

$N>=0 \Rightarrow 0 \le 0 < N$ && forall_$\{0\le k<0\}$ v[k] % 2 == 0 ✓

→ Provar $\boxed{\text{Util}}$ ✓

$0 \le i < N$ && forall_$\{0 \le k < i\}$ v[k] % 2 == 0

$\wedge$

(i >= N || v[i] % 2 == 1)

① ②

$\Rightarrow$ (r == -1 && forall_$\{0 <= k < N\}$ v[k] % 2 == 0) ||

(0 ≤ r < N && forall_$\{0 \le k < r\}$ v[k] % 2 == 0 && v[r] % 2 == 1)

Caso ① i >= N e 0 ≤ i < N ⇒ 0 ≤ i < N ≤ i

F F ⇒ ? = V ✓

Caso ② 0 ≤ i < N &&
forall_$\{0 \le k < i\}$ v[k] % 2 == 0 && v[i] % 2 == 1

⇓

0 ≤ r < N &&
forall_$\{0 \le k < r\}$ v[k] % 2 == 0 && v[r] % 2 == 1

} igual logo V

→ Provar $\boxed{\text{Pos}}$

{0 ≤ i < N && forall_{0 ≤ k < i} v[k] % 2 == 0 ∧ i == N && v[i] % 2 == 0

i < N ∧ i == N ⇒ F (V ∧ F ou F ∧ V)

F ⇒ ? = V ✓

{0 ≤ i < N && forall_{0 ≤ k < i} v[k] % 2 == 0 ∧ i < N && v[i] % 2 == 0 ∧ i ≠ N }

⇒ {0 ≤ i < N && forall_{0 ≤ k < i} v[k] % 2 == 0 ✓

$$\frac{\{I \wedge c \wedge i==N\}\ r=-1\ \{I\}}{}\ \text{Atr} \qquad \frac{\{I \wedge c \wedge i \neq N\}\ r=i\ \{I\}}{}\ \text{Atr}$$

$$\frac{\{I \wedge c \wedge i==N\}\ r=-1\ \{I\} \qquad \{I \wedge c \wedge i \neq N\}\ r=i\ \{I\}}{\{I \wedge c\}\ \text{if (i==N) r=-1; else r=i;}\ \{I\}}\ \text{if}$$

3. MC → quando 1º elem é ímpar

nº comparações de $v[i] \% 2 == 0$

PC → quando todos os elems são pares

ou quando todos $N-1$ elems são pares e o último é ímpar

nº comps

10	20	30

10	20	7

$$T^{PC}_{JOdd}(N) = \sum_{i=0}^{N-1} 1 = N - \cancel{1} - 0 + \cancel{1} = \underline{N} = \underline{\Theta(N)}$$

$$T^{MC}_{JOdd}(N) = \underline{1} = \underline{\Theta(1)}$$

4. <u>Caso Médio</u> - para nº acessos ao array

Assume-se a aleatoriedade do preenchimento do array

logo ser par ou ímpar tem prob $= \frac{1}{2}$

nº comparações	probabilidade
1	$\frac{1}{2}$
2	$(1-\frac{1}{2}) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
3	$(1-\frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$
4	
⋮	⋮
i	$(1-\frac{1}{2})^{i-1} \frac{1}{2}$
N	

1 num. ser ímpar ←

1 não ser e 2 ser ←

$$\Theta_{+\infty} \quad \overline{T}(N) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(1-\frac{1}{2}\right)^{i-1} \cdot i + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\right)^N \cdot N}_{PC}$$

prob. nº comparações

N comps. e ma $N-1$ é ímpar

N comps e na $N-1$ é par tb

$\overline{T}(N) = \Theta(1)$ pois ⟩ enfatizado

$\frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 + \dots$

mt provável acontecer no início

1º temos 50% chance $(\frac{1}{2})$

depois temos 75% chance $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4})$

" " 87,5% " $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8})$

(2)

```c
int elem (int x, int u[], int N){
    // pre: N>=0

    if (N==0) r=0;
    else if (x== u[0]) r=1;
        else r = elem (x, u+1, N-1);

    // pos: ((r==0 && forall_{0≤k<N} v[k] != x) || (r==1 && exists_{0≤k<N} v[k] == x)

    return r;
}
```

N==0 && r==0
ñ chega pós
pode N!=0
e r==0
Caso x=5
n [10|17|3] r=0

```c
int diferentes (int v[], int N) {
    int r=0;
    if (N!=0) {
        r = diferentes (v+1, N-1);
        if (!elem (v[0], v+1, N-1)) r++;
    }
    return r;
}
```

→ se elem der 1 !elem dá 0
se elem dá 0 !elem dá 1
> e só incrementa se if(1)

!=0 então r++

verifica se v[0] ñ ocorre mais no array v

1.

2. diferentes ñ tem MC ou PC

n° comparações x == u[0]

$$T_{diff}(N) = \begin{cases} 0 & \Leftarrow N <= 1 \\ T_{diff}(N-1) + T_{elem}(N-1) & \Leftarrow N > 1 \end{cases}$$

(se N=1 → dif(0)
→ elem(0) retorna 0
sem fazer comparações

Considera-se sempre quando

$T^{MC}_{elem}(N) = 1$

MCelem → quando x está na 1ª posição array

$T^{PC}_{elem}(N) = 1 + T_{elem}(N-1) = N$

PCelem → quando x não está nos N-1 primeiras posições, podendo ou não estar na última é indiferente

	i
$T_{elem}(N) - 1$	0
$T_{elem}(N-1) - 1$	1
⋮	⋮
$T_{elem}(N-i) - 1$	i
⋮	
$T_{elem}(1) - 1$	N
$T_{el}(0) - 0$	N

$i = N - n$

$\Rightarrow n = N-1$

$\underbrace{\sum_{i=0}^{N-1}}_{N} 1 + 0 = \underline{\underline{N}}$

Então, MC e PC decorrem da função elem, logo,

$T^{MC}_{diff}(N) = T_{diff}(N-1) + 1$

$T^{PC}_{diff}(N) = T_{diff}(N-1) + \boxed{N-1}$