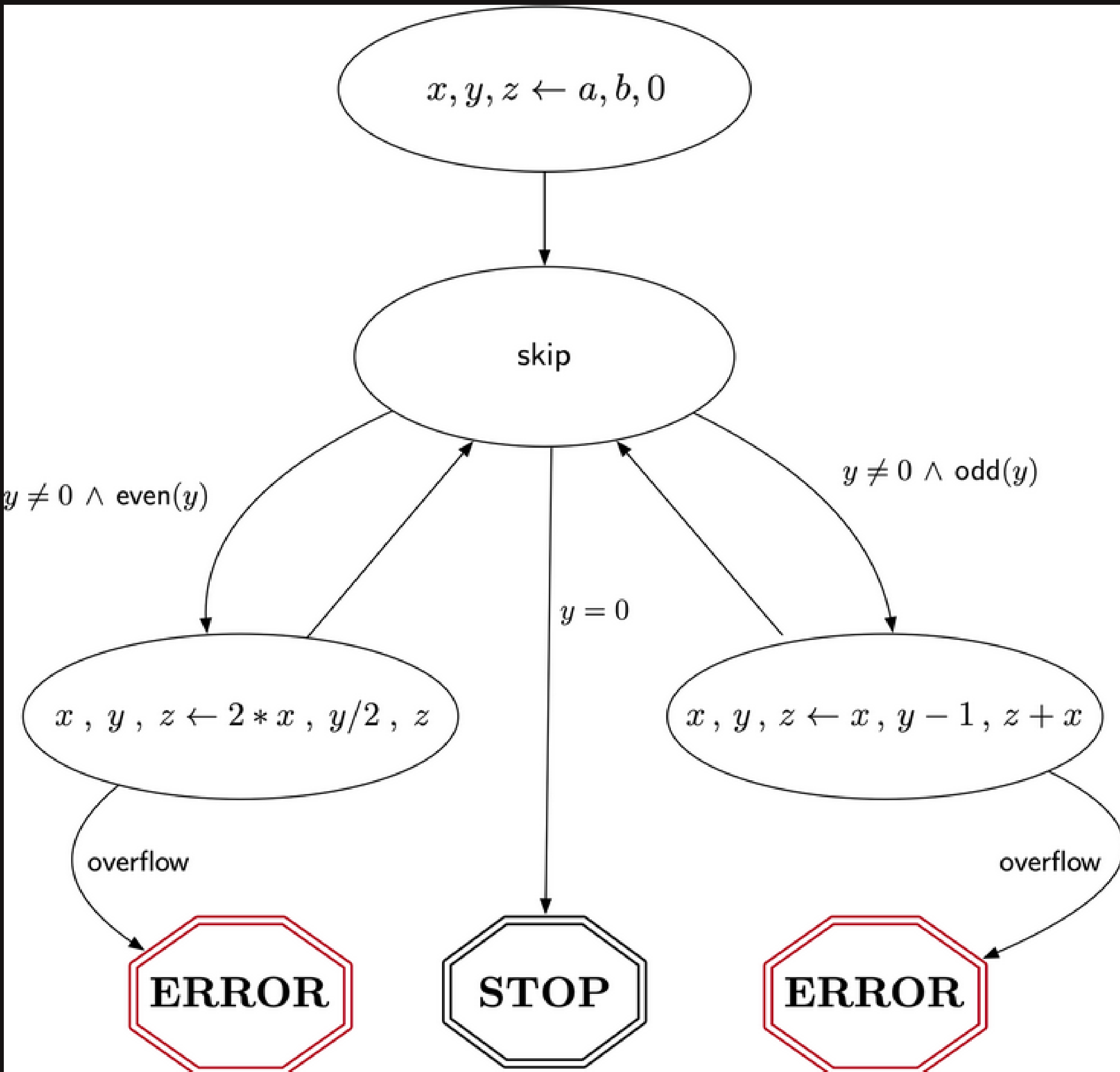
TP2

Exercício 2.1

Um programa imperativo pode ser descrito por um modelo do tipo *Control Flow Automaton* (CFA) como ilustrado no exemplo seguinte



Este programa implementa a multiplicação de dois inteiros a, b, fornecidos como "input", e com precisão limitada a n bits (fornecido como parâmetro do programa). Note-se que

- Existe a possibilidade de alguma das operações do programa produzir um erro de "overflow".
- Os *nós* do grafo representam **ações** que actuam sobre os "inputs" do nó e produzem um "output" com as operações indicadas
- Os *ramos* do grafo representam **ligações** que transferem o "output" de um nodo para o "input" do nodo seguinte. Esta transferência é condicionada pela satisfação da **condição** associada ao ramo

a. Construa um FOTS usando BitVector de tamanho n que descreva o comportamento deste autómato. Para isso identifique as *variáveis* do modelo, o *estado inicial* e a *relação de transição*.
b. Verifique se P $\equiv (x * y + z = a * b)$ é um *invariante* deste comportamento.

> A terminologia neste tipo de modelo varia consoante os autores. Outras designações para "ações" são "modos" ou "locais". As ligações ("links") também se designam por "switchs" e as condições a elas associadas também se designam por "jumps".

Exercício 2.2

O Conway's Game of Life é um exemplo bastante conhecido de um autómato celular . Neste problema vamos modificar as regras do autómato da seguinte forma

a. O espaço de estados é finito definido por uma grelha de células booleanas (morta=0/viva=1) de dimensão $N \times N$ (com $N > 3$) identificadas por índices $(i, j) \in \{1..N\}$. Estas N^2 células são aqui referidas como "normais".
b. No estado inicial todas as células normais estão mortas excepto um quadrado 3×3, designado por "centro", aleatoriamente posicionado formado apenas por células vivas.

c. Adicionalmente existem $2N+1$ "células da borda" que correspondem a um dos índices, i ou j, ser zero. As células da borda têm valores constantes que, no estado inicial, são gerados aleatoriamente com uma probabilidade ρ de estarem vivas.
d. As células normais o autómato modificam o estado de acordo com a regra "B3/S23": i.e. a célula *nasce* (passa de 0 a 1) se tem exatamente 3 vizinhos vivos e *sobrevive* (mantém-se viva) se o número de vizinhos vivos é 2 ou 3, caso contrário morre ou continua morta.

A célula (i_0, j_0) e (i_1, j_1) são vizinhas sse $(i_0 - i_1 = \pm 1) \lor (j_0 - j_1 = \pm 1)$

Pretende-se:

a. Construir uma máquina de estados finita que represente este autómato; são parâmetros do problema os parâmetros N, ρ e a posição do "centro".
b. Verificar se se conseguem provar as seguintes propriedades:
    i. Todos os estados acessíveis contém pelo menos uma célula viva.
    ii. Toda a célula normal está viva pelo menos uma vez em algum estado acessível.