

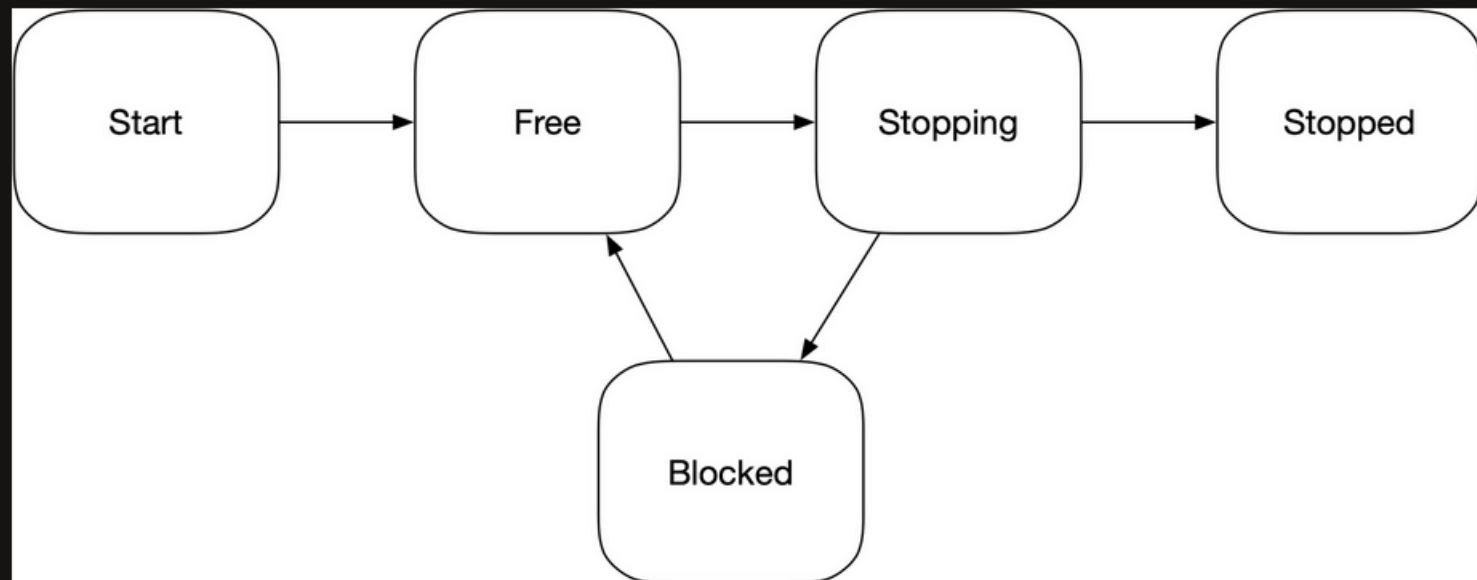
Exercício 4.1

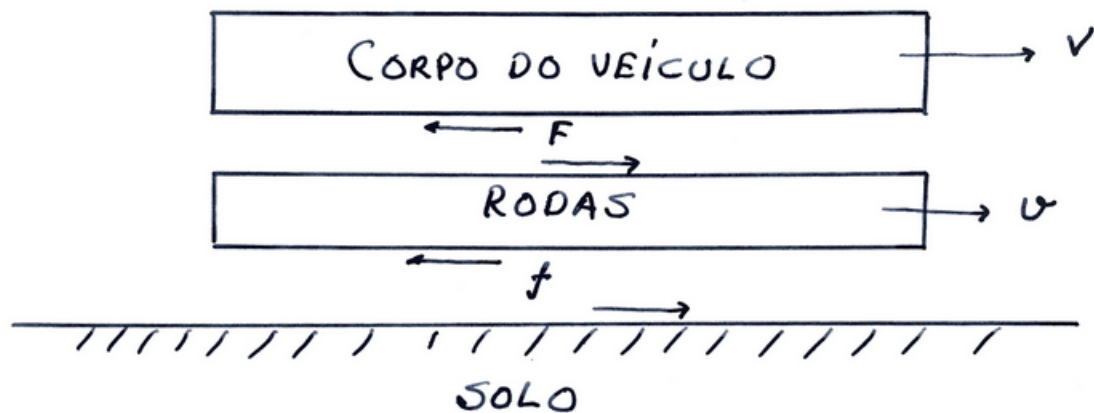
No contexto do sistema de travagem ABS (*“Anti-Lock Breaking System”*), pretende-se construir um autómato híbrido que descreva o sistema e que possa ser usado para verificar as suas propriedades dinâmicas.

- A componente discreta do autómato contém os modos: `Start`, `Free`, `Stopping`, `Blocked`, e `Stopped`.
 - o modo `Start` inicia o funcionamento com os valores iniciais das velocidades
 - no modo `Free` não existe qualquer força de travagem;
 - no modo `Stopping` aplica-se a força de travagem alta;
 - no modo `Blocked` as rodas estão bloqueadas em relação ao corpo mas o veículo move-se (i.e. derrapa) com pequeno atrito ao solo;
 - no modo `Stopped` o veículo está imobilizado.
- A componente contínua do autómato usa variáveis contínuas V, v para descrever a `velocidade do corpo` e a `velocidade linear das rodas` ambas em relação ao solo.
- Assume-se que o sistema de travagem exerce uma **força de atrito** proporcional à diferença das duas velocidades. A dinâmica contínua, as equações de fluxo, está descrita abaixo.
- Os “switchs” são a componente de projeto deste trabalho; cabe ao aluno definir quais devem ser de modo a que o sistema tenha um comportamento desejável: imobilize-se depressa e não “derrape” muito.
- É imprescindível evitar que o sistema tenha “trajetórias de Zenão”. Isto é, sequências infinitas de transições entre dois modos em intervalos de tempo que tendem para zero mas nunca alcançam zero.

Faça

1. Defina um autômato híbrido que descreva a dinâmica do sistema segundo as notas abaixo indicadas e com os "switchs" por si escolhidos.
2. Modele em lógica temporal linear LT propriedades que caracterizam o comportamento desejável do sistema. Nomeadamente
 - i. *"o veículo imobiliza-se completamente em menos de t segundos"*
 - ii. *"a velocidade V diminui sempre com o tempo".*
3. Codifique em SMT's o modelo que definiu em 1.
4. Codifique em SMT's a verificação das propriedades temporais que definiu em 2.





V - velocidade do corpo
em relação ao solo

v - velocidade linear das rodas
em relação ao solo

F - força de travagem (variável)

f - força de atrito ao solo
(constante)

Equações de Fluxo

1. Durante a travagem não existe qualquer força no sistema excepto as forças de atrito. Quando uma superfície se desloca em relação à outra, a força de atrito é proporcional à força de compressão entre elas.

2. No contacto rodas/solo a força de compressão é dada pelo o peso P que é constante e independente do modo. Tem-se $f = a P$ sendo a a constante de atrito; o valor de a depende do modo: é baixa em **Blocked** e alta nos restantes.

3. No contacto corpo/rodas, a força de compressão é a força de travagem que aqui se assume como proporcional à diferença de velocidades

$$F = c (V - v)$$

A constante de proporcionalidade c depende do modo: é elevada no modo **Stopping** e baixa nos outros.

4. As equações que traduzem a dinâmica do sistema são, em todos os modo excepto **Blocked**,

$$(\dot{V} = -F) \wedge (\dot{v} = -a P + F)$$

e, no modo **Blocked**, a dinâmica do sistema é regida por

$$(V = v) \wedge (\dot{v} = -a P)$$

6. Tanto no modo **Blocked** como no modo **Free** existe um “timer” que impede que o controlo aí permaneça mais do que τ segundos. Os $\text{switch}(V, v, t, V', v', t')$ nesses modos devem forçar esta condição.

7. Todos os “switchs” devem ser construídos de modo a impedir a existência de trajetórias de Zenão.

8. No instante inicial o modo é **start** e tem-se $V = v = V_0$. A velocidade V_0 é “input” do problema.

Exercício 4.2

O programa Python seguinte implementa o algoritmo de *bubble sort* para ordenação *in situ* de um array de inteiros `seq`.

```
1 seq = [-2,1,2,-1,4,-4,-3,3]
2 changed = True
3 while changed:
4     changed = False
5     for i in range(len(seq) - 1):
6         if seq[i] > seq[i+1]:
7             seq[i], seq[i+1] = seq[i+1], seq[i]
8             changed = True
9 pass
```

1. Defina a pré-condição e a pós-condição que descrevem a especificação deste algoritmo.
2. O ciclo `for` pode ser descrito por uma transição $\text{seq} \leftarrow \text{exp}(\text{seq})$. Construa uma relação de transição $\text{trans}(\text{seq}, \text{seq}')$ que modele esta atribuição.
3. Usando a técnica que lhe parecer mais conveniente verifique a correção do algoritmo.