logo_dc.jpg

Trabajo practico 1

9 de mayo de 2024

Algoritmos y estructuras de datos

Grupo: LEQNFVIO

Integrante	LU	Correo electrónico
Festa, Bruno Alejandro	690/23	brunofesta2004@gmail.com
Tocto, Anthony Armando	342/22	armando.ddvv@gmail.com
Barg Oyanguren, Ciro	597/23	cirobargoyanguren@gmail.com
Zapata, Juan Francisco	1191/23	juanfzapata123@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja) Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

$$\label{eq:fax: problem} \begin{split} & \text{Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300} \\ & \text{http://www.exactas.uba.ar} \end{split}$$

logo_uba.jpg

1. Ejercicio 1

```
proc redistibucionDeLosFrutos (in recursos:seq(\mathbb{R}), in cooperan:seq(\mathsf{Bool})): \mathbb{R}
                   requiere \{|cooperan| = |recursos|\}
                   requiere \{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |recursos| \longrightarrow_L recursos[i] \ge 0\}
                   asegura \{(\exists L : seq\langle \mathbb{R} \rangle)(esListaDeRecursosAntesDelFondoComun(recursos, cooperan, L) \land_L res = L)\}
                   pred esDisribucionDeRecursos (cooperan : seq\langle bool \rangle, recursos : seq\langle \mathbb{R} \rangle, L : seq\langle \mathbb{R} \rangle) {
                                (\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |L| \longrightarrow_L \text{ if } cooperan[i] = \text{true then } L[i] = \frac{fondoComun(recursos, cooperan)}{|recursos|}
                                else L[i] = \frac{fondoComun(recursos,cooperan)}{|recursos|} + recursos[i]) fi
                   }
                   aux fondoComun (In recursos: \mathbb{R}, In cooperan: Bool): \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|recursos|-1} \text{if } (cooperan[i] = \text{true}) \text{ then } recursos[i] \text{ else } 0 \text{ fi};
                  Ejercicio 2
2.
proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo (inout trayectoria : <math>seq\langle \mathbb{R} \rangle, in cooperan: seq\langle Bool \rangle,
in apuestas : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in eventos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle\rangle :
                   requiere \{|cooperan| = |trayectoria| = |eventos| = |pagos| = |apuestas|\}
                   \texttt{requiere}~\{(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |apuestas| \longrightarrow_L \sum_{k=0}^{|apuestas[i]|} \texttt{apuestas[i][k]} = 1)\}
                   \texttt{requiere} \; \{ (\forall i, e : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |pagos| \land 0 \leq e < |pagos[i]| \longrightarrow_L pagos[i][e] > 0) \}
                   requiere \{(\forall i, e : \mathbb{Z})(0 \le i < |trayectoria| \land 0 \le e < |trayectoria[i]| \longrightarrow_L trayectoria[i][e] > 0)\}
                   asegura \{(\forall individuo, nroDeEvento: \mathbb{Z})(0 \leq individuo < | recursos | \land 0 < nroDeEvento \}\}
                   <|cooperan| \longrightarrow_L (\exists Lista: seq \langle \mathbb{R} \rangle) (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun (individuo, nroDeEvento, pagos, apuesDeDistribuirElFondoComun (individuo, nroDeEvento, nro
                   , trayectoria, cooperan) \land trayectoria[individuo][nroDeEvento] = Lista[individuo]))\}
                   pred esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun (individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuesta
                   seg\langle seg\langle \mathbb{R} \rangle \rangle,
                   listaDistribuida:seq\langle\mathbb{R}\rangle, trayectoriaseq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, cooperan seq\langle\mathsf{Bool}\rangle) {
                                (\exists listaDeRecursosActualizada: seq(\mathbb{R}))(esListaDeRecursosActualizada(listaDeRecursosActualizada, individuo,
                                nroDeEvento, trayectoria, pagos, apuestas) \land_L esListaDeRecursosAntesDelFondoComun (cooperan, listaDeRecursosAntesDelFondoComun (cooperan, listaDeRecursos
                                , listaDistribuida)
                   }
                   pred esListaDeRecursosActualizada (lista : seq\langle\mathbb{R}\rangle, individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, trayectoria: seq\langle\mathbb{R}\rangle, pagos :
                   seg\langle seg\langle \mathbb{R} \rangle \rangle, apuesta seg\langle seg\langle \mathbb{R} \rangle \rangle) {
                                lista[individuo] = calculoIndividual(individuo, nroDeEvento, trayectoria, pagos, apuestas)
                   aux calculoIndividual (individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, trayectoria : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuestas :
                   seq\langle seq\langle \mathbb{R} \rangle \rangle ): \mathbb{R} = trayectoria[individuo][nroDeEvento-1]*pagos[individuo][nroDeEvento]*
                   apuestas[individuo][nroDeEvento];
                   pred esDisribucionDeRecursos (cooperan : seq\langle bool \rangle, recursos : seq\langle \mathbb{R} \rangle, L : seq\langle \mathbb{R} \rangle) {
                                (\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |L| \longrightarrow_L \text{ if } cooperan[i] = \text{true then } L[i] = \frac{fondoComun(recursos, cooperan)}{|recursos|}
                                else L[i] = \frac{fondoComun(recursos, cooperan)}{|recursos|} + recursos[i]) fi
                   }
                   aux fondoComun (In recursos : \mathbb{R}, In cooperan : Bool) : \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|recursos|-1} \text{if } (cooperan[i] = \text{true}) \text{ then } recursos[i] \text{ else } 0 \text{ fi};
```

3. Ejercicio 3

```
proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria: seq\langle \mathbb{R} \rangle): Bool
                       requiere \{|T| \geq 2\}
                       requiere \{res = false\}
                       asegura \{Res = \text{true} \iff (\exists j : \mathbb{Z})((0 \le j < |T|) \land_L ((|T| \le 2) \land Distintos(T)) \lor \}
                       ((j=0) \land primerElemEsMaximo(T) \land esUnicoMaximoLocal(T,j)) \lor
                       ((j = |T| - 1) \land ultimoElemEsMaximo(T) \land esUnicoMaximoLocal(T, j)) \lor
                       (esMaximoLocal(T, j) \land esUnicoMaximoLocal(T, j)))
                       pred primerElemEsMaximo (T:seq\langle\mathbb{R}\rangle) {
                                      T[0] > T[1]
                       pred ultimoElemEsMaximo (T:seq\langle\mathbb{R}\rangle) {
                                      T[|T|-1] > T[|T|-2]
                       pred esMaximoLocal (T:seq\langle \mathbb{R}\rangle, j:\mathbb{Z}) {
                                      T[j-1] < T[j] \land T[j] > T[j+1]
                       pred esUnicoMaximoLocal (T:seq\langle \mathbb{R}\rangle, j:\mathbb{Z}) {
                                      \neg(\exists i: \mathbb{Z})((1 \leq i < |T| - 1) \land_L (i \neq j) \land esMaximoLocal(T, i))
                       pred distintos (T:seq\langle\mathbb{R}\rangle) {
                                      T[0] \neq T[1]
                      Ejercicio 4
4.
proc individuoDecideSiCooperarONo (in individuo : N, in recursos : <math>seq\langle R \rangle, inout cooperan : seq\langle Bool \rangle, in apuestas : seq\langle R \rangle,
in pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in eventos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle)
                      requiere \{(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |apuestas| \longrightarrow_L \sum_{k=0}^{|apuestas[i]|} apuestas[i][k] = 1)\}
                       requiere \{|cooperan| = |recursos| = |eventos| = |pagos| = |apuestas|\}
                       requiere \{0 \le individuo < |recursos|\}
                       requiere \{(\forall i, e : \mathbb{Z})(0 \le i < |pagos| \land 0 \le e < |pagos[i]| \longrightarrow_L pagos[i][e] > 0)\}
                       requiere \{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |recursos| \longrightarrow_L recursos[i] > 0\}
                       asegura \{(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |recursos| \longrightarrow_L (\exists listaFinalDeRecursosSiCoopera: seq\langle \mathbb{R} \rangle)\}
                       (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos| -1, pagos, apuestas, listaFinalDeRecursosSiCoopera, pagos, apuestas, apuesta
                       setAt(cooperan, individuo, true))
                       asegura \{(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |recursos| \longrightarrow_L (\exists listaFinalDeRecursosSiNOCoopera: seq\langle \mathbb{R} \rangle)\}
                       (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos|-1, pagos, apuestas, listaFinalDeRecursosSiNOCoopera, | established (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos|-1, pagos, apuestas, listaFinalDeRecursoSiNOCoopera, | established (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos|-1, pagos, apuestas, listaFinalDeRecursoSiNOCoopera, | established (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos|-1, pagos, apuestas, listaFinalDeRecursoSiNOCoopera, | established (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, | eventos|-1, pagos, apuestas, established (established (establi
                       setAt(cooperan, individuo, false))
                       asegura \{if\ (listaFinalDeRecursosSiCoopera[individuo] \leq listaFinalDeRecursosSiNOCoopera[individuo] \}
```

pred esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun (individuo : \mathbb{Z} , nroDeEvento : \mathbb{Z} , pagos : $seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle$, apuesta

 $(\exists listaDeRecursosActualizada: seq(\mathbb{R}))(esListaDeRecursosActualizada(listaDeRecursosActualizada, individuo,$

then (cooperan[individuo] = false) else (cooperan[individuo] = true) fi))}

 $seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle$, listaDistribuida: $seq\langle \mathbb{R}\rangle$, trayectoria $seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle$, cooperan $seq\langle \mathsf{Bool}\rangle\rangle$ {

```
}
          pred esDisribucionDeRecursos (cooperan : seq\langle bool \rangle, recursos : seq\langle \mathbb{R} \rangle, L : seq\langle \mathbb{R} \rangle) {
                (\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |L| \longrightarrow_L \text{ if } cooperan[i] = \text{true then } L[i] = \frac{fondoComun(recursos, cooperan)}{|recursos|}
                else L[i] = \frac{fondoComun(recursos,cooperan)}{|recursos|} + recursos[i]) fi
          }
          \texttt{aux fondoComun} \ (\texttt{In recursos} : \mathbb{R}, \texttt{In cooperan} : \texttt{Bool}) : \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|recursos|-1} \mathsf{if} \ (cooperan[i] = \mathsf{true}) \ \mathsf{then} \ recursos[i] \ \mathsf{else} \ 0 \ \mathsf{fi} \ ;
          pred esListaDeRecursosActualizada (lista : seq\langle\mathbb{R}\rangle, individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, trayectoria: seq\langle\mathbb{R}\rangle, pagos :
          seg\langle seg\langle \mathbb{R} \rangle \rangle, apuesta seg\langle seg\langle \mathbb{R} \rangle \rangle) {
                lista[individuo] = calculoIndividual(individuo, nroDeEvento, trayectoria, pagos, apuestas)
         Ejercicio 5
proc individuoActualizaSuApuesta (in individuo: \mathbb{N}, in recursos: seq\langle\mathbb{R}\rangle, in cooperan: seq\langle\mathsf{Bool}\rangle, inout apuestas: seq\langle\mathbb{R}\rangle,
in pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, in eventos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle)
\text{requiere } \{(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |apuestas| \longrightarrow_L \sum_{k=0}^{|apuestas[i]|} \text{apuestas}[i][k] = 1)\}
          requiere \{|cooperan| = |recursos| = |eventos| = |pagos| = |apuestas|\}
          requiere \{0 \le individuo < |recursos|\}
          requiere \{(\forall i, e : \mathbb{Z})(0 \le i < |pagos| \land 0 \le e < |pagos[i]| \longrightarrow_L pagos[i][e] > 0)\}
          requiere \{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |recursos| \longrightarrow_L recursos[i] \ge 0\}
          asegura \{(\exists listaDeRecursosQueMaximizaGananciasDeIndividuo, mejorApuesta: seq \langle \mathbb{R} \rangle)\}
          (esApuestaValida(mejorApuesta,individuo) \land_L esListaDeApuestas(i,|eventos|,
          pagos, set At(apuestas, individuo, mejor Apuesta), lista De Recursos Que Maximiza Ganancias De Individuo, cooperan))
          \wedge_L
          \neg (\exists ListaDeRecursosCualquiera, apuestaCualquiera: seq \langle \mathbb{R} \rangle) (esApuestaValida(apuestaCualquiera, individuo) \land_L
          esMejorApuesta(apuestaCualquiera, mejorApuesta, individuo, eventos, pagos, cooperan)))}
          pred esListaDeApuestas (individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuesta seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle,
          listaDistribuida:seq\langle\mathbb{R}\rangle, trayectoriaseq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, cooperan seq\langle\mathsf{Bool}\rangle) {
                 (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |recursos| \longrightarrow_L
                esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(i, |eventos|,
                pagos, set At(apuestas, individuo, mejor Apuesta), lista De Recursos Que Maximiza Ganancias De Individuo, cooperan)
          }
          pred esApuestaValida (apuestaAVerificar : seq\langle \mathbb{R} \rangle) {
                \sum_{\text{apuestaAVerificar}[i]} \text{apuestaAVerificar}[i] = 1 \land |apuestaAVerificar| = |apuestas[individuo]|
          }
          pred esMejorApuesta (apuesta1: seq\langle \mathbb{R} \rangle, apuesta2: seq\langle \mathbb{R} \rangle, individuo: \mathbb{N}, eventos: seq\langle seq\langle \mathbb{R} \rangle \rangle, pagos: seq\langle seq\langle \mathbb{R} \rangle \rangle,
          cooperan : seq\langle \mathsf{Bool}\rangle) {
                 (\exists ListaDeRecursosApuesta1, ListaDeRecursosApuesta2: seq \langle \mathbb{R} \rangle) (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComunneter)
                 (individuo, |eventos|, pagos, apuesta1, ListaDeRecursosApuesta1, cooperan)
                 \land (esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun(individuo, | eventos|, pagos, apuesta2)
                 , ListaDeRecursosApuesta2, cooperan) \land
                ListaDeRecursosApuesta1[individuo] \ge ListaDeRecursosApuesta2[individuo])
```

5.

}

```
pred esListaDespuesDeDistribuirElFondoComun (individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuesta
         seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle,
         lista
Distribuida:seq\langle\mathbb{R}\rangle, trayectoriaseq\langle seq\langle\mathbb{R}\rangle\rangle, cooperan seq\langle\mathsf{Bool}\rangle) {
                      (\exists listaDeRecursosActualizada: seq \langle \mathbb{R} \rangle) (esListaDeRecursosActualizada(listaDeRecursosActualizada, individuo, listaDeRecursosActualizada)) (esListaDeRecursosActualizada) (esListaDeRecursosActualizada) (esListaDeRecursosActualizada)) (esListaDeRecursosActualizada) (esListaD
                      nroDeEvento, trayectoria, pagos, apuestas) \land_L esListaDeRecursosAntesDelFondoComun
                      (cooperan, listaDeRecursosActualizada, listaDistribuida)
         }
         pred esListaDeRecursosActualizada (lista : seq\langle\mathbb{R}\rangle, individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, trayectoria: seq\langle\mathbb{R}\rangle, pagos :
         seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuesta seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle) {
                      lista[individuo] = calculoIndividual(individuo, nroDeEvento, trayectoria, pagos, apuestas)
         aux calculoIndividual (individuo : \mathbb{Z}, nroDeEvento : \mathbb{Z}, trayectoria : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, pagos : seq\langle seq\langle \mathbb{R}\rangle\rangle, apuestas :
         seq\langle seq\langle \mathbb{R} \rangle \rangle ): \mathbb{R} = trayectoria[individuo][nroDeEvento-1]*pagos[individuo][nroDeEvento]*
         apuestas[individuo][nroDeEvento];
         pred esDisribucionDeRecursos (cooperan : seq\langle bool \rangle, recursos : seq\langle \mathbb{R} \rangle, L : seq\langle \mathbb{R} \rangle) {
                      (\forall i : \mathbb{Z})(0 \le i < |L| \longrightarrow_L \text{ if } cooperan[i] = \text{true then } L[i] = \frac{fondoComun(recursos, cooperan)}{|L|}
                     else L[i] = \frac{fondoComun(recursos,cooperan)}{|recursos|} + recursos[i]) fi
         }
         aux fondoComun (In recursos: \mathbb{R}, In cooperan: Bool): \mathbb{R} = \sum_{i=0}^{|recursos|-1} \text{if } (cooperan[i] = \text{true}) \text{ then } recursos[i] \text{ else } 0 \text{ fi};
        Ejercicio 6
• P_c \equiv res = recursos \land i = 0 \land 0 \leq recursos
 Q_c \equiv res = recurso(apuesta_c * pago_c)^{apariciones(eventos,T)} * (apuesta_s * pagos_s)^{apariciones(eventos,F)}
```

6.

- $I \equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I \equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I \equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I \equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I \equiv 0 \le i \le |eventos| \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I \equiv 0 \le i \le |eventos[j] \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ final } I = 0 \le i \le |eventos[j] \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_c) \text{ final } I = 0 \le i \le |eventos[j] \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_c) \text{ final } I = 0 \le i \le |eventos[j] \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_c * pago_c) \text{ final } I = 0 \le i \le |eventos[j] \land res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else }$
- $B \equiv i < |eventos|$
- \mathbf{r} fv = |eventos| i
- $\blacksquare \{ \neg B \land I \} \longrightarrow Q_c$ $\neg (i < |eventos|) \land 0 \leq i \leq |eventos| \land res = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi} \equiv |eventos| \leq i \land i \leq |eventos| \land res = \prod_{j=0}^{|eventos|-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi} \equiv res = recurso(apuesta_c * pago_c)^{apariciones(eventos,T)} * (apuesta_s * pagos_s)^{apariciones(eventos,F)} \equiv Q_c$
- $\blacksquare P_c \longrightarrow I$ Como por P_c se tiene que i=0 en el invariante que da que $res = \prod_{j=0}^{-1} if \text{ (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi} = 0$ por otra parte como por P_c res = recursos y $0 \le recursos$ se tiene que $0 \le res$ queda que res = 0 es una Tautologia
- $\{B \wedge I\}S\{I\} \equiv (B \wedge I) \longrightarrow wp(S,I)$ Donde $S \equiv i f$ eventos[i] then

```
S_1
                                                               res := res * apuesta.c * pago.c
            else
            S_2
                                                              res := res*apuesta.s*pago.s
            endif
            S_3
                                                              i := i+1
           wp(S,I) \equiv wp(if\ eventos[i]\ Then\ res = res*apuesta.c*pago.c\ else\ res*apuesta.s*pago.s, \\ wp(i := i+1,I)) wp(S_3,I) \equiv def(i+1) \land_L 0 \leq i+1 \leq |eventos| \land res = \prod_{j=0}^{i+1-1} \text{if}\ (eventos[j])\ then\ (apuesta_c*pago_c)\ else\ (apuesta_s*pago_s)\ fi
           \operatorname{wp}(S,I) \equiv \operatorname{def}(\operatorname{eventos}[i]) \wedge_L ((\operatorname{eventos}[i] = \operatorname{True} \wedge \operatorname{wp}(S_1,\operatorname{wp}(S_3,I))) \vee (\operatorname{eventos}[i] = \operatorname{False} \wedge \operatorname{wp}(S_2,\operatorname{wp}(S_3,I))))
            wp(S,I) \equiv 0 \leq i < |eventos| \land_L((eventos[i] = True \land wp(S_1, wp(S_3, I))) \lor (eventos[i] = False \land wp(S_2, wp(S_3, I))))
            wp(S_1, wp(S_3, I)) \equiv def(res * apuesta.c * pago.c) \land_L 0 \leq i + 1 \leq |eventos| \land
            res*apuesta.c*pago.c = \prod_{i=0}^{i} if (eventos[j]) then (apuesta_c*pago_c) else (apuesta_s*pago_s) fi \equiv
            0 \leq i+1 \leq |eventos| \land
           res*apuesta.c*pago.c = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c*pago_c) \text{ else } (apuesta_s*pago_s) \text{ fi*}(apuesta.c*pago.c) \equiv (apuesta_s*pago.c) \text{ fi*}(apuesta.c*pago.c) \equiv (apuesta_s*pago.c) \text{ fi*}(apuesta.c*pago.c) \text{ fi*}
            0 \le i < |eventos| \land
           \stackrel{-}{res} = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi}
            wp(S_2, wp(S_3, I)) \equiv def(res * apuesta.s * pago.s) \land_L 0 \le i + 1 \le |eventos| \land
            res*apuesta.s*pago.s = \prod_{i=0}^{i} if (eventos[j]) then (apuesta_c*pago_c) else (apuesta_s*pago_s) fi \equiv
            0 \le i + 1 \le |eventos| \land
           res*apuesta.s*pago.s = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c*pago_c) \text{ else } (apuesta_s*pago_s) \text{ fi*}(apuesta.s*pago.s) \equiv (apuesta_s*pago_s) \text{ fi*}(apuesta.s*pago.s) \equiv (apuesta_s*pago_s) \text{ fi*}(apuesta.s*pago.s) = (apuesta_s*pago.s) = (apuesta_s*pag
            0 \leq i < |eventos| \land
           res = \prod_{i=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi}
            Ahora calculemos I \wedge B y veamos si implica lo de arriba:
            I \wedge B \equiv
           0 \le i < |eventos| \land res = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi} \equiv 0
           0 \leq i < |eventos| \land ((eventos[i] = True \land res = \prod_{j=0}^{i-1} \text{if (eventos[j]) then } (apuesta_c * pago_c) \text{ else } (apuesta_s * pago_s) \text{ fi)}
           \vee (eventos[i] = False \wedge res = \prod_{i=0}^{i-1} if (eventos[j]) then (apuesta_c * pago_c) else (apuesta_s * pago_s) fi))
            Entonces (I \wedge B) \longrightarrow wp(S, I)
Definimos la función variante como: fv = |eventos| - i
            wp(S, fv < v_0) \equiv wp(if\ eventos[i]\ Then\ res = res*apuesta.c*pago.c\ else\ res*apuesta.s*pago.s, wp(i := i+1, |eventos| - i < i-1, 
            v_0))
            wp(S, fv < v_0) \equiv wp(if\ eventos[i]\ Then\ res = res*apuesta.c*pago.c\ else\ res*apuesta.s*pago.s, |eventos| - (i+1) < v_0)
            wp(S, fv < v_0) \equiv def(eventos[i]) \land_L ((eventos[i] = True \land wp(S_1, |eventos| - i - 1 < v_0)) \lor (eventos[i] = False \land volume for eventos[i] = False \land volume
            wp(S_2, |eventos| - i - 1 < v_0)))
            wp(S_2, |eventos| - 1 - i < v_0) \equiv def(res * apuesta.s * pago.s) \land_L |eventos| - 1 - i < v_0 \equiv |eventos| - 1 - i < v_0 \equiv
            wp(S_1, |eventos| - 1 - i < v_0) \equiv def(res * apuesta.c * pago.c) \land_L |eventos| - 1 - i < v_0 \equiv |eventos| - 1 - i < v_0 \equiv
            wp(S, fv < v_0) \equiv 0 \leq i < |eventos| \land_L((eventos[i] = True \land |eventos| - 1 - i < v_0) \lor (eventos[i] = False \land |eventos| - 1 - i < v_0)))
            wp(S, fv < v_0) \equiv 0 \le i < |eventos| \land_L |eventos| - 1 - i < v_0
            Ahora calculemos I \wedge B \wedge v_0 = |eventos| - i y veamos si implica lo de arriba:
            A partir del Invariante tenemos que 0 \le i \le |eventos| \longrightarrow 0 \le i < |eventos|
            Luego usando que v_0 = |eventos| - i es verdadero se puede llegar a que v_0 - 1 < v_0 Lo cual es verdadero.
            Entonces (I \wedge B \wedge v_0 = fv) \longrightarrow wp(S, fv < v_0)
I \land fv \leq 0 \longrightarrow \neg B
```

A partir de que $fv \le 0 \equiv |eventos| - i \le 0 \equiv |eventos| \le i \equiv \neg B$