



Curso Demografía - Licenciatura en Estadística, UDELAR

Daniel Ciganda

11^{ra} Clase

26 de Septiembre de 2024

La Tabla de Mortalidad

La tabla de mortalidad es una de las herramientas centrales del análisis demográfico

Combinando varias piezas de información, resume la experiencia de la desaparición de una cohorte

Permiten el cálculo de la esperanza de vida a edad x , e_x una de las medidas resumen de la mortalidad más utilizadas:

- $e_x \rightarrow$ El número promedio de años adicionales que vivirá un sobreviviente a edad x bajo las condiciones de mortalidad expresadas en la tabla

Pueden calcularse tanto con datos longitudinales (cohorte), como para datos transversales (período), aunque estas últimas implican una serie de supuestos y son más complejas de calcular

Table 3.1: Life table for hypothetical cohort of 10 births shown in figure 3.1

Exact age x	Number left alive at age x l_x	Number dying between ages x and $x + n$ $n d_x$	Probability of dying between ages x and $x + n$ $n q_x$	Probability of surviving from age x to age $x + n$ $n p_x$	Person-years lived between ages x and $x + n$ $n L_x$	Person-years lived above age x $T_x = \sum_{a=x}^{\infty} n L_a$	Expectation of life at age x $e'_x = T_x / l_x$	Death rate in the cohort between ages x and $x + n$ $n m_x$	Average person-years lived in the interval by those dying in the interval $n a_x$
0	10	1	1/10	9/10	$9 + .07 = 9.07$	$436.79 + 9.07 = 445.86$	$\frac{445.86}{10} = 44.586$	$\frac{1}{9.07}$.07
1	9	1	1/9	8/9	$8 \cdot 4 + .22 = 32.22$	$404.57 + 32.22 = 436.79$	$\frac{436.79}{9} = 48.532$	$\frac{1}{32.22}$.22
5	8	0	0	1	$8 \cdot 5 = 40$	$364.57 + 40 = 404.57$	$\frac{404.57}{8} = 50.571$	0	—
10	8	1	1/8	7/8	$7 \cdot 10 + 6.41 = 76.41$	$288.16 + 76.41 = 364.57$	$\frac{364.57}{8} = 45.571$	$\frac{1}{76.41}$	6.41
20	7	1	1/7	6/7	$6 \cdot 10 + 2.12 = 62.12$	$226.04 + 62.12 = 288.16$	$\frac{288.16}{7} = 41.166$	$\frac{1}{62.12}$	2.12
30	6	0	0	1	$6 \cdot 10 = 60$	$166.04 + 60 = 226.04$	$\frac{226.04}{6} = 37.673$	0	—
40	6	0	0	1	$6 \cdot 10 = 60$	$106.04 + 60 = 166.04$	$\frac{166.04}{6} = 27.673$	0	—
50	6	1	1/6	5/6	$5 \cdot 10 + 9.60 = 59.60$	$46.44 + 59.60 = 106.04$	$\frac{106.04}{6} = 17.673$	$\frac{1}{59.60}$	9.60
60	5	2	2/5	3/5	$3 \cdot 10 + 6.96 = 36.96$	$9.48 + 36.96 = 46.44$	$\frac{46.44}{5} = 9.288$	$\frac{2}{36.96}$	$(2.91 + 4.05)/2 = 6.96/2 = 3.48$
70	3	3	3/3	0	9.48	9.48	$\frac{9.48}{3} = 3.16$	$\frac{3}{9.48}$	$(1.55 + 1.14 + 6.79)/3 = 9.48/3 = 3.16$
80	0	0	—	—					

Cohorte vs. Período

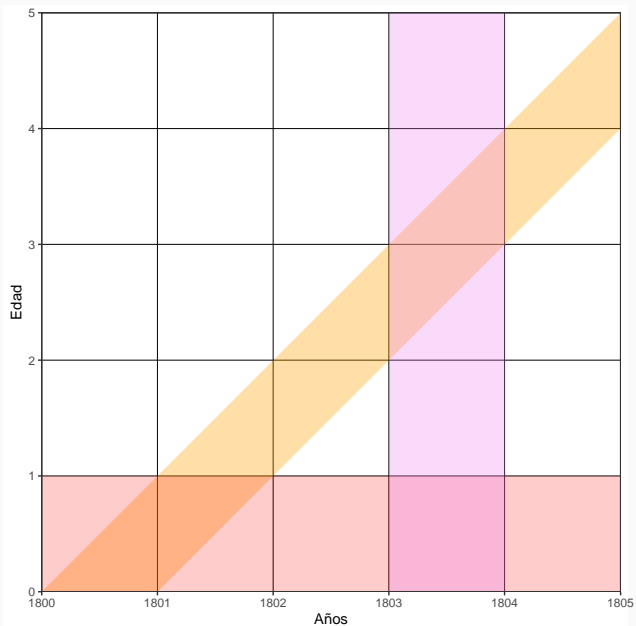
Análisis de **cohorte**: El análisis de los eventos demográficos (nacimientos, muertes, migraciones) ocurridos a un grupo de personas que **experimentan un evento demográfico en el mismo período**. Las cohortes más comúnmente utilizadas son las cohortes de nacimientos, o generaciones, es decir, todas las personas nacidas en un mismo año calendario. Análisis longitudinal.

- Forma “natural” de analizar los eventos demográficos - representa la **experiencia real de un grupo de personas**. Correspondencia entre los eventos y las personas expuestas al riesgo de experimentar esos eventos.
- Requiere datos detallados

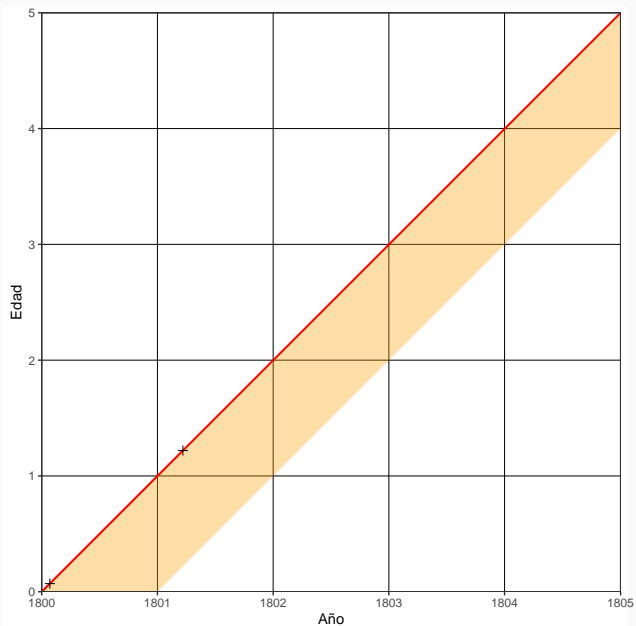
Análisis de **período**: El análisis de los eventos demográficos **ocurridos en un mismo período de tiempo**. Análisis transversal.

- Motivado por la forma en que los sistemas de estadísticas vitales organizan los datos y por la mayor “actualidad” de los datos

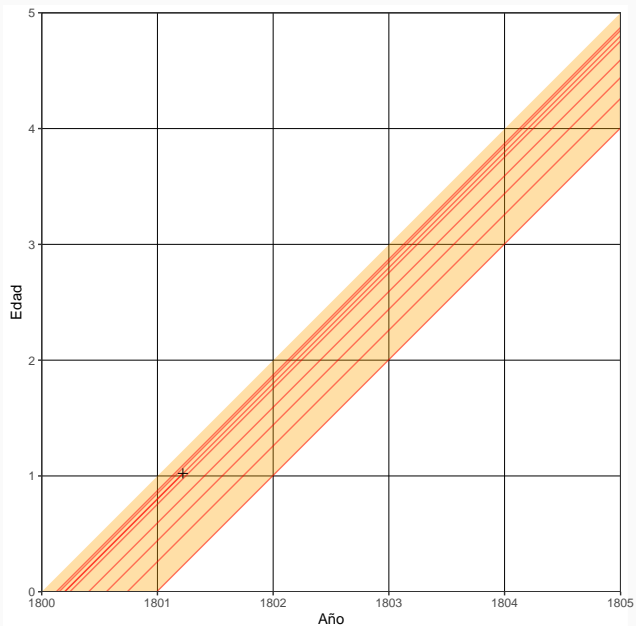
El Diagrama de Lexis



El Diagrama de Lexis



El Diagrama de Lexis

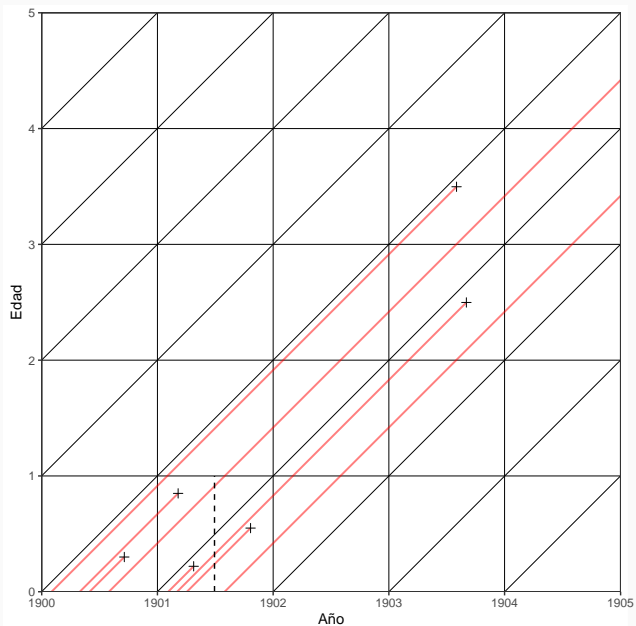


Los años-persona son una medida del **tiempo vivido** por una persona en determinado período de tiempo. Surgen de la necesidad de medir la **exposición al riesgo** de determinado evento demográfico cuando trabajamos con **datos censurados**, es decir, cuando la población expuesta al riesgo está cambiando permanentemente por entradas o salidas de individuos (nacimientos, muertes, emigración, inmigración).

Si disponemos de información del momento exacto de esas entradas y salidas, podemos sumar los años, o las fracciones de año aportados por cada persona y obtener el total de años persona en el intervalo.

Si no disponemos de esa información (la mayoría de los casos) se suele asumir que las **entradas y salidas se distribuyen de manera homogénea** en el período considerado y se toma la **población a mitad de año**, la población al 30 de Junio de determinado año, por ejemplo.

El Diagrama de Lexis



$$\text{Tasa} = \frac{\text{Número de eventos}}{\text{Años-persona de exposición al riesgo del evento}}$$

También conocidas como tasas de ocurrencia/exposición

En el caso de tasas de período:

$$\text{Tasa}_t = \frac{\text{Número de eventos entre } t \text{ y } t+n}{\text{Años-persona de exposición al riesgo del evento entre } t \text{ y } t+n}$$

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{Número de eventos}}{\text{Número de ensayos precedente}}$$

Las probabilidades sólo pueden definirse para las cohortes → correspondencia entre eventos y personas (ensayos)

Probabilidad de muerte:

$${}_nq_x = \frac{{}_nd_x}{l_x}$$

Tasa de mortalidad:

$${}_nm_x = \frac{{}_nd_x}{{}_nL_x}$$

La Tabla de Mortalidad de Período - Modelo para una Cohorte Ficticia

La necesidad de disponer de información mas contemporánea y la forma en la que muchos países organizan sus estadísticas motivó el desarrollo de las tablas de mortalidad de período.

Aunque estas tablas incorporan la información correspondiente a una serie de cohortes distintas, son en realidad un **modelo** de la experiencia de una **cohorte ficticia** o **cohorte sintética**.

Es decir que producen estimaciones de la esperanza de vida que correspondería a una cohorte que **atravesara por las condiciones de mortalidad observadas en determinado momento del tiempo**.

Para construir la tabla **necesitamos las probabilidades de muerte** ${}_nq_x$, pero cuando trabajamos con datos de estadísticas vitales y censos, por ejemplo, estas no están disponibles.

Sin embargo, sí es posible acceder a las ${}_nM_x$, las **tasas de mortalidad por edad** observadas en determinado país, y derivar a partir de estas tasas las probabilidades de muerte.

Conversión ${}_nM_x \rightarrow {}_nq_x$

Para construir una tabla a partir de unas tasas de mortalidad por edad observadas ${}_nM_x$, vamos a asumir que:

$$M_x = m_x = \frac{d_x}{L_x} \quad n = 1$$

Como:

$$L_x = (l_x - d_x) + a_x \cdot d_x$$

$$\frac{d_x}{(l_x - d_x) + a_x \cdot d_x} = \frac{q_x}{1 - (1 - a_x)q_x} = M_x$$

Al resolver por q_x tenemos:

$$q_x = \frac{M_x}{1 + (1 - a_x)M_x}$$

La conversión ${}_nM_x \rightarrow {}_nq_x$ depende sólo de ${}_na_x$, por esto para construir una tabla de mortalidad de período necesitamos tanto las ${}_nM_x$ como los ${}_na_x$.

Aunque existen diversos métodos para calcular el promedio de años vividos por los fallecidos a cada edad, en la mayoría de los casos es posible asumir que, salvo en el primer año de vida, las defunciones se distribuyen de manera homogénea en el intervalo.

Es decir que para $x \geq 1 \rightarrow {}_na_x = 1/2$

En el caso de la **mortalidad en el primer año de vida**, este supuesto no es realista ya que gran parte de la mortalidad en este intervalo está asociada a complicaciones durante el parto o el embarazo que derivan en defunciones cercanas al momento de parto. Es decir, hay **mayor influencia del componente perinatal** que del postnatal en la mortalidad.

Existe una relación muy marcada entre el nivel de la mortalidad y la mortalidad perinatal. Por esto a_0 se define en función del nivel de la mortalidad infantil en el contexto estudiado.

Los modelos clásicos en demografía vinculaban la **caída en la mortalidad infantil** con una reducción en la duración promedio del tiempo vivido por los fallecidos en el primer año de vida. Esta relación se explica porque las **ganancias en sobrevivencia** a medida que se reduce la mortalidad provienen en mayor medida de la **reducción de la mortalidad exógena (postnatal)**.

Sin embargo, estudios recientes han mostrado que en **contextos de baja mortalidad**, esta relación no se sostiene. Por el contrario, **reducciones adicionales** en la mortalidad infantil están asociadas a un incremento del tiempo vivido por aquellos que fallecen antes del año de vida (Andreev & Kingkade 2015, Alexander & Root 2022).

Este cambio en la relación se produce en la medida que se destinan una mayor cantidad de recursos a reducir la mortalidad perinatal y se logra mantener con vida un número importante de casos que en otro contexto/momento hubieran sido clasificados como fallecimientos en el momento del nacimiento.

Average Person-Years Lived (${}_na_0$) vs Mortality Rate (nM_0) for Males

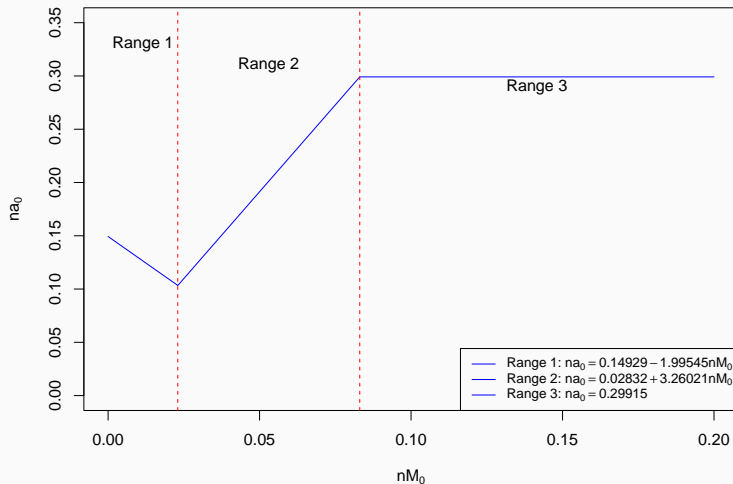


Table 1: Andreev-Kingcade formulas for computing a_0 given m_0

m_0 range	formula: $a_0 = a + b \cdot m_0$
Males	
$[0, 0.02300)$	$0.14929 - 1.99545 \cdot m_0$
$[0.0230, 0.08307)$	$0.02832 + 3.26021 \cdot m_0$
$[0.08307, \infty)$	0.29915
Females	
$[0, 0.01724)$	$0.14903 - 2.05527 \cdot m_0$
$[0.01724, 0.06891)$	$0.04667 + 3.88089 \cdot m_0$
$[0.06891, \infty)$	0.31411

Tasas Específicas de Mortalidad por Edad de Período

$${}_nM_x[0, T] = \frac{{}_nD_x[0, T]}{{}_nL_x[0, T]}$$

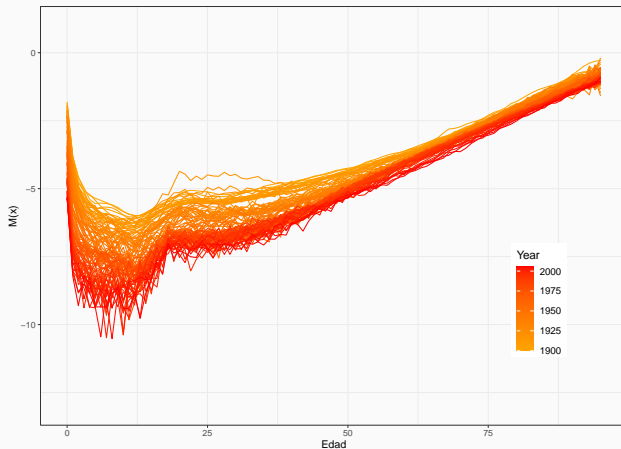


Figure 1: Tasas Específicas de Mortalidad por Edad, Hombres, Dinamarca, 1900:2005

x	nax	nMx	nqx	lx	ndx	nLx	Tx	ex
0	0.2992	0.1560	0.1406	1.0000	0.1406	0.9014	50.25	50.25
1	0.5000	0.0219	0.0217	0.8594	0.0186	0.8501	49.35	57.43
2	0.5000	0.0104	0.0104	0.8408	0.0087	0.8364	48.50	57.69
3	0.5000	0.0065	0.0064	0.8321	0.0054	0.8294	47.66	57.29
4	0.5000	0.0053	0.0053	0.8267	0.0044	0.8245	46.83	56.65
5	0.5000	0.0047	0.0047	0.8223	0.0039	0.8204	46.01	55.95
6	0.5000	0.0044	0.0044	0.8185	0.0036	0.8167	45.19	55.21
7	0.5000	0.0040	0.0040	0.8149	0.0033	0.8132	44.37	54.45
8	0.5000	0.0037	0.0037	0.8116	0.0030	0.8101	43.56	53.67
9	0.5000	0.0032	0.0032	0.8086	0.0026	0.8073	42.75	52.87
10	0.5000	0.0029	0.0029	0.8060	0.0023	0.8049	41.94	52.04
11	0.5000	0.0026	0.0026	0.8037	0.0021	0.8026	41.14	51.19
12	0.5000	0.0025	0.0025	0.8016	0.0020	0.8006	40.34	50.32
13	0.5000	0.0025	0.0025	0.7996	0.0020	0.7986	39.53	49.45
14	0.5000	0.0026	0.0026	0.7976	0.0021	0.7965	38.74	48.57
15	0.5000	0.0028	0.0028	0.7955	0.0022	0.7944	37.94	47.69

Table 1: Tabla de Mortalidad de Período - Dinamarca 1900, Hombres