

11 - 2016/2017

1

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (\neg(\neg p) \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow q \vee (\neg p \wedge p)$$

$a \Rightarrow b \equiv \neg a \vee b$
dupla negação
distributiva

$$\Leftrightarrow q \vee 0 \Leftrightarrow q$$

2

a) É reflexiva: o aluno x de UA está inscrito na mesma disciplina que ele próprio, b.g. xRx

É simétrica: se o aluno x está na mesma disciplina que y , y está na mesma que $x \Rightarrow xRy \Rightarrow yRx$

Não é anti-simétrica: se o aluno Pedro está na mesma disc. que o João, o João está na mesma que Pedro, mas o Pedro não é o João.
 $xRy \wedge yRx \Rightarrow x=y \Rightarrow 1=0 \Rightarrow 0$

Não é transitiva: o Pedro e o João têm MD juntos, o João e o Luis têm CI juntos, mas o Pedro e o Luis não têm CI.

$$(xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz \Rightarrow 1=0 \Rightarrow 0$$

b) $S = \{(x, y) \in A \times A : x \text{ e } y \text{ são da mesma universidade}\}$

3.

a) $\forall x \forall y ((g(x) \wedge c(y)) \Rightarrow \neg \text{gosta}(x, y))$

$\exists x (g(x) \wedge \text{gosta}(x, PI))$

$\neg c(PI)$

b) $\neg(F_1 \wedge F_2 \Rightarrow F_3) \Leftrightarrow F_1 \wedge F_2 \wedge \neg F_3$

$F_1 = \forall x \forall y (\neg g(x) \vee \neg c(y) \vee \neg \text{gosta}(x, y))$

$F_2 = \exists a (g(a) \wedge \text{gosta}(a, PI)) = g(a) \wedge \text{gosta}(a, PI)$

$\neg F_3 = c(PI)$

$C_1 = \neg g(x) \vee \neg c(y) \vee \neg \text{gosta}(x, y)$

$C_2 = g(a)$, a é constante

$C_3 = \text{gosta}(a, PI)$

$C_4 = c(PI)$

$\Theta = \{a/x\}$

$C_1 \Theta = \neg g(x) \vee \neg c(y) \vee \neg \text{gosta}(x, y)$

$C_2 = g(a)$

$C_3 = \neg c(y) \vee \neg \text{gosta}(a, y)$

$C_4 \Theta = \neg c(PI) \vee \neg \text{gosta}(a, PI)$

$C_4 = c(PI)$

$C_5 = \neg \text{gosta}(a, PI)$

$C_3 = \text{gosta}(a, PI)$



4.

$$a_2 = \frac{a_1}{a_1+2} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{1}{7}$$

$$a_4 = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{7}+2} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{15}{7}} = \frac{1}{15}$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n+2} = \frac{\frac{1}{2^n-1}}{\frac{1}{2^n-1}+2} = \frac{\frac{1}{2^n-1}}{\frac{1+2^{n+1}-2}{2^n-1}} = \frac{1}{2^{n+1}-1} \quad \checkmark$$

Por Hipótese

$$a_1 = \frac{1}{2^1-1} = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3} \quad \checkmark$$

$$a_2 = \frac{1}{2^2-1} = \frac{1}{8-1} = \frac{1}{7}$$

$$a_3 = \frac{1}{2^3-1} = \frac{1}{16-1} = \frac{1}{15}$$

5.

$$a) \quad \frac{9}{8} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{5}{4} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2} = 9 \times 7 \times 3 = 189$$

b)

Um grupo $X \in P_4(A)$, as opções como número maior são:

4, 5, 6, 7, 8, 9

Como são escolhidos 7 grupos $\in P_4(A)$, e $7/6 = 1 \Rightarrow$ e pela falta de pontos, 7 do grupo há mais escolhas que grupos diferentes, logo dois deles, por ser o mesmo