



Desempenho de Redes com Comutação de Pacotes

Modelação e Desempenho de Redes e Serviços

Prof. Amaro de Sousa (asou@ua.pt)

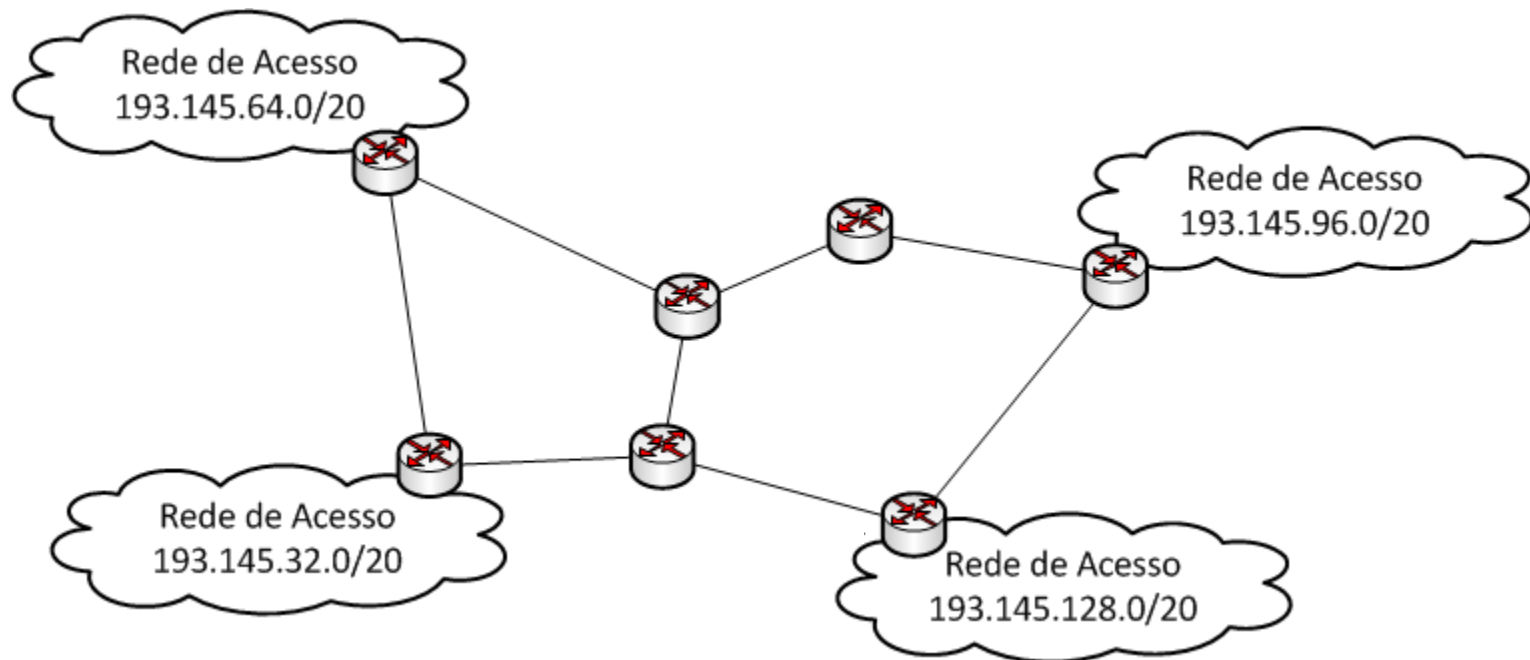
DETI-UA, 2024/2025

Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

Existem 2 tipos de redes com comutação de pacotes:

- redes de circuitos virtuais
- redes de datagramas

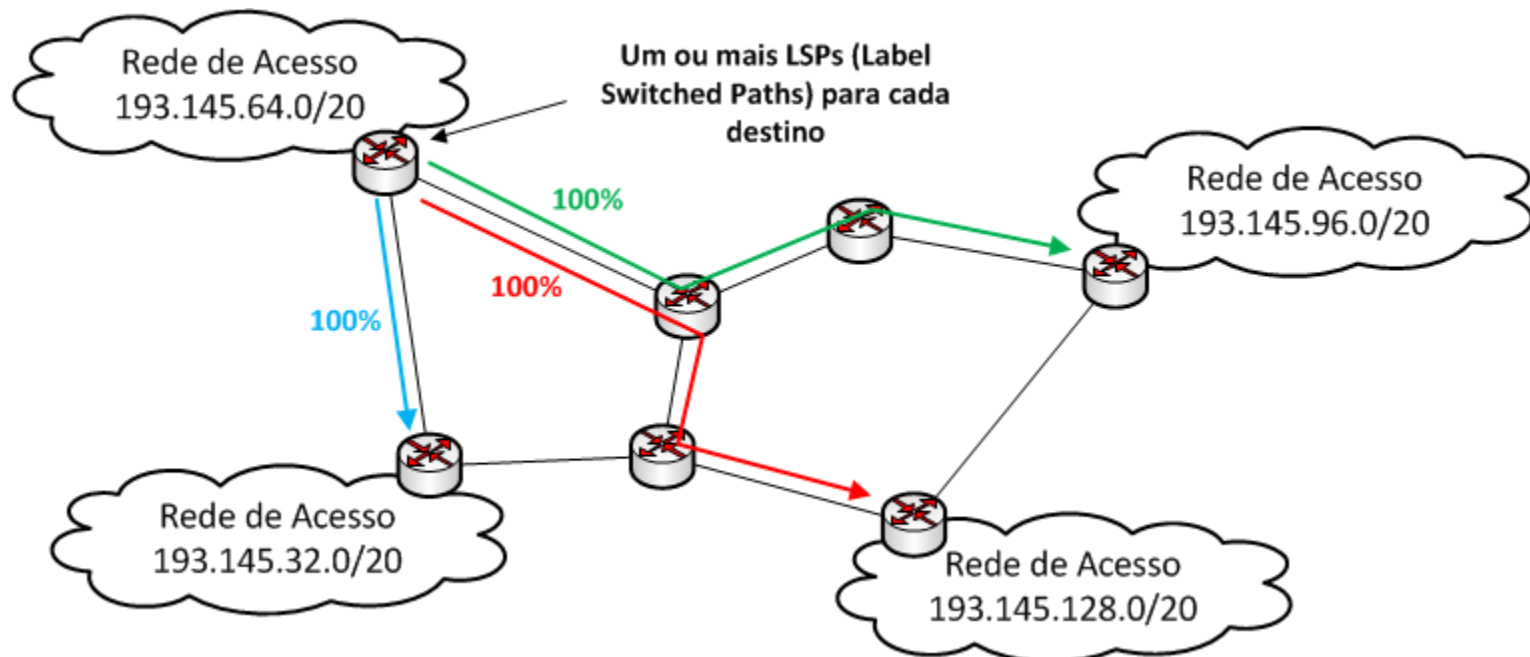
Considere-se o seguinte exemplo de uma rede de um ISP (*Internet Service Provider*) que liga 4 redes de acesso:



Encaminhamento em redes de circuitos virtuais

- A cada fluxo de pacotes, é atribuído pelo menos um circuito virtual.
- Os percursos dos circuitos virtuais são inicialmente estabelecidos.
- Após o estabelecimento dos circuitos virtuais, os pacotes de cada fluxo são encaminhados pelos circuitos virtuais atribuídos.

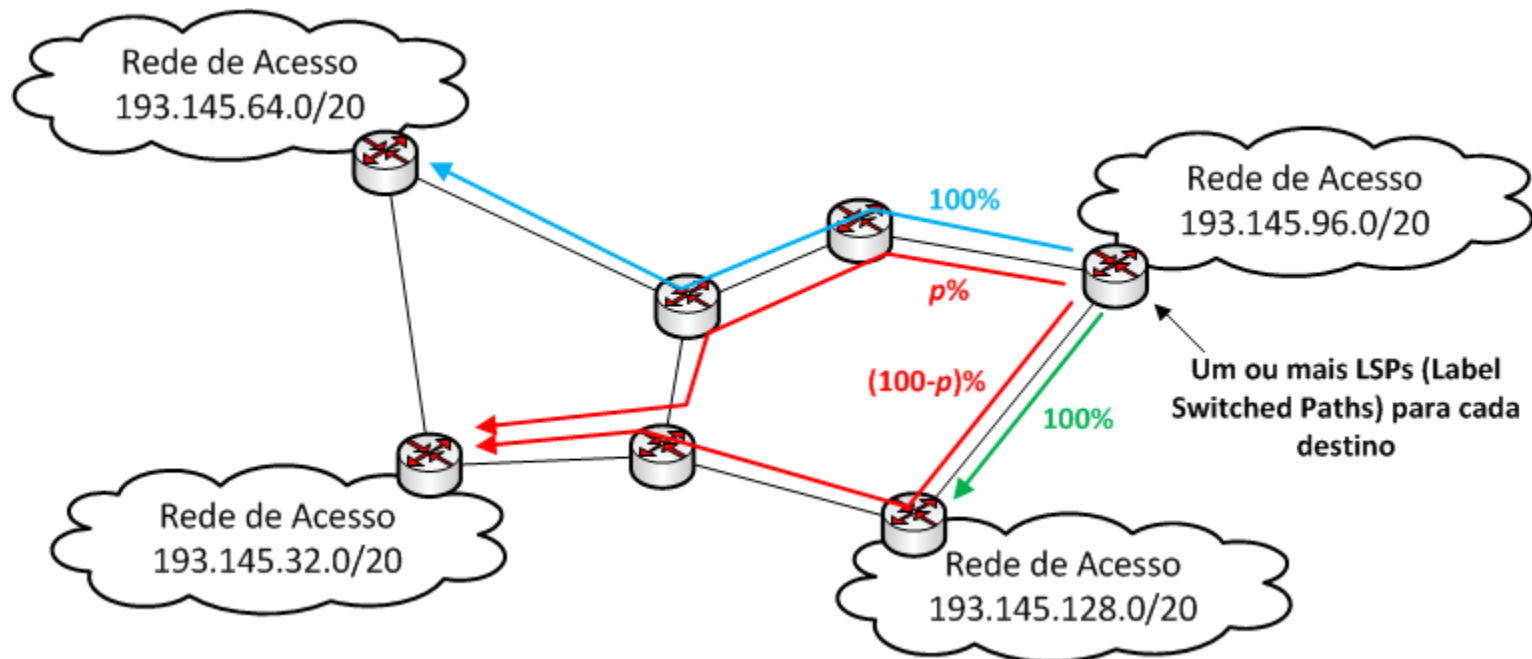
Exemplo: redes IP/MPLS em que os circuitos virtuais se designam por LSPs (*Label Switched Paths*).



Encaminhamento em redes de circuitos virtuais

- A cada fluxo de pacotes, é atribuído pelo menos um circuito virtual.
- Os percursos dos circuitos virtuais são inicialmente estabelecidos.
- Após o estabelecimento dos circuitos virtuais, os pacotes de cada fluxo são encaminhados pelos circuitos virtuais atribuídos.

Exemplo: redes IP/MPLS em que os circuitos virtuais se designam por LSPs (*Label Switched Paths*).



Encaminhamento em redes de datagramas

- As decisões de encaminhamento são efetuadas pacote a pacote.
- Assim, dois pacotes do mesmo par origem-destino podem seguir percursos distintos na rede.

Exemplo: redes IP com o protocolo de encaminhamento RIP ou OSPF.

Nas redes IP, o encaminhamento é baseado em percursos de custo mínimo de cada router para cada rede destino

- No OSPF, é atribuído a cada ligação um número positivo designado por custo da ligação.
- No RIP, o custo é 1 para cada ligação.
- Cada percurso de um router para um destino tem um custo igual à soma dos custos das ligações que o compõem.
- Em cada router, cada pacote IP é encaminhado por um dos percursos de custo mínimo para a rede destino do pacote.

Encaminhamento em redes de datagramas

Cada pacote IP é encaminhado por um dos percursos de custo mínimo para o destino do pacote:

Método estático: o custo das ligações é fixo (o caso dos protocolos RIP e do OSPF).

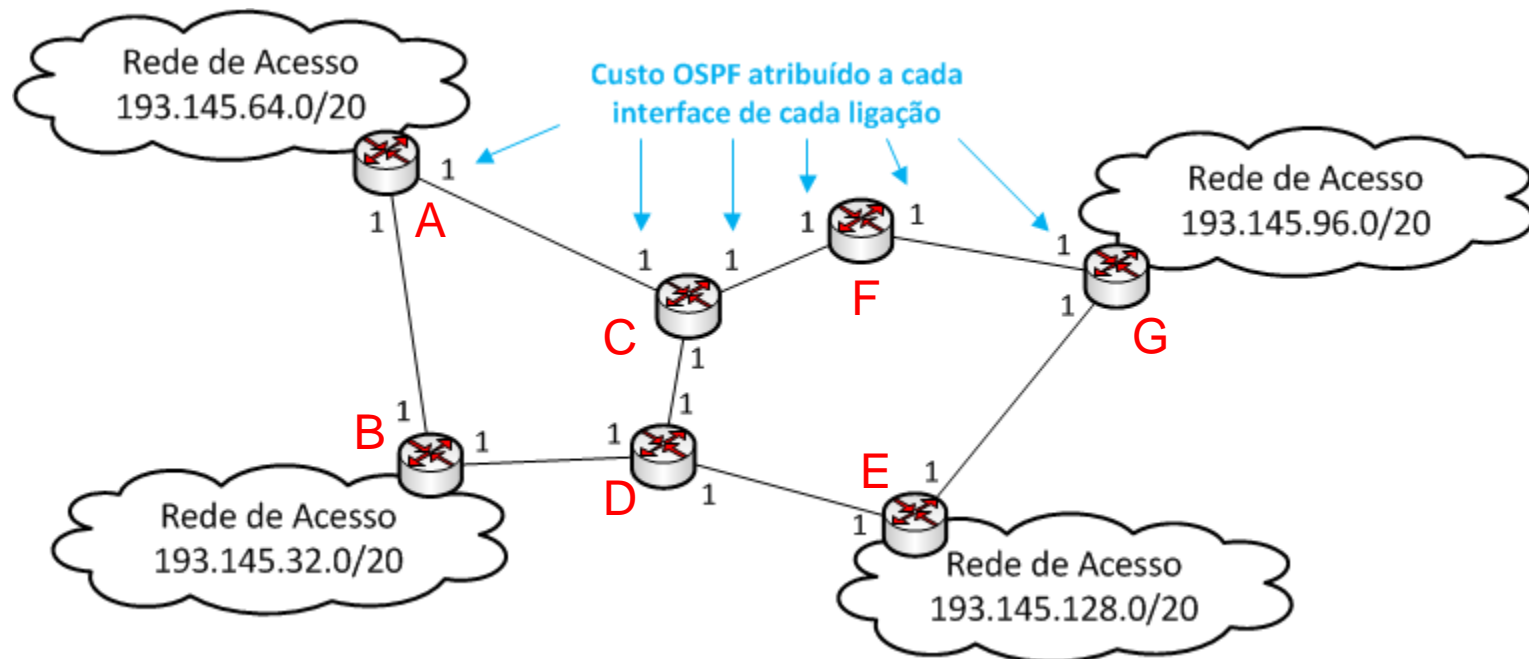
Método dinâmico: o custo das ligações varia ao longo do tempo em função do seu nível de utilização (exemplo: protocolos IGRP e EIGRP)

- o percurso de custo mínimo adapta-se a situações de sobrecarga obrigando os pacotes a evitarem as ligações mais utilizadas;
- introduz um efeito de realimentação que pode levar a oscilações indesejáveis.

Quando existem múltiplos percursos de custo mínimo de um router para um destino, é usada a técnica ECMP (*Equal Cost Multi-Path*):

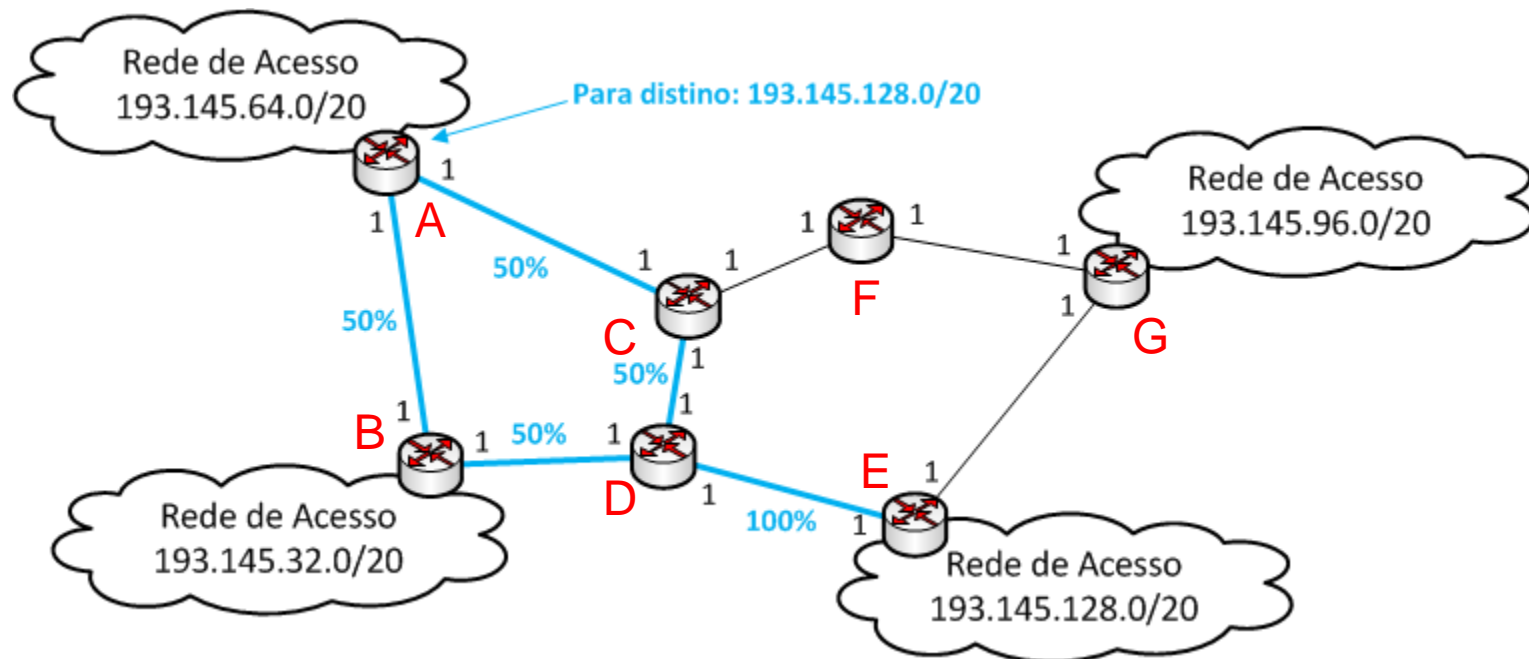
- em cada router, o tráfego é bifurcado em igual percentagem por todas as ligações de saída que proporcionam percursos de custo mínimo

Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (I)



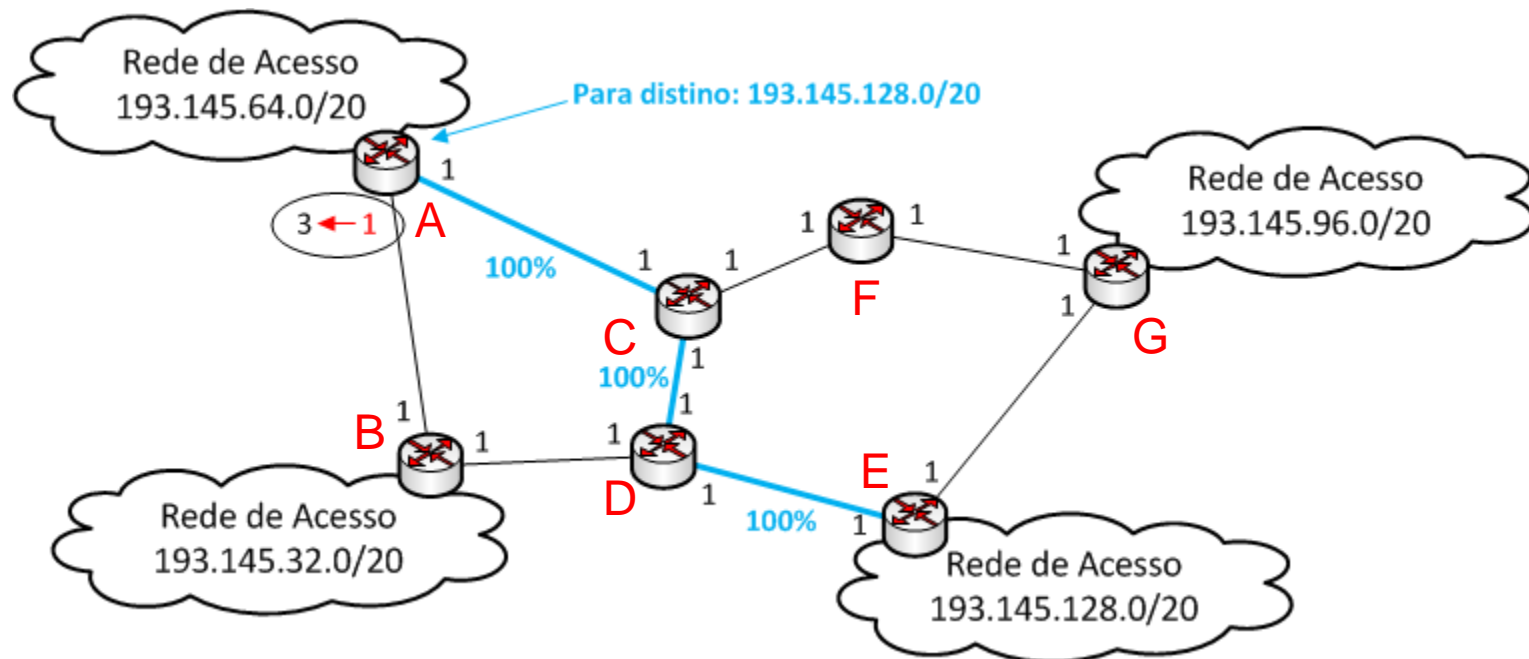
Neste exemplo, todos os custos OSPF estão configurados a 1 (equivalente ao RIP).

Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (II)



Pelo ECMP, o router A encaminha os pacotes IP com destino para um endereço IP da rede 193.145.128.0/20 em igual percentagem pelos percursos que passam por B e por C.

Encaminhamento em redes IP com encaminhamento OSPF (III)

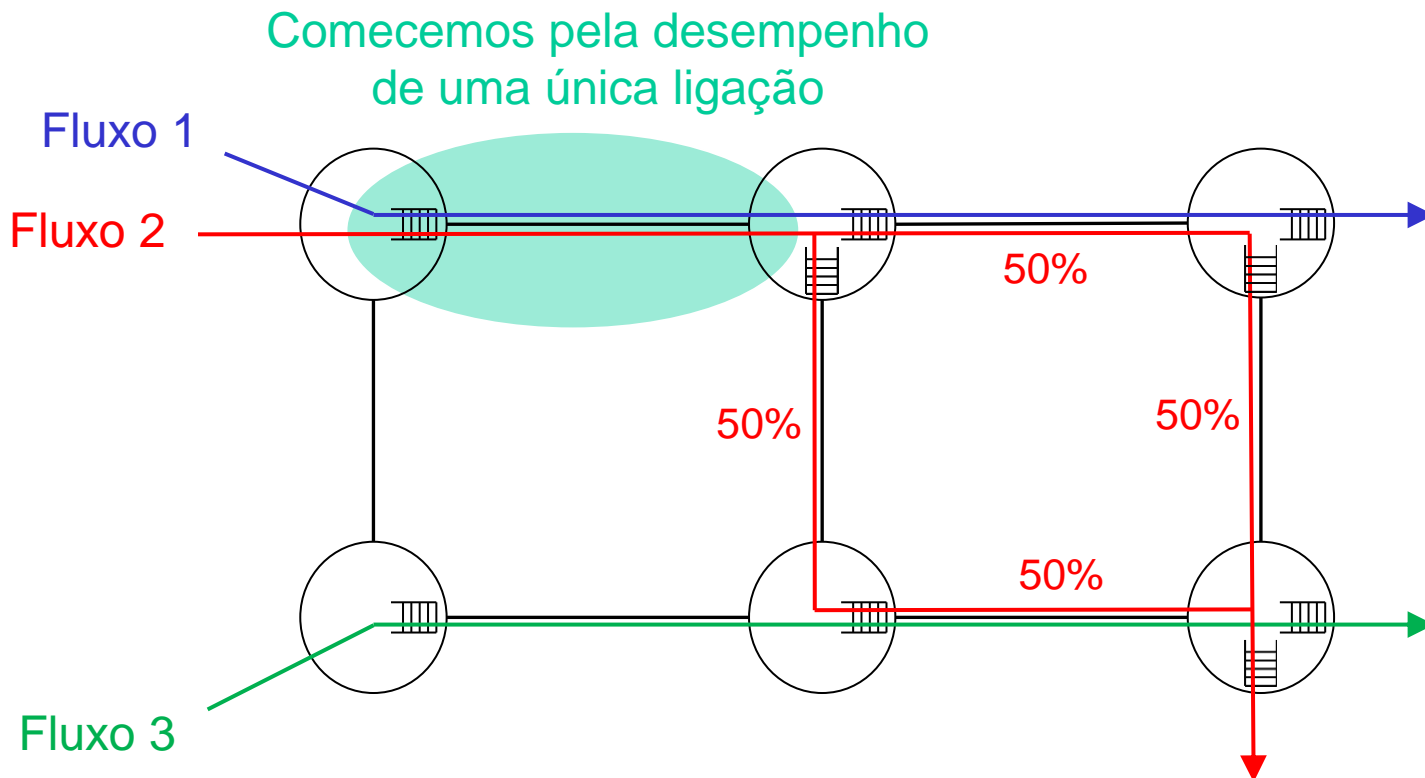


Mudando o custo da ligação de A para B de 1 para 3, o router A encaminha os pacotes IP com destino para um endereço IP da rede 193.145.128.0/20 pelo único percurso de custo mínimo.

Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

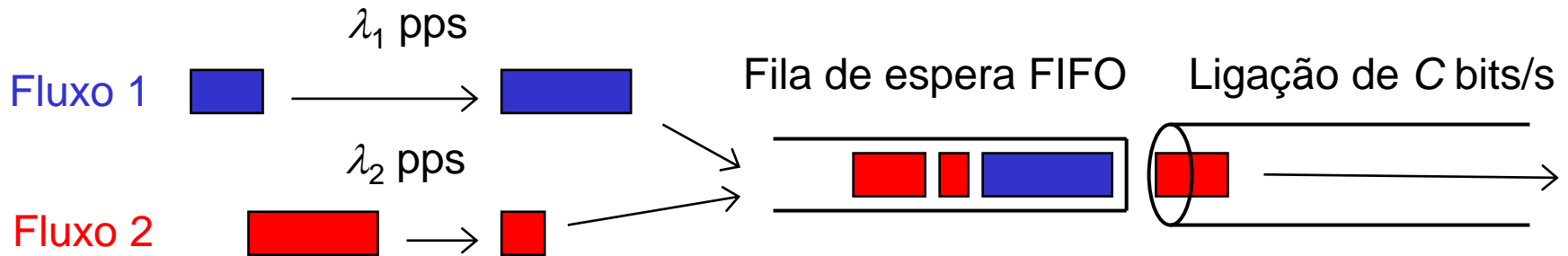
Uma rede é modelada por um conjunto de nós (representando os routers) e um conjunto de ligações entre nós.

O encaminhamento define a sequência de ligações por onde os pacotes de cada fluxo passam do nó origem até ao nó destino.



Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes

Quando todos os fluxos são atendidos por uma única fila de espera FIFO, diz-se que os fluxos são multiplexados estatisticamente pela ligação.



Considerando-se que:

- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
 - (ii) a fila de espera é de tamanho infinito,
- então a ligação é modelada por um **sistema M/G/1**.

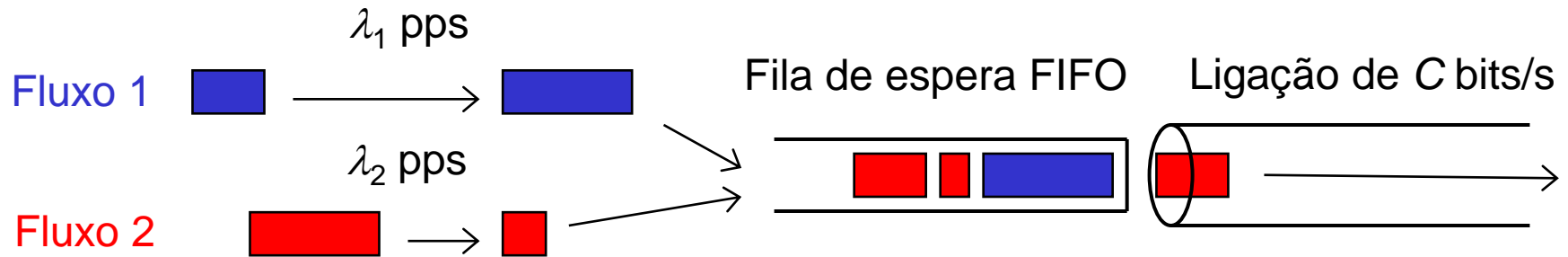
Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ pps (pacotes por segundo)

$E[S]$ e $E[S^2]$ são a média do tempo de transmissão e do tempo de transmissão ao quadrado dos pacotes de todos os fluxos

Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes



Considerando-se que:

- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
- (ii) a fila de espera é de tamanho infinito,
- (iii) o tamanho dos pacote é exponencialmente distribuído de media B bits em todos os fluxos,

então a ligação é modelada por um **sistema $M/M/1$** .

O atraso médio por pacote do agregado dos fluxos é:
$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

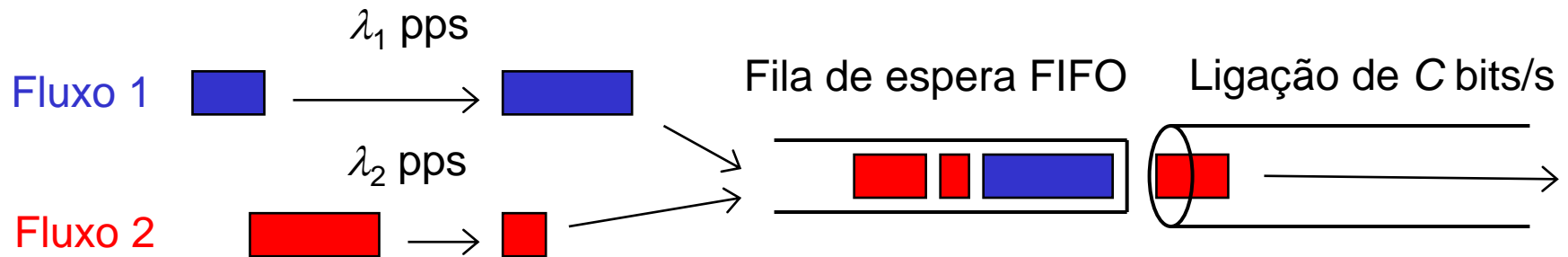
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \text{ pps}$$

$$\mu = C / B \text{ pps}$$

Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera:

$$W_Q = W - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes



Considerando-se que:

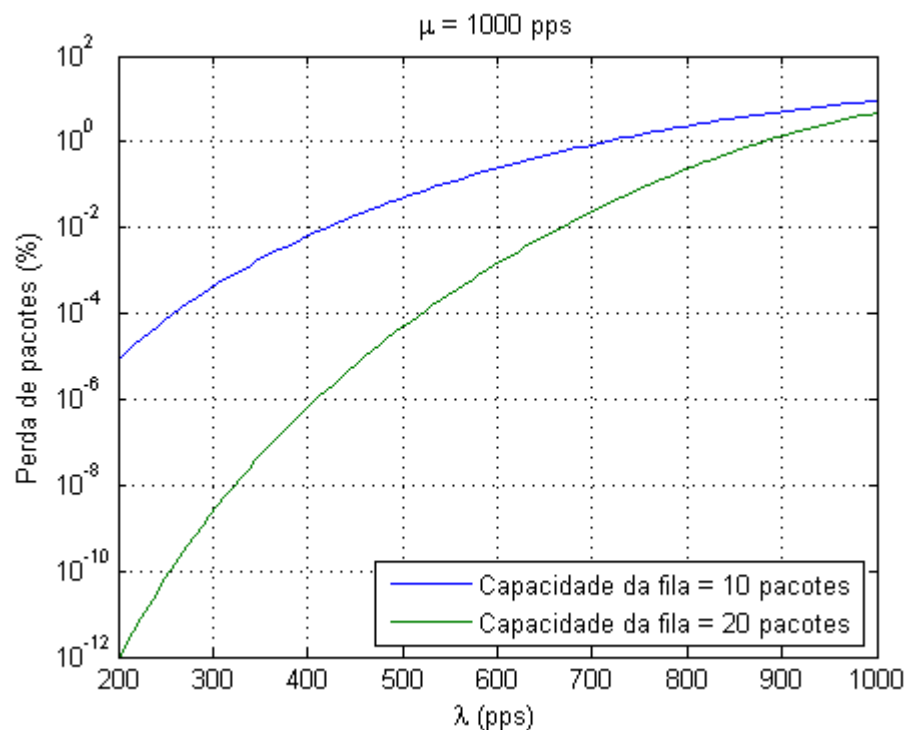
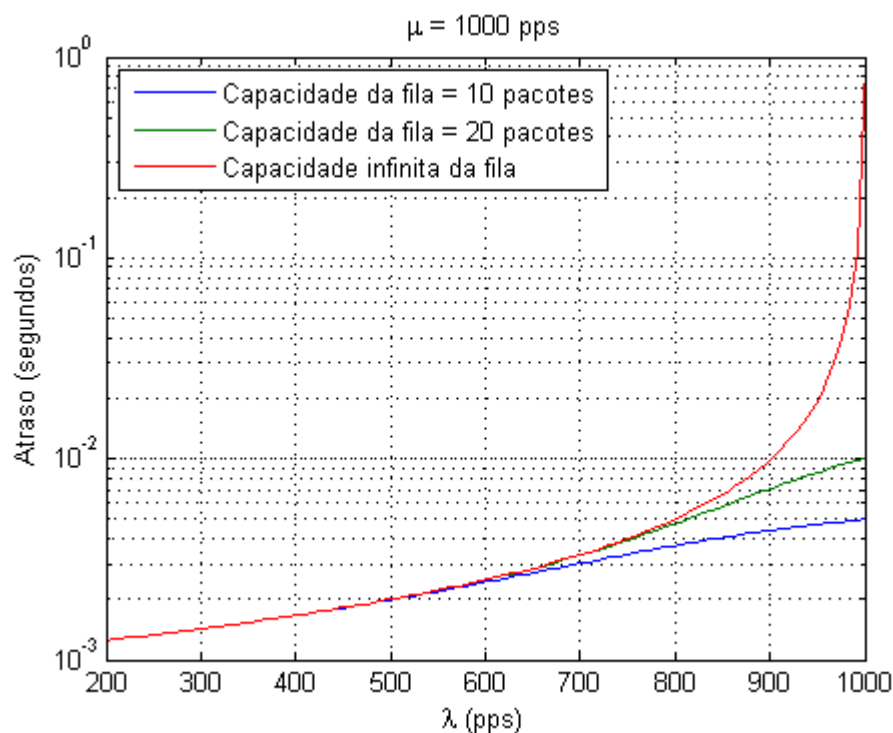
- (i) as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson,
- (ii) a fila de espera tem capacidade para $m - 1$ pacotes,
- (iii) o tamanho dos pacote é exponencialmente distribuído de media B bits em todos os fluxos,

então a ligação é modelada por um **sistema $M/M/1/m$** .

- Taxa de perda de pacotes do agregado: $\theta_m = \frac{(\lambda/\mu)^m}{\sum_{j=0}^m (\lambda/\mu)^j}$ ← propriedade PASTA
- Número médio de pacotes no sistema: $L = \sum_{i=0}^m i \times \pi_i = \frac{\sum_{i=0}^m i \times (\lambda/\mu)^i}{\sum_{j=0}^m (\lambda/\mu)^j}$
- Atraso médio dos pacotes do agregado: $W = \frac{L}{\lambda(1 - \theta_m)}$ ← Teorema de Little
- Os pacotes de todos os fluxos sofrem o mesmo atraso médio de fila de espera: $W_Q = W - \frac{1}{\mu}$

Multiplexagem estatística de fluxos de pacotes

- Se a fila de espera for de tamanho infinito, sistema modelado por $M/M/1$
- Se a fila de espera tiver capacidade para $m-1$ pacotes, sistema modelado por $M/M/1/m$
- Exemplo:
 - ligação de 10 Mbps e tamanho médio de pacotes de 1250 Bytes
 - $\mu = 10^7/(1250 \times 8) = 1000$ pps



Disciplina com prioridades

- Na multiplexagem estatística, os pacotes de cada fluxo sofrem o mesmo atraso médio em fila de espera.
 - Uma possibilidade para diferenciar o tratamento dos pacotes de diferentes fluxos é atribuir prioridades aos fluxos, i.e., os pacotes de um fluxo com determinada prioridade serem transmitidos antes dos pacotes dos fluxos com menor prioridade.
-

O sistema $M/G/1$ com prioridades pode ser utilizado para modelar este sistema assumindo que as chegadas de pacotes de todos os fluxos são processos de Poisson.

Considere um sistema $M/G/1$ com n prioridades em que 1 corresponde à prioridade mais alta e n corresponde à prioridade mais baixa.

Considere o agregado de fluxos de pacotes da prioridade k , $1 \leq k \leq n$, definido por:

- taxa de chegadas de pacotes: λ_k
- média (ou 1º momento) e 2º momento do tempo de transmissão dos pacotes: $E[S_k]$ e $E[S_k^2]$

Sistema *M/G/1* com prioridades

O sistema transmite primeiro os pacotes de maior prioridade.

Os pacotes dos fluxos com a mesma prioridade são transmitidos por ordem de chegada (disciplina *FIFO* - *First In First Out*).

Considera-se que as chegadas dos pacotes de cada prioridade são independentes (entre prioridades) e de Poisson, e independentes dos tempos de transmissão.

A transmissão de um pacote não é interrompida pela chegada de um pacote de maior prioridade (disciplina designada por *não-preemptiva*).

O atraso médio por pacote na fila de espera correspondente aos pacotes da prioridade k é dado por:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Condição de validade: $\rho_1 + \dots + \rho_n < 1$

Exemplo 1

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

- (a) os fluxos são multiplexados estatisticamente na ligação;
- (b) o fluxo A tem maior prioridade na fila de espera que o fluxo B.

Exemplo 1 – resolução (a)

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

(a) os fluxos são multiplexados estatisticamente na ligação;

$$\mu = \frac{10 \times 10^6}{8 \times 1000} = 1250 \text{ pps} \quad \lambda_A = \frac{1 \times 10^6}{8 \times 1000} = 125 \text{ pps} \quad \lambda_B = \frac{6 \times 10^6}{8 \times 1000} = 750 \text{ pps}$$

$$W_A = W_B = \frac{1}{\mu - (\lambda_A + \lambda_B)} = \frac{1}{1250 - (125 + 750)} = 2.67 \times 10^{-3} = 2.67 \text{ ms}$$

Exemplo 1 – resolução (b)

Considere uma ligação ponto-a-ponto de 10 Mbps com uma fila de espera muito grande e que suporta dois fluxos de pacotes: fluxo A de 1 Mbps e fluxo B de 6 Mbps. Ambos os fluxos geram pacotes de tamanho exponencialmente distribuído com média de 1000 bytes. Calcule o atraso médio por pacote de cada fluxo quando:

(b) o fluxo A tem maior prioridade na fila de espera que o fluxo B.

$$\lambda_A = \frac{1 \times 10^6}{8 \times 1000} = 125 \text{ pps}$$

$$\lambda_B = \frac{6 \times 10^6}{8 \times 1000} = 750 \text{ pps}$$

$$\mu_A = \mu_B = \mu = \frac{10 \times 10^6}{8 \times 1000} = 1250 \text{ pps}$$

$$E[S_A] = E[S_B] = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{1250} \text{ seg.}$$

$$E[S_A^2] = E[S_B^2] = \frac{2}{\mu^2} = \frac{2}{1250^2} \text{ seg.}^2$$

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

$$W_A = \frac{\lambda_A \times E[S_A^2] + \lambda_B \times E[S_B^2]}{2 \times (1 - \rho_A)} + E[S_A] = 1.42 \text{ ms}$$

$$W_B = \frac{\lambda_A \times E[S_A^2] + \lambda_B \times E[S_B^2]}{2 \times (1 - \rho_A) \times (1 - \rho_A - \rho_B)} + E[S_B] = 2.87 \text{ ms}$$

Relembrar que: $E[S^2] = \text{Var}[S] + (E[S])^2$

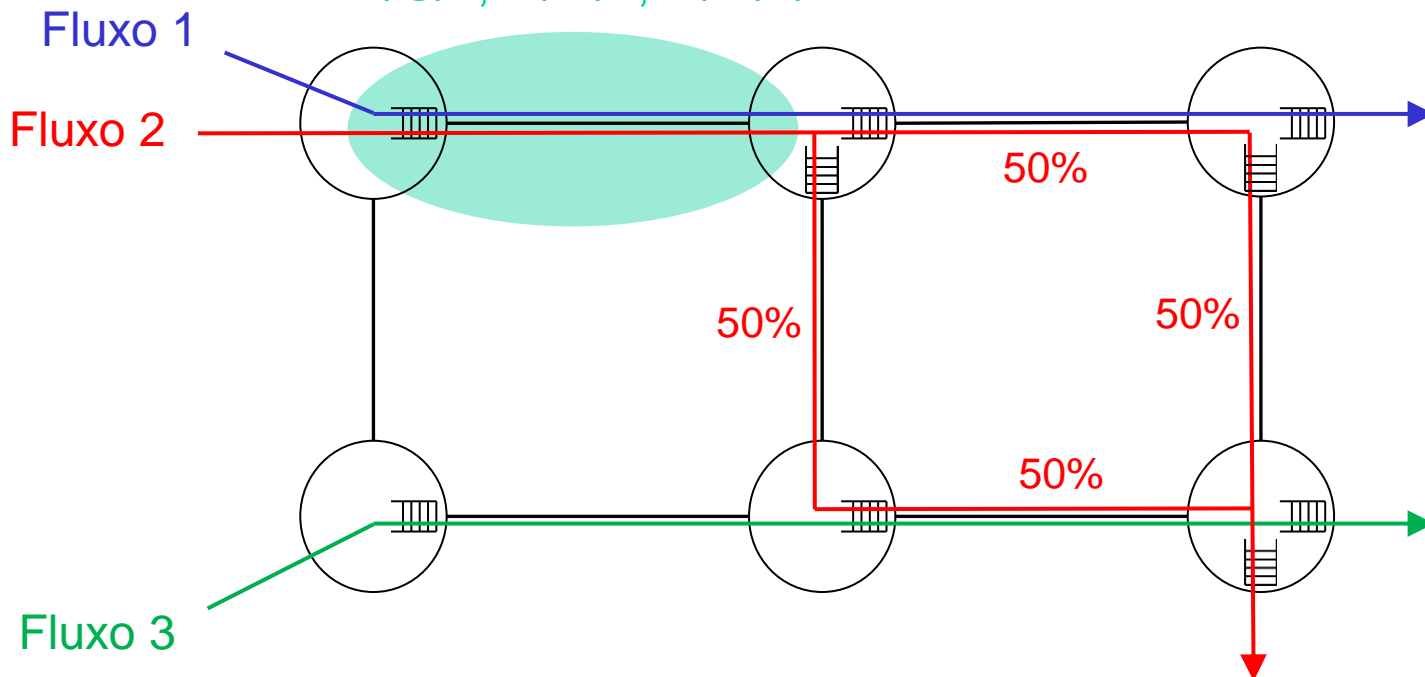
Encaminhamento em redes com comutação de pacotes

Uma rede é modelada por um conjunto de nós (representando os routers) e um conjunto de ligações entre nós.

O encaminhamento define a sequência de ligações por onde os pacotes de cada fluxo passam do nó origem até ao nó destino.

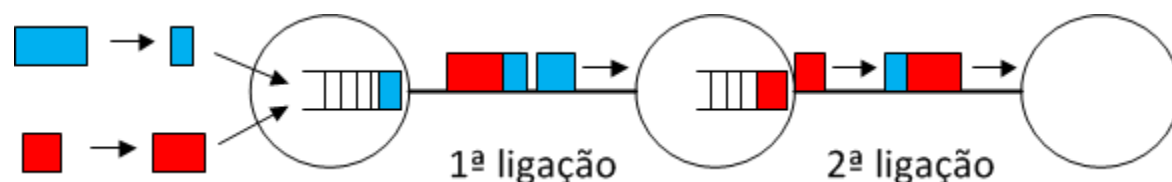
Desempenho de uma ligação:

$M/G/1$, $M/M/1$, $M/M/1/m$



Redes de ligações ponto-a-ponto

Numa rede de ligações ponto-a-ponto os intervalos entre chegadas de pacotes estão correlacionados com o comprimento dos pacotes, após a passagem pela primeira ligação. Este facto dificulta a análise.

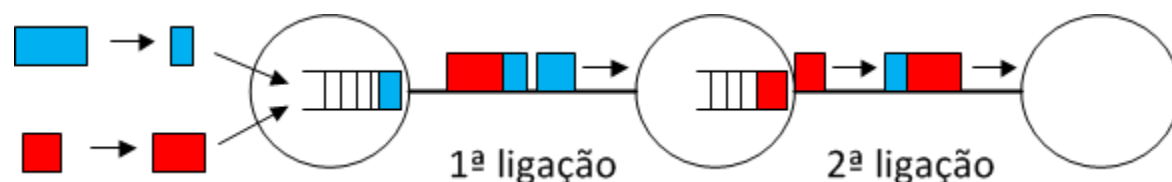


Exemplo:

- Considerem-se duas ligações ponto-a-ponto em cascata.
- Considere-se um conjunto de fluxos de pacotes com origem no nó à esquerda e destino no nó à direita.
- Considere-se que os pacotes destes fluxos chegam segundo um processo de Poisson e o comprimento dos pacotes é exponencialmente distribuído em ambos os fluxos com o mesmo tamanho médio.

Redes de ligações ponto-a-ponto

Numa rede de ligações ponto-a-ponto os intervalos entre chegadas de pacotes estão correlacionados com o comprimento dos pacotes, após a passagem pela primeira ligação. Este facto dificulta a análise.



- a 1ª fila de espera é do tipo $M/M/1$
- no entanto, a 2ª fila de espera não é do tipo $M/M/1$:
 - o intervalo entre a chegada de dois pacotes consecutivos à 2ª fila de espera é sempre superior ou igual ao tempo de transmissão do segundo pacote na 1ª ligação (ou seja, não é uma distribuição exponencial);
 - assim, tipicamente pacotes maiores demoram mais tempo a ser transmitidos na 1ª ligação e esperam menos tempo na 2ª fila de espera que pacotes mais pequenos.

Aproximação de Kleinrock

A aproximação de Kleinrock consiste em assumir que as chegadas de pacotes são processos de Poisson em todas as ligações

- i.e., ignora a correlação entre comprimento dos pacotes e intervalos entre chegadas de pacotes

Nas ligações com filas de espera muito grandes:

- quando o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos – ligação modelada por um $M/M/1$
- caso contrário – ligação modelada por um $M/G/1$

Nas ligações em que as filas de espera não são muito grandes:

- assumindo o tamanho dos pacotes exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos – ligação modelada por um $M/M/1/m$

De notar que:

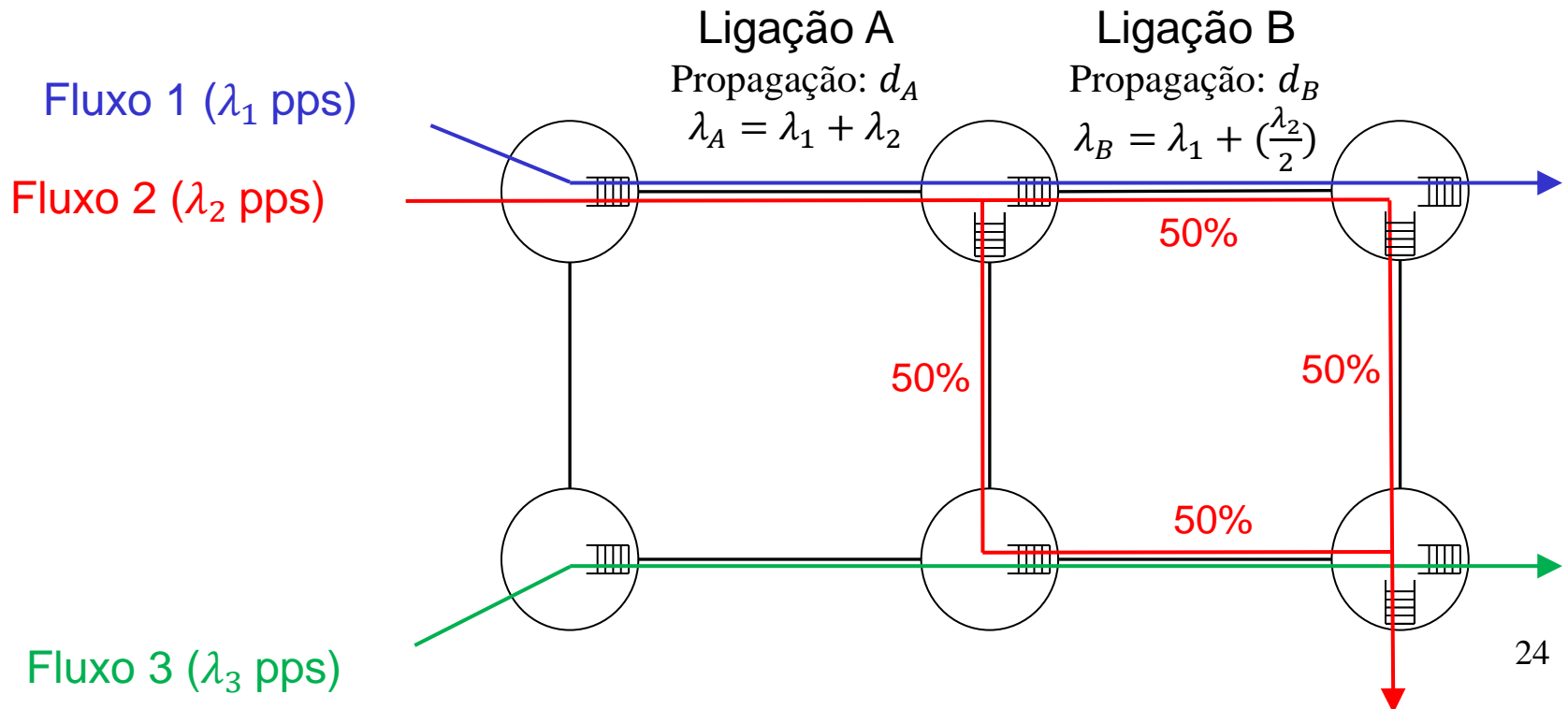
- os fluxos de pacotes são unidirecionais e as ligações das redes de comutação de pacotes são bidirecionais
- assim, uma ligação de rede entre os nós i e j é representada pelos pares ordenados (i,j) e (j,i) que indicam cada sentido da ligação

Atraso médio por pacote de cada fluxo

Num fluxo com um único percurso de encaminhamento (por exemplo, o caso do **Fluxo 1**), o atraso médio por pacote do fluxo é a soma dos atrasos médios em cada ligação do percurso.

$$W_1 = W_{A1} + d_A + W_{B1} + d_B$$

W_{A1} – atraso médio em fila de espera mais o tempo médio de transmissão dos pacotes do fluxo 1 na ligação A

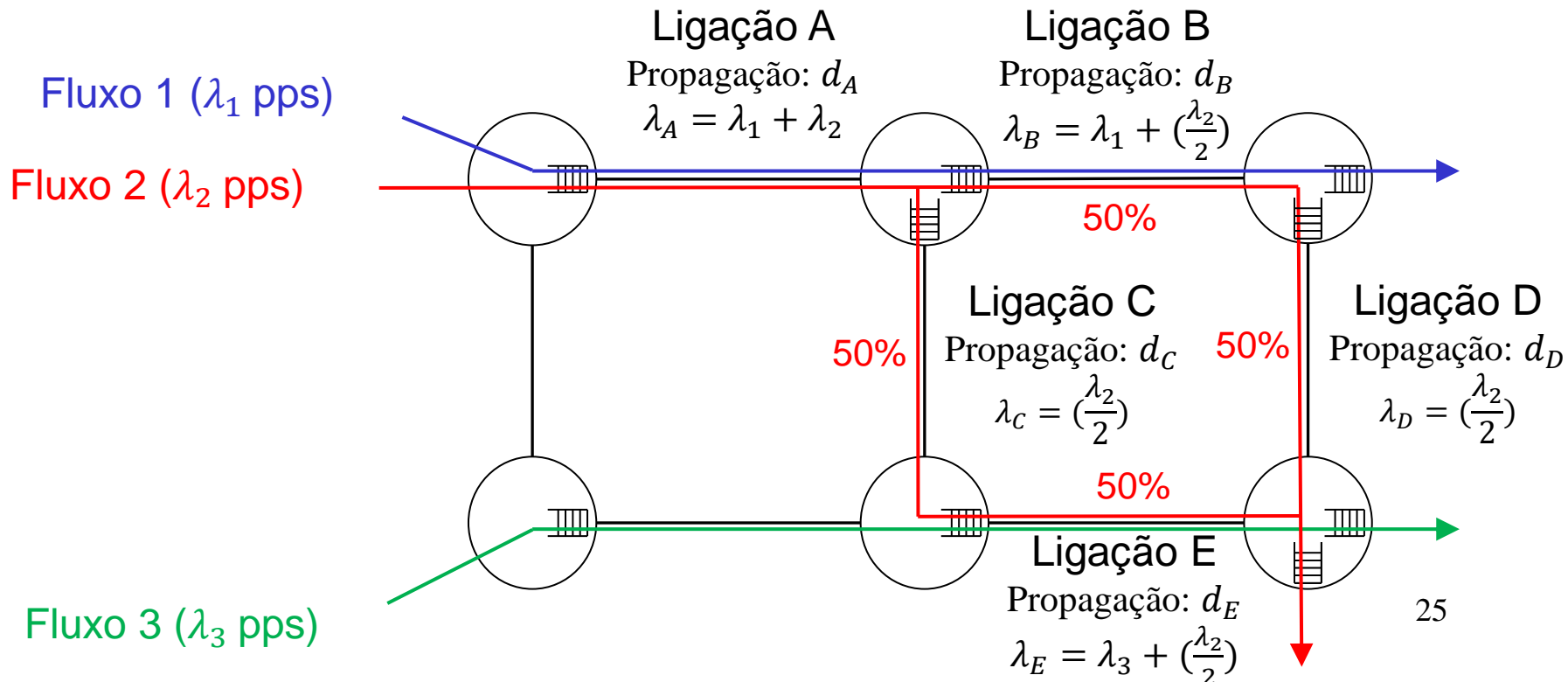


Atraso médio por pacote de cada fluxo

Num fluxo com diferentes percursos de encaminhamento (no exemplo, o caso do **Fluxo 2**), o atraso médio por pacote do fluxo é:

- a média pesada do atraso médio por pacote de cada percurso
- o peso é a percentagem de pacotes encaminhados por cada percurso.

$$W_2 = 0.5 \times (W_{A2} + d_A + W_{B2} + d_B + W_{D2} + d_D) + 0.5 \times (W_{A2} + d_A + W_{C2} + d_C + W_{E2} + d_D)$$

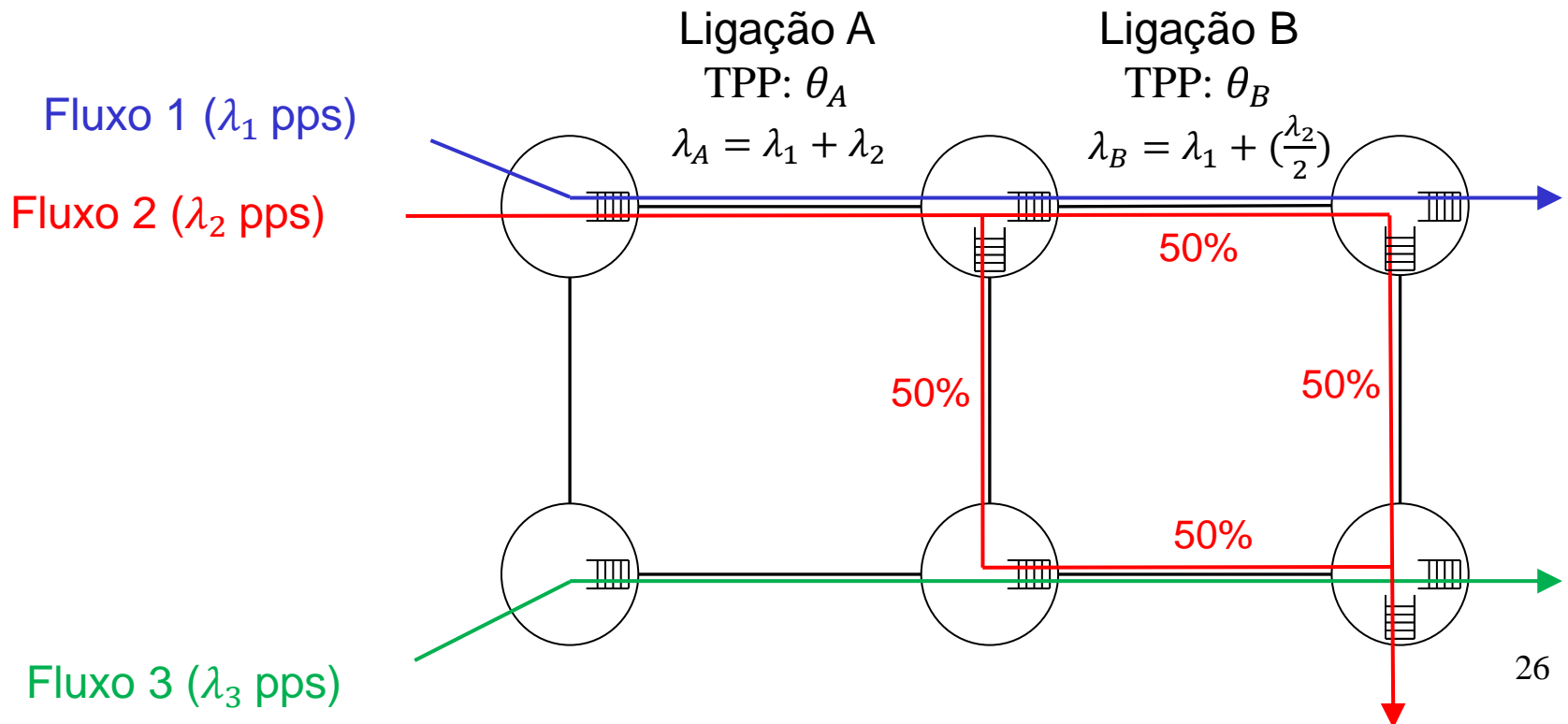


Taxa de perda de pacotes (TPP) de cada fluxo

Num fluxo com um único percurso de encaminhamento (por exemplo, o caso do **Fluxo 1**), a taxa de perda de pacotes do fluxo é a probabilidade de cada pacote ser descartado na 1ª ligação, ou na 2ª ligação, etc.

$$\theta_1 = \theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_B$$

TPP – taxa de perda de pacotes

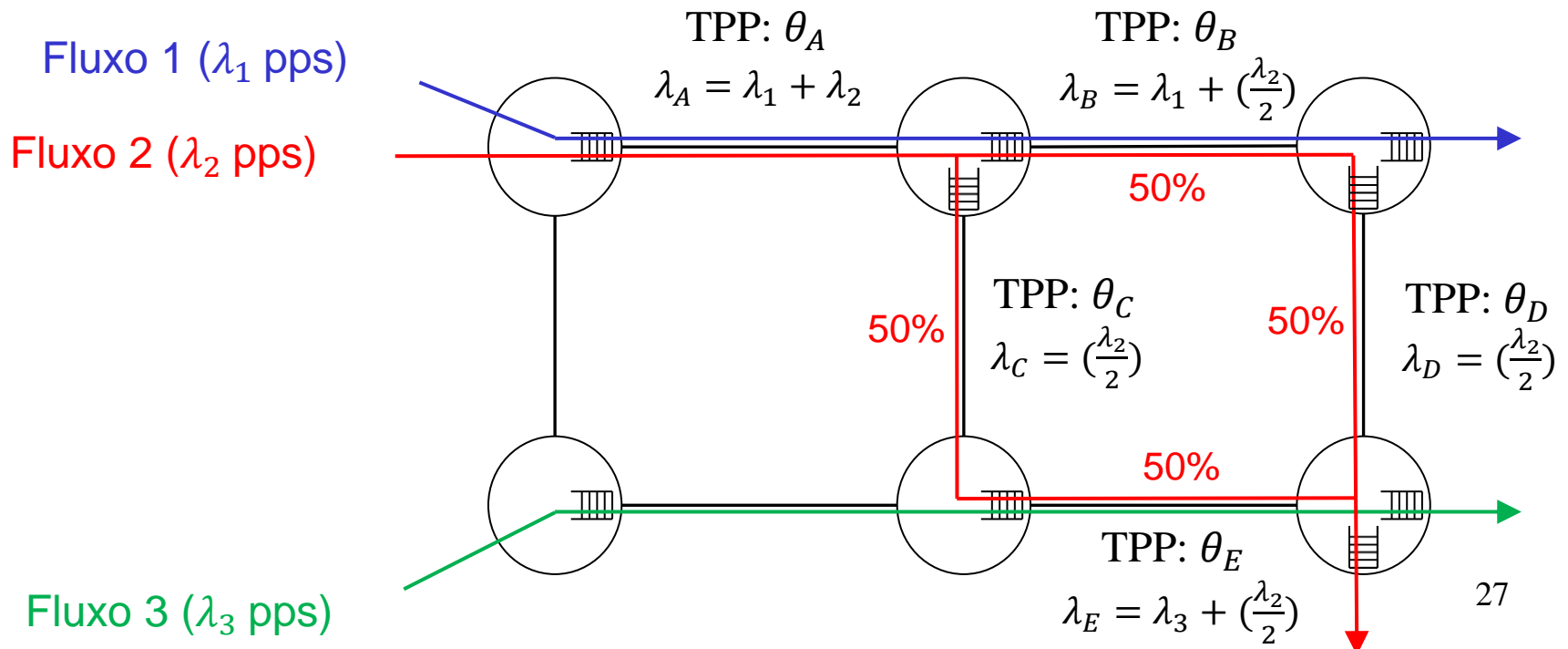


Taxa de perda de pacotes (TPP) de cada fluxo

Num fluxo com diferentes percursos de encaminhamento (no exemplo, o caso do **Fluxo 2**), a taxa de perda de pacotes do fluxo é:

- a média pesada da taxa de perda de pacotes de cada percurso
- o peso é a percentagem de pacotes encaminhados por cada percurso.

$$\theta_2 = 0.5 \times [\theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_B + (1 - \theta_A) \times (1 - \theta_B) \times \theta_D] + 0.5 \times [\theta_A + (1 - \theta_A) \times \theta_C + (1 - \theta_A) \times (1 - \theta_C) \times \theta_E]$$



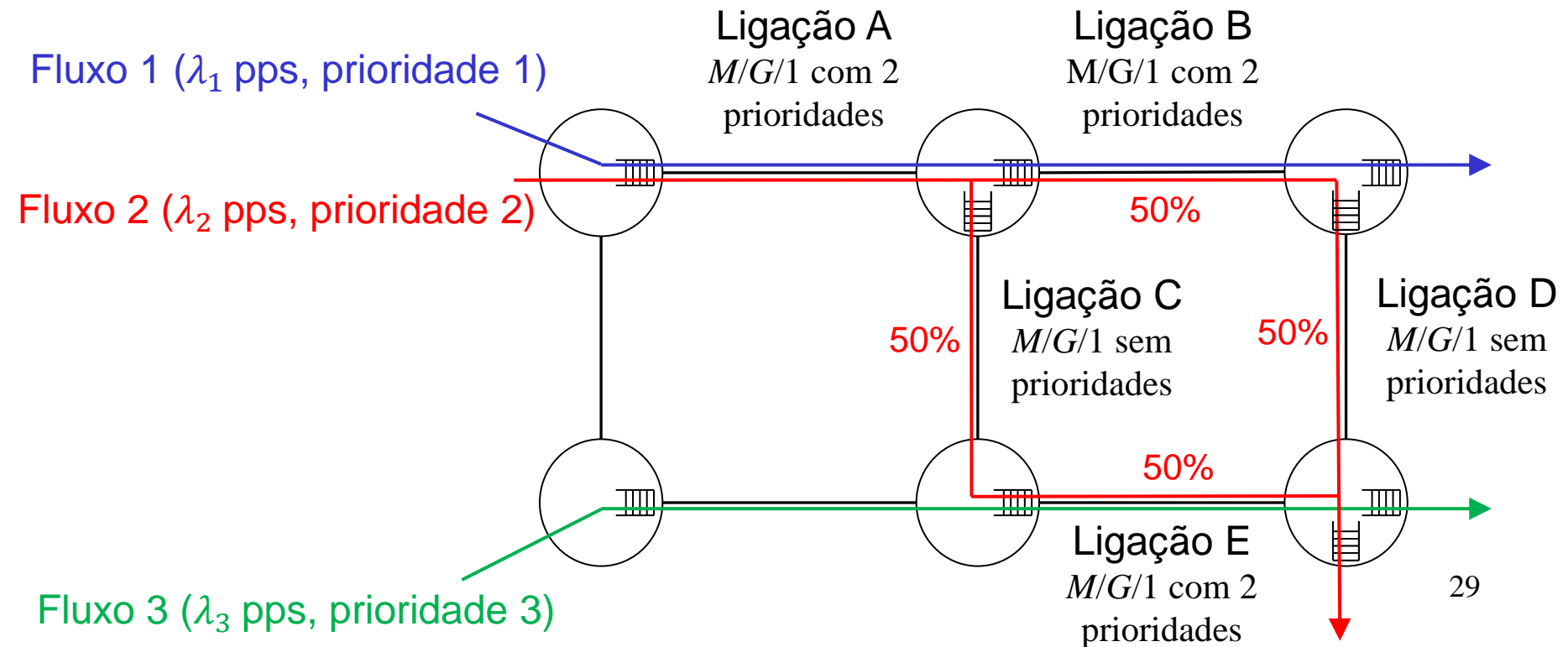
Impacto da TPP no atraso médio por pacote de cada fluxo

- A taxa de perda de pacotes (TPP) de um fluxo numa ligação reduz a taxa de entrada de pacotes do fluxo nessa ligação e nas ligações subsequentes do percurso de encaminhamento até ao nó destino.
- Na prática, as taxas de perda de pacotes são valores muito pequenos (tipicamente $< 1\%$)
 - em serviços de dados, o protocolo TCP tem um mecanismo de controlo de fluxo que reduz a taxa de emissão de pacotes quando os pacotes não chegam ao destino;
 - em serviços *real-time*, os codecs conseguem reconstruir o áudio (e/ou o vídeo) para pequenas taxas de perda de pacotes; caso contrário, interrompem o serviço.
- Para valores de TPP pequenos, o impacto na redução da taxa de entrada de pacotes é insignificante pelo que pode ser ignorado na determinação do atraso médio por pacote de cada fluxo (conforme descrito anteriormente).

Prioridades globais e prioridades em cada ligação

Considerando que a cada fluxo da rede é atribuída uma prioridade global:

- em cada ligação aplica-se o modelo $M/G/1$ com as prioridades apenas dos fluxos suportados pela ligação
- no exemplo, o **Fluxo 2** tem menor prioridade que o **Fluxo 1** nas ligações A e B mas tem maior prioridade que o **Fluxo 3** na ligação E



Rede de ligações $M/M/1$

Considere-se uma rede de ligações ponto-a-ponto em que a fila de espera de todas as ligações é muito grande.

Considere-se que a rede suporta diferentes fluxos de pacotes $s = 1 \dots S$ com a mesma prioridade entre si.

Considere-se que o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com a mesma média em todos os fluxos.

Neste caso, todas as ligações são modeladas por um $M/M/1$.

Considere-se que cada fluxo $s = 1 \dots S$ é suportado por um percurso único na rede, formado por uma sequência de ligações (i,j) definida pelo conjunto R_s .

Seja λ_s a taxa de chegada de pacotes do fluxo s , em pacotes/segundo.

Então a taxa total de chegada de pacotes a cada ligação (i,j) é:

$$\lambda_{ij} = \sum_{s:(i,j) \in R_s} \lambda_s$$

Rede de ligações *M/M/1*

Considere-se agora o caso em que pode haver múltiplos percursos associados a cada fluxo de pacotes s :

- Seja $f_{ij}(s)$ a fração de pacotes do fluxo s que atravessa a ligação (i,j) .
- Neste caso, o conjunto R_s inclui todas as ligações (i,j) tais que $f_{ij}(s) > 0$.

Então a taxa total de chegada de pacotes à ligação (i,j) é:

$$\lambda_{ij} = \sum_{s:(i,j) \in R_s} f_{ij}(s) \lambda_s$$

Considerando μ_{ij} a capacidade da ligação (i,j) em número médio de pacotes/segundo, o número médio de pacotes em todas as ligações é (relembrar o modelo *M/M/1*):

$$L = \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

Rede de ligações *M/M/1*

Usando o teorema de Little, o atraso médio por pacote na rede é:

$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} \qquad \gamma = \sum_s \lambda_s$$

Nos casos em que o atraso de propagação nas ligações não é desprezável, o atraso médio por pacote na rede passa a ser

$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \left(\frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \lambda_{ij} d_{ij} \right) \qquad \gamma = \sum_s \lambda_s$$

em que d_{ij} é o atraso de propagação da ligação (i, j) .

Rede de ligações *M/M/1*

No caso em que a cada fluxo s está associado um percurso único na rede, o atraso médio por pacote do fluxo de tráfego s é:

$$W_s = \sum_{(i,j) \in R_s} \left(\frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + d_{ij} \right)$$

No caso em que há diferentes percursos associados a cada fluxo de pacotes s , o atraso médio por pacote do fluxo s é:

- a média pesada do atraso de cada percurso (fórmula acima)
- o peso de cada percurso é a percentagem da taxa de chegada do fluxo s , λ_s , que é encaminhado pelo percurso.

-
- Nas redes com um percurso por fluxo, a maior fonte de erro associada à aproximação de Kleinrock deve-se à correlação entre os comprimentos dos pacotes e os intervalos entre chegadas.
 - Nas redes com múltiplos percursos por fluxo, pode existir um fator adicional de erro, dependendo da forma como os fluxos são bifurcados nos nós.

Exemplo 2

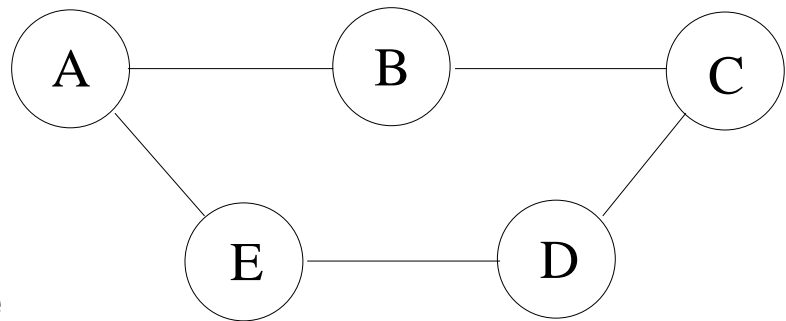
Considere a rede IP da figura com todas as ligações bidirecionais de 10 Mbps. A rede suporta 4 fluxos de pacotes:

- de A para C com uma taxa de Poisson de 1000 pps,
- de A para D com uma taxa de Poisson de 250 pps,
- de B para D com uma taxa de Poisson de 1000 pps e
- de B para E com uma taxa de Poisson de 750 pps.

O tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média 500 bytes em todos os fluxos. O tempo de propagação da ligação B-C é de 10 ms em cada sentido e desprezável nas outras ligações.

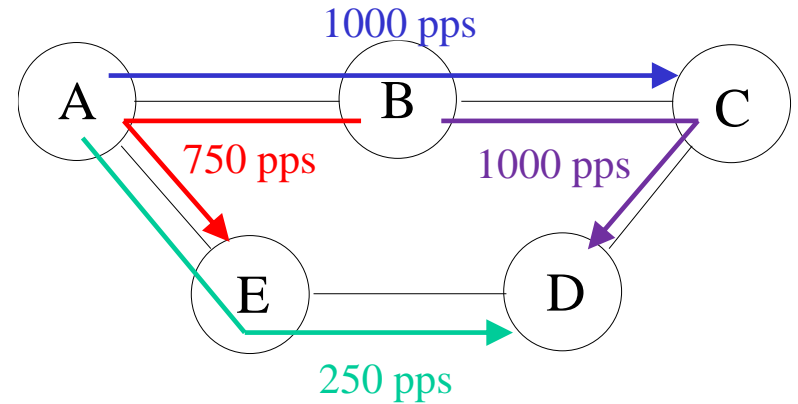
O protocolo de encaminhamento nos routers é o RIP. Utilizando a aproximação de Kleinrock, calcule:

- o atraso médio por pacote de cada fluxo;
- o atraso médio por pacote de todos os fluxos;
- a utilização (em percentagem) de cada ligação em cada sentido.



Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP



$$W_s = \sum_{(i,j) \in R_s} \left(\frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + d_{ij} \right)$$

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$W_{A \rightarrow C} = \frac{1}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + d_{AB} + \frac{1}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + d_{BC} = \frac{1}{2500 - 1000} + 0 + \frac{1}{2500 - (1000 + 1000)} + 0.01 = 0.0127 \text{ seg.}$$

$$W_{A \rightarrow D} = \frac{1}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + d_{AE} + \frac{1}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} + d_{ED} = \frac{1}{2500 - (750 + 250)} + 0 + \frac{1}{2500 - 250} + 0 = 0.0011 \text{ seg.}$$

$$W_{B \rightarrow D} = \frac{1}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + d_{BC} + \frac{1}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + d_{CD} = \frac{1}{2500 - (1000 + 1000)} + 0.01 + \frac{1}{2500 - 1000} + 0 = 0.0127 \text{ seg.}$$

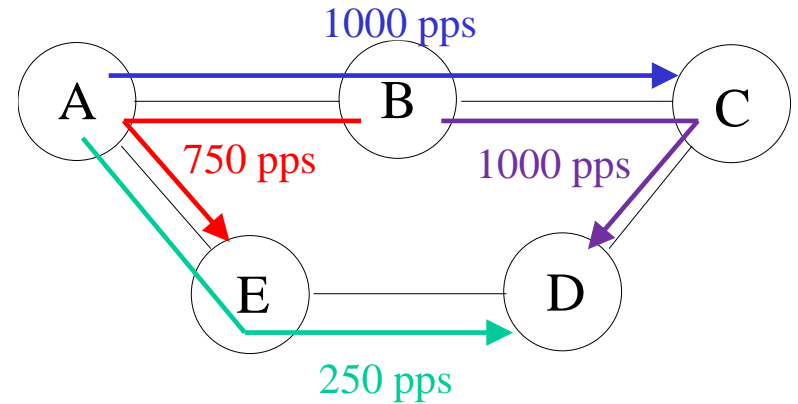
$$W_{B \rightarrow E} = \frac{1}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + d_{BA} + \frac{1}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + d_{AE} = \frac{1}{2500 - 750} + 0 + \frac{1}{2500 - (750 + 250)} + 0 = 0.0012 \text{ seg.}$$

Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP

(b) O atraso médio por pacote de todos os fluxos.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$



$$W = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \left(\frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \lambda_{ij} d_{ij} \right)$$

$$\gamma = \sum_s \lambda_s$$

$$\gamma = \lambda_{A \rightarrow C} + \lambda_{A \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow E} = 1000 + 250 + 1000 + 750 = 3000 \text{ pps}$$

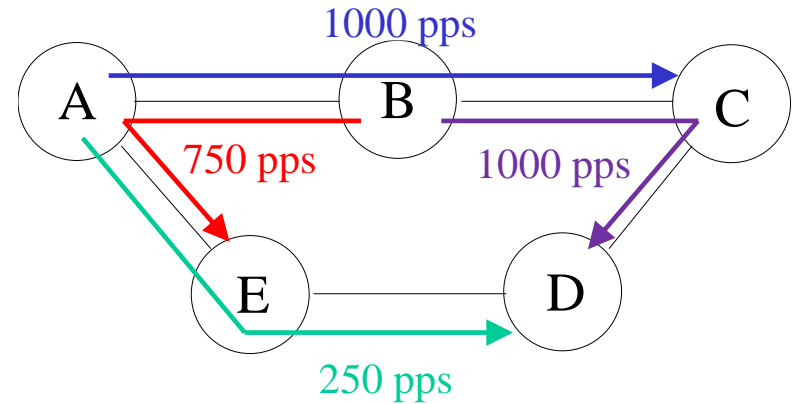
$$W = \frac{1}{\gamma} \times \left(\frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + \lambda_{BC} d_{BC} + \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} \right)$$

$$W = \frac{1}{3000} \times \left(\frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{750}{2500 - 750} + \frac{2000}{2500 - 2000} + 2000 \times 0.01 + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{250}{2500 - 250} \right)$$

$$W = 0.00865 \text{ seg.}$$

Exemplo 2

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Tempo de propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento RIP



(c) A utilização (em percentagem) de cada ligação em cada sentido.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$U_{AB} = \frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{BA} = \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA}} = \frac{750}{2500} = 0.3 = 30\%$$

$$U_{BC} = \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC}} = \frac{2000}{2500} = 0.8 = 80\%$$

$$U_{CD} = \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{AE} = \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE}} = \frac{1000}{2500} = 0.4 = 40\%$$

$$U_{ED} = \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED}} = \frac{250}{2500} = 0.1 = 10\%$$

Exemplo 3

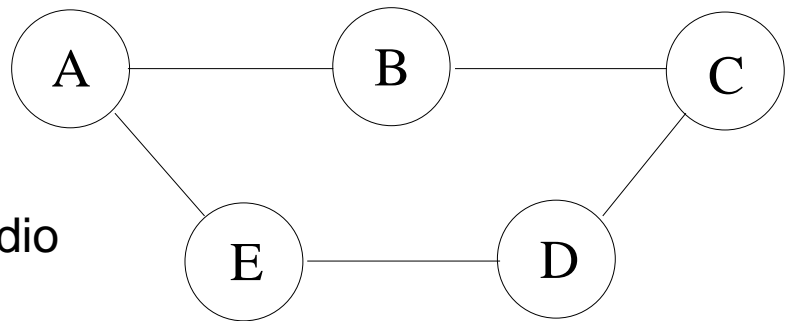
Considere a rede IP da figura com todas as ligações bidirecionais de 10 Mbps. A rede suporta 4 fluxos de pacotes:

- de A para C com uma taxa de Poisson de 1000 pps,
- de A para D com uma taxa de Poisson de 250 pps,
- de B para D com uma taxa de Poisson de 1000 pps e
- de B para E com uma taxa de Poisson de 750 pps.

O tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média 500 bytes em todos os fluxos. O tempo de propagação da ligação B-C é de 10 ms em cada sentido e desprezável nas outras ligações.

O protocolo de encaminhamento nos routers é o OSPF.

- (a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.
- (b) Utilizando a aproximação de Kleinrock, determine o atraso médio por pacote de todos os fluxos na solução anterior.



Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

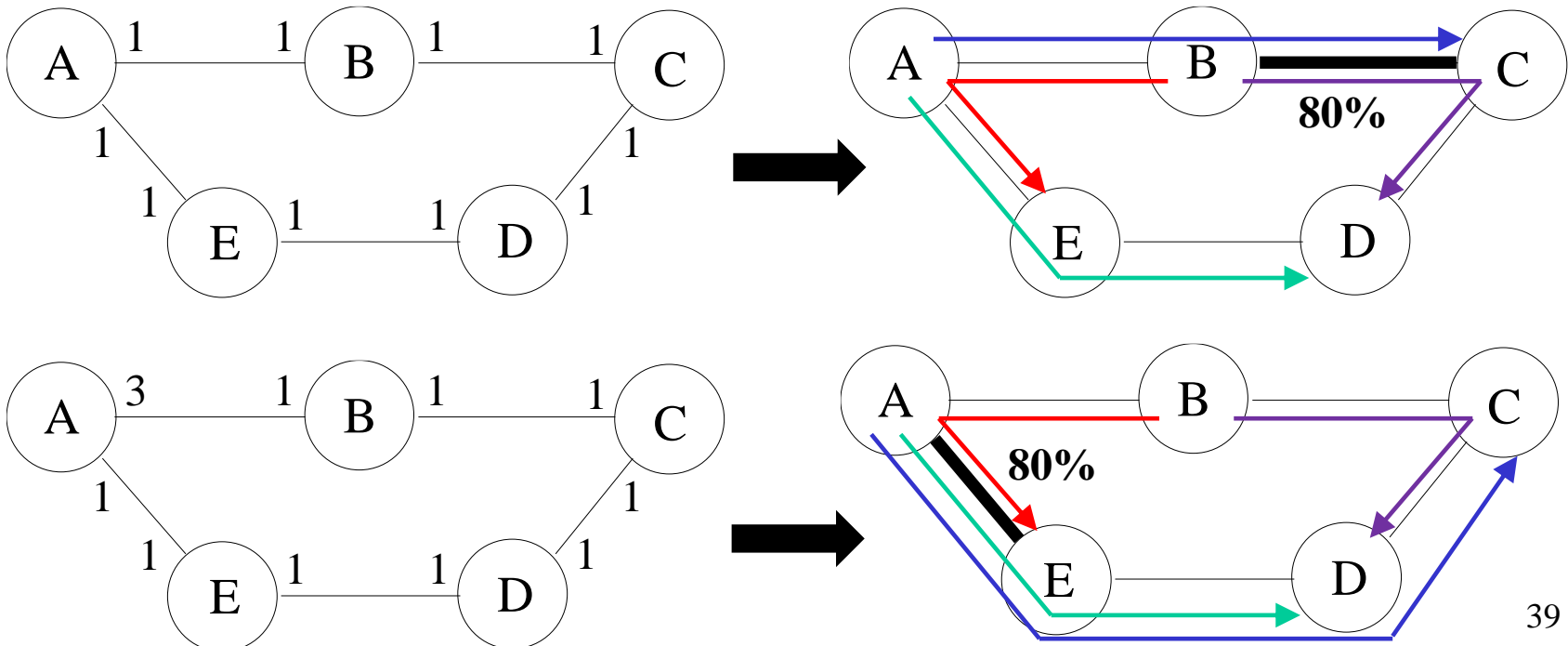
$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

(a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.



Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

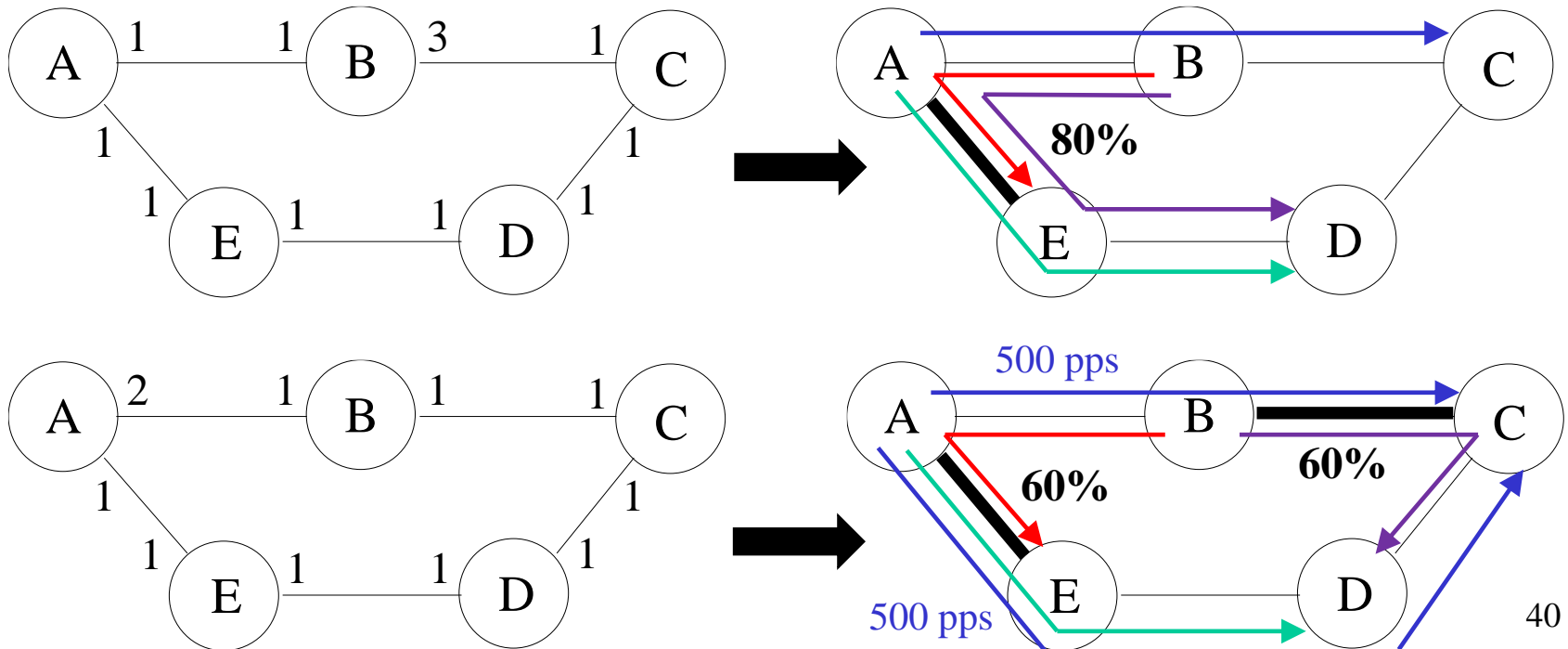
$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

(a) Determine os custos OSPF que permitem minimizar a utilização da ligação mais carregada.



Exemplo 3

- Ligações bidirecionais de 10 Mbps
- Pacotes de 500 bytes, em média
- Propagação da ligação B-C de 10 ms em cada sentido
- Encaminhamento OSPF

$$\lambda_{A \rightarrow C} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{A \rightarrow D} = 250 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow D} = 1000 \text{ pps}$$

$$\lambda_{B \rightarrow E} = 750 \text{ pps}$$

- (b) Utilizando a aproximação de Kleinrock, determine o atraso médio por pacote de todos os fluxos na solução anterior.

$$\mu_{AB} = \mu_{BA} = \mu_{BC} = \dots = \mu = \frac{10 \times 10^6 \text{ bps}}{500 \times 8 \text{ bpp}} = 2500 \text{ pps}$$

$$\gamma = \lambda_{A \rightarrow C} + \lambda_{A \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow D} + \lambda_{B \rightarrow E} = 1000 + 250 + 1000 + 750 = 3000 \text{ pps}$$

$$W = \frac{1}{\gamma} \times \left(\frac{\lambda_{AB}}{\mu_{AB} - \lambda_{AB}} + \frac{\lambda_{BA}}{\mu_{BA} - \lambda_{BA}} + \frac{\lambda_{BC}}{\mu_{BC} - \lambda_{BC}} + \lambda_{BC} d_{BC} + \frac{\lambda_{CD}}{\mu_{CD} - \lambda_{CD}} + \frac{\lambda_{DC}}{\mu_{DC} - \lambda_{DC}} + \frac{\lambda_{AE}}{\mu_{AE} - \lambda_{AE}} + \frac{\lambda_{ED}}{\mu_{ED} - \lambda_{ED}} \right)$$

$$W = \frac{1}{3000} \times \left(\frac{500}{2500 - 500} + \frac{750}{2500 - 750} + \frac{1500}{2500 - 1500} + 1500 \times 0.01 + \frac{1000}{2500 - 1000} + \frac{500}{2500 - 500} + \frac{1500}{2500 - 1500} + \frac{750}{2500 - 750} \right)$$

$$W = 0.00667 \text{ seg.} \quad (\text{Exemplo 2: } W = 0.00865 \text{ seg.})$$

