Universidade de Aveiro
Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática
Exame de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços – 7 de janeiro de 2025

Duração: 2 horas. Sem consulta. ***Justifique cuidadosamente todas as respostas***.

RESOLUÇÃO

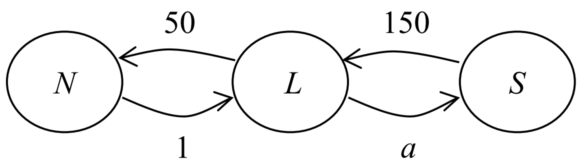
1. Considere uma ligação de dados com uma probabilidade de erro de bit (*Bit Error Rate*) de 10^{-4} em que os pacotes de dados são enviados com um código corretor de um erro (i.e., os pacotes são corretamente recolhidos pelo recetor se forem recebidos com até um bit errado). Determine a probabilidade de um pacote de 500 Bytes não ser corretamente recolhido. (*1.5 valores*)

$$p(0\text{ bits errados}) = \binom{500\times 8}{0} \times (1-10^{-4})^{500\times 8} \times (1-10^{-4})^{0} = (1-10^{-4})^{500\times 8} = 0.67031$$

$$p(1\text{ bit errado}) = \binom{500\times 8}{1} \times 10^{-4} \times (1-10^{-4})^{500\times 8-1} = 0.26815$$

$$P = 1 - p(0\text{ bits errados}) - p(1\text{ bit errado}) = 0.06154 = 6.154\%$$

2. Considere que uma ligação sem fios para comunicação de pacotes pode estar num de 3 estados possíveis – Normal (*N*), Interferência Ligeira (*L*) ou Interferência Severa (*S*) – de acordo com a cadeia de Markov seguinte em que as taxas são dadas em número de transições por hora:



Considere que: (i) a probabilidade de cada pacote ser recebido com pelo menos um bit errado é de 0.001% no estado *N*, 0.1% no estado *L* e 5% no estado *S* e (ii) o tempo médio de permanência no estado *L* é de 30 segundos. Determine:

a) a taxa de transição *a* de cadeia de Markov, em número de transições por hora, (*1.5 valores*)

b) o tempo médio de permanência no estado *N*, em segundos, (*1.5 valores*)

c) a probabilidade, em percentagem, da ligação estar no estado *S* quando um pacote é recebido com pelo menos um bit errado. **NOTA: se não fez a alínea a), considere *a* = 20.** (*1.5 valores*)

a) $\frac{30}{3600} = \frac{1}{50+a}$ $\qquad a = \frac{3600}{30} - 50 = 70 \text{ transições por hora}$

b) $T(N) = \frac{1}{1} = 1 \text{ hora} = 3600 \text{ segundos}$

c) Evento E - o pacote é recebido com um ou mais erros

$$P(N) = \frac{1}{1+\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\times\frac{70}{150}} \qquad P(L) = \frac{\frac{1}{50}}{1+\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\times\frac{70}{150}} \qquad P(S) = \frac{\frac{70}{150}}{1+\frac{1}{50}+\frac{1}{50}\times\frac{70}{150}}$$

$$P(S|E) = \frac{P(E|S)P(S)}{P(E|N)P(N)+P(E|L)P(L)+P(E|S)P(S)}$$

$$= \frac{5\times 10^{-2}\times P(S)}{10^{-5}\times P(N)+10^{-3}\times P(L)+5\times 10^{-2}\times P(S)} = 0.9396 = 93.96\%$$

3. Considere um sistema de transmissão de pacotes de 100 Mbps com uma fila de espera muito grande a suportar um fluxo de pacotes cujas chegadas são um processo de Poisson com taxa de 10000 pacotes/segundo e o tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com tamanho médio de 1000 Bytes. Determine:
   a) o atraso médio por pacote no sistema, em milissegundos (*1.0 valores*)
   b) o número médio de pacotes em fila de espera. (*1.5 valores*)

$$\mu = \frac{100 \times 10^6}{8 \times 1000} = 12500 \text{ pps}$$

a) $$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{12500 - 10000} = 0.0004 \text{ seg} = 0.4 \text{ ms}$$

b) $$W_Q = W - E[S] = 0.0004 - \frac{8 \times 1000}{100 \times 10^6} = 0.00032 \text{ seg}$$

$$L_Q = \lambda \times W_Q = 10000 \times 0.00032 = 3.2 \text{ pacotes}$$

4. Considere um sistema de transmissão de pacotes de 5 Mbps com uma fila de espera muito grande a suportar 4 fluxos (A, B, C e D) de pacotes de 1 Mbps cada. As chegadas de pacotes são um processo de Poisson para todos os fluxos. O tamanho dos pacotes é fixo e é de 100 Bytes para o fluxo A, 250 Bytes para o fluxo B, 500 Bytes para o fluxo C e 1000 Bytes para o fluxo D. O sistema serve o fluxo D com a maior prioridade, o fluxo C com a segunda maior prioridade, o fluxo B com a terceira maior prioridade e o fluxo A com a quarta maior prioridade. Determine o atraso médio global dos pacotes do fluxo A. (*2.0 valores*)

$\lambda_A = \frac{1\times10^6}{8\times100} = 1250 \text{ pps}$ $\qquad$ $\lambda_B = \frac{1\times10^6}{8\times250} = 500 \text{ pps}$

$\lambda_C = \frac{1\times10^6}{8\times500} = 250 \text{ pps}$ $\qquad$ $\lambda_D = \frac{1\times10^6}{8\times1000} = 125 \text{ pps}$

Ligação BC suporta os fluxos 1 e 2 em que o fluxo 2 tem menor prioridade (M/G/1 com prioridades):

$E[SA] = \frac{8\times100}{5\times10^6}$ $\qquad$ $E[SA^2] = E[SA]^2 = \left(\frac{8\times100}{5\times10^6}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_A = \lambda_A \times E[SA] = 0.2$

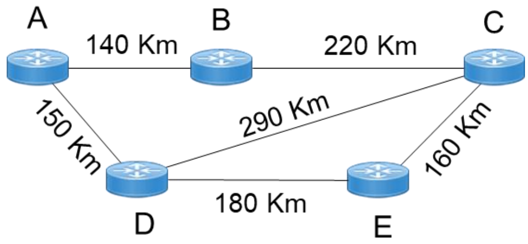
$E[SB] = \frac{8\times250}{5\times10^6}$ $\qquad$ $E[SB^2] = E[SB]^2 = \left(\frac{8\times250}{5\times10^6}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_B = \lambda_B \times E[SB] = 0.2$

$E[SC] = \frac{8\times100}{5\times10^6}$ $\qquad$ $E[SC^2] = E[SC]^2 = \left(\frac{8\times100}{5\times10^6}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_C = \lambda_C \times E[SC] = 0.2$

$E[SD] = \frac{8\times100}{5\times10^6}$ $\qquad$ $E[SD^2] = E[SD]^2 = \left(\frac{8\times100}{5\times10^6}\right)^2$ $\qquad$ $\rho_D = \lambda_D \times E[SD] = 0.2$

$$W_{2,BC} = \frac{\lambda_A E[SA^2] + \lambda_B E[SC^2] + \lambda_C E[SC^2] + \lambda_D E[SD^2]}{2(1-\rho_D-\rho_C-\rho_B)(1-\rho_D-\rho_C-\rho_B-\rho_A)} + E[SA] = 0.00386 \text{ segundos}$$

5. Considere a rede da figura ao lado que indica o comprimento das ligações de uma rede de routers. O tráfego com origem no router B e cujo destino é o router D é protegido por um mecanismo 1:1 em que o percurso de serviço é B-A-D e o percurso de proteção é B-C-D. A disponibilidade de cada router é 0.99999 e a disponibilidade das ligações é caracterizada por um *Cable Cut* de 200 Km e um tempo médio de reparação de 6 horas. Determine (apresente todos os valores com 6 casas decimais):



a) a disponibilidade do par de percursos usado, (*1.0 valores*)

b) a probabilidade do tráfego estar a ser encaminhado pelo percurso de serviço, (*1.5 valores*)

c) a probabilidade do tráfego estar a ser encaminhado pelo percurso de proteção. (*1.5 valores*)

a) $a_A = a_B = a_C = a_D = a_E = 0.99999$

$$a_{BA} = \frac{\frac{200\times365\times24}{140}}{\frac{200\times365\times24}{140}+6} = 0.999521 \qquad a_{AD} = \frac{\frac{200\times365\times24}{150}}{\frac{200\times365\times24}{150}+6} = 0.999487$$

$$a_{BC} = \frac{\frac{200\times365\times24}{220}}{\frac{200\times365\times24}{220}+6} = 0.999247 \qquad a_{CD} = \frac{\frac{200\times365\times24}{290}}{\frac{200\times365\times24}{290}+6} = 0.999008$$

$$a_{BA,A,AD} = a_{BA} \times a_A \times a_{AD} = 0.998998 \qquad a_{BC,C,CD} = a_{BC} \times a_C \times a_{CD} = 0.998246$$

$$A = a_B \times \left(1 - \left[\left(1 - a_{BA,A,AD}\right) \times \left(1 - a_{BC,C,CD}\right)\right]\right) \times a_D = 0.999078$$

b) $A = a_{B,BA,A,AD,D} = a_B \times a_{BA,A,AD} \times a_D = 0.998978$

c) $A = a_B \times a_{BC,C,CD} \times \left(1 - a_{BA,A,AD}\right) \times a_D = 0.001001$

6. Considere novamente a rede apresentada na figura do exercício anterior. Considere agora que os routers estão configurados com o protocolo RIP usando ECMP (*Equal Cost Multi-Path*). Cada router tem uma capacidade de 100 Gbps e o seu consumo de energia é $E_n = 15 + 50 \times t^2$ (em que t é a carga do router). Cada ligação tem uma capacidade de 100 Gbps em cada sentido e o seu consumo de energia é $E_l = 5 + 0.1 \times l$ (em que l é o comprimento em Km) quando suporta tráfego ou é nulo quando está em modo adormecido. Se a rede estiver a suportar apenas um fluxo entre o router B e o router D de 20 Gbps em cada sentido, determine justificadamente:

a) que débito binário, em Gbps, o fluxo ocupa em cada sentido de cada ligação, (*1.5 valores*)

b) o consumo energético da rede. (*2.0 valores*)

a) O RIP encaminha cada fluxo pelos percursos com menor número de saltos. Assim, o fluxo de 20 é enviado metade (pelo ECMP) por cada um dos dois percursos de 2 saltos (BAD e BCD no sentido de B para D; DAB e DCB no sentido de D para B). O débito de cada ligação é:

AB: 10 Gbps em cada sentido　　*AD*: 10 Gbps em cada sentido

BC: 10 Gbps em cada sentido　　*CD*: 10 Gbps em cada sentido

CE: 0 Gbps em cada sentido　　*DE*: 0 Gbps em cada sentido

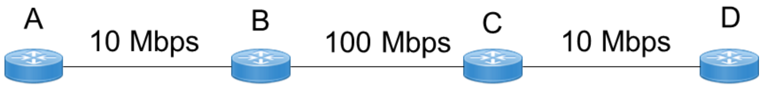
b) $E_n = 15 \times 5 + 50 \times ((t_A)^2 + (t_B)^2 + (t_C)^2 + (t_D)^2 + (t_E)^2)$

$$= 15 \times 5 + 50 \times \left(\left(\frac{20}{100}\right)^2 + \left(\frac{40}{100}\right)^2 + \left(\frac{20}{100}\right)^2 + \left(\frac{40}{100}\right)^2 + \left(\frac{0}{100}\right)^2\right) = 95$$

$$E_l = 5 \times 4 + 0.1 \times (l_{AB} + l_{AD} + l_{BC} + l_{CD}) = 20 + 0.1 \times (140 + 150 + 220 + 290) = 100$$

$$E = E_n + E_l = 195$$

7. Considere a rede com comutação de pacotes da figura a suportar múltiplos fluxos de pacotes em que o tamanho máximo dos pacotes entre todos os fluxos é 1500 Bytes. Todas as ligações estão configuradas com o WFQ para reserva de recursos. Cada ligação da rede introduz um atraso de propagação de 1 milissegundo em cada sentido. Considere um fluxo do router A para o router D de pacotes de comprimento máximo de 200 Bytes formatado por um *leaky bucket* com parâmetros σ = 1000 bytes e ρ = 500 Kbps. Determine a taxa (em Mbps) que é necessário reservar nas ligações por forma a garantir um atraso máximo extremo-a-extremo de 10 milissegundos para todos os pacotes deste fluxo. (*2.0 valores*)



$$D_i = \frac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^{n} \frac{L_{max}}{C_j} + \Gamma$$

$$0.01 = \frac{1000 \times 8 + (3-1) \times 200 \times 8}{r} + \frac{1500 \times 8}{10 \times 10^6} + \frac{1500 \times 8}{100 \times 10^6} + \frac{1500 \times 8}{10 \times 10^6} + 3 \times 0.001$$

$$r = 2500000 \text{ bps} = 2.5 \text{ Mbps}$$

FORMULÁRIO

Teorema de Little: $L = \lambda W$ Atraso médio no sistema $M/M/1$: $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$ com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1)} & , k = 1 \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1-\cdots-\rho_{k-1})(1-\rho_1-\cdots-\rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \qquad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: $P_m = \dfrac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^{m} (\lambda/\mu)^n / n!}$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n}}, \quad P_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n}\right)}, \quad n \geq 1$$

WFQ: $RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \dfrac{1}{\sum_{j\ ativas} \phi_j} t$ $\qquad FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, RN\right) + \dfrac{L_k / C}{\phi_i}$

SCFQ: $FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, FN_s\right) + \dfrac{L_k}{\phi_i}$

WFQ com *Leaky Bucket*: $D_i = \dfrac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^{n} \dfrac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$

Disponibilidade (elementos em série): $A = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$

Disponibilidade (elementos em paralelo): $A = 1 - [(1 - a_1) \times (1 - a_2) \times \ldots \times (1 - a_n)]$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$