Universidade Federal de Minas Gerais

Exercício

Prof. Frederico Coelho

September 5, 2023

Treinamento Adaline e Perceptron

Exercício 1

O aluno deve amostrar duas distribuições normais no espaço R^2, ou seja, duas distribuições com duas variáveis cada (Ex: x_1 e x_2), gerando um conjunto de dados com duas classes. As distribuição são caracterizadas como $\mathcal{N}(2, 2, \sigma = 0.4)$ e $\mathcal{N}(4, 4, \sigma = 0.4)$, como pode ser visualizado na Fig. 1. O número de amostras será de 200 para cada classe. Dica: Consulte o item *Funções úteis no R* para ver como gerar estes dados.

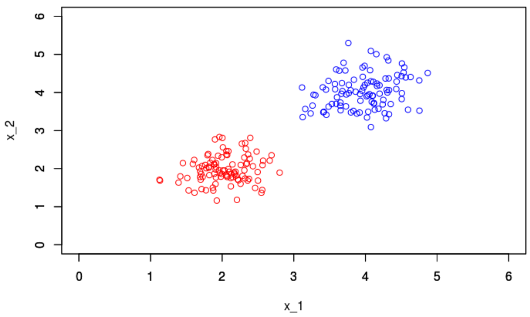

Figure 1: Dados amostrados de duas distribuições Normais com médias $m1 = (2; 2)^T$ e $m2 = (4; 4)^T$ e coeficiente de correlação nulo

O aluno deverá treinar um classificador linear do tipo Adaline para resolver o problema de classificação dos dados acima usando a solução direta. Considere que a saída da rede será 1 para uma classe e -1 para a outra classe, por exemplo.
O neurônio Adaline implementa a seguinte função:

$$y(x) = f(w_n x_n + w_{n-1} x_{n-1} + \cdots + w_1 x + w_0), \tag{1}$$

em que x é o argumento, w_j é o peso da entrada x_j, e $f(.)$ é a função identidade.

Dadas as observações (x_i, y_i) representadas na forma do conjunto de dados $D = \{x_i, y_i\}_{i=1}^{N}$, deseja-se encontrar os pesos w_j que melhor aproxima a função geradora $f_g(x)$ do conjunto D. Os parâmetros de w_j são ajustados de forma tal que $y_i = w_n x_{n_i} + w_{n-1} x_{n-1_i} + \cdots + w_1 x_{1_i} + w_0 \ \forall x_i \in D$, conforme representado no sistema de equações 2.

$$\begin{array}{lllllll} y_1 = w_n x_{n_1} & +w_{n-1} x_{n-1_1} & + & \cdots & +w_1 x_{1_1} & +w_0 \\ y_2 = w_n x_{n_2} & +w_{n-1} x_{n-1_2} & + & \cdots & +w_1 x_{1_2} & +w_0 \\ \quad\vdots & \quad\vdots & \ldots & \vdots & & \\ y_N = w_n x_{n_N} & +w_{n-1} x_{n-1_N} & + & \cdots & +w_1 x_{1_N} & +w_0 \end{array} \tag{2}$$

O sistema representado em 2 possui N equações e n incógnitas, podendo também ser representado na forma matricial 3.

$$\mathbf{X}\mathbf{w} = \mathbf{y} \tag{3}$$

em que $\mathbf{X}$, $\mathbf{w}$ e $\mathbf{y}$ são representados em 4, 5 e 6.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_{n_1} & x_{n-1_1} & \cdots & x_{1_1} & 1 \\ x_{n_2} & x_{n-1_2} & \cdots & x_{1_2} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots & \\ x_{n_N} & x_{n-1_N} & \cdots & x_{1_N} & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_n \\ w_{n-1} \\ \vdots \\ w_1 \\ w_0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \tag{6}$$

A matriz $\mathbf{w}$ pode ser obtida por meio da pseudoinversa, conforme Equação 7.

$$\mathbf{w} = \mathbf{X}^{+}\mathbf{y} \tag{7}$$

em que $\mathbf{H}^+$ é a pseudoinversa de $\mathbf{H}$.
Gere um relatório contendo o gráfico com o melhor hiperplano de separação.

Dica: use a função pseudoinverse() do R.

Exercício 2

Resolva o mesmo problema anterior implementando o treinamento através da regra Delta vista em sala de aula. Dica: consulte as notas de aula e os slides para ver como implementar a função de treinamento.
Com o mesmo conjunto de dados utilizado anteriormente (não gere os dados novamente) Gere um o gráfico com o melhor hiperplano de separação e compare com o do exercício anterior.

Exercício 3

Transforme o algoritmo de treinamento do Adaline no exercício 2 para implementar um perceptron e resolva o mesmo problema sem gerar dados novos e compare as três soluções. Gere o gráfico do hiperplano de separação aqui também.

Fote: Exercícios do Prof. Antônio Braga