



Universidade Federal do ABC
Centro de Matemática, Computação e Cognição

Pilhas

Monael Pinheiro Ribeiro, D.Sc.

Pilhas

- Definição
 - **pilha** s. f. 1. Porção de coisas dispostas umas sobre as outras. 2. Eletr. Aparelho que transforma em corrente elétrica a energia desenvolvida em uma reação química. 3. Fig. Indivíduo irritado, nervoso.
 - **pilha** s. f. 1. Montão de coisas dispostas umas sobre as outras; rima. 2. Aparelho que transforma em corrente elétrica a energia desenvolvida numa reação química.

Pilha

- Exemplos:



Pilha

- Uma pilha é uma estrutura de dados que admite inserção e remoção de itens apenas em uma extremidade, chamada topo.
- Mais especificamente, uma pilha “*stack*” é uma estrutura sujeita à seguinte regra de operação:
 - sempre que houver uma inclusão ou remoção de elemento isso acontecerá no topo.
 - Ao remover um elemento, deixará a pilha o que estiver a menos tempo na pilha.
- Em outras palavras, o último objeto inserido na pilha é também o primeiro a ser removido.
- Essa política é conhecida pela sigla LIFO (*Last-In-First-Out*).

Pilhas

- Motivação:
 - Por que usar pilhas?

Pilhas

- Motivação:
 - Por que usar pilhas?
 - Custo

Pilhas

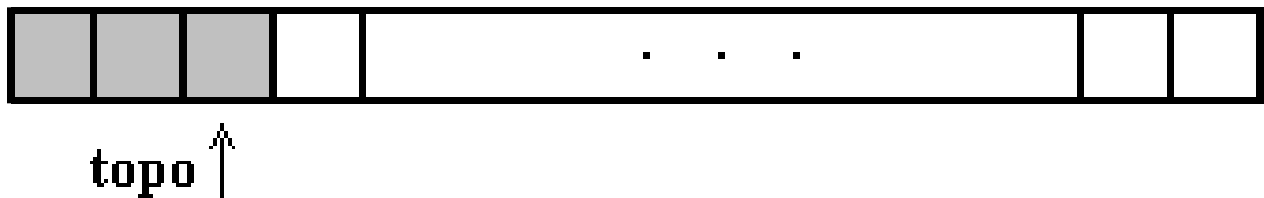
- Motivação:
 - Por que usar pilhas?
 - Custo

Operação	Listas		Pilha
Inserção	$O(n)$		$O(1)$
Remoção	$O(n)$		$O(1)$
Busca	Linear	Binária	$O(n)^*$
	$O(n)$	$O(\log_2 n)$	

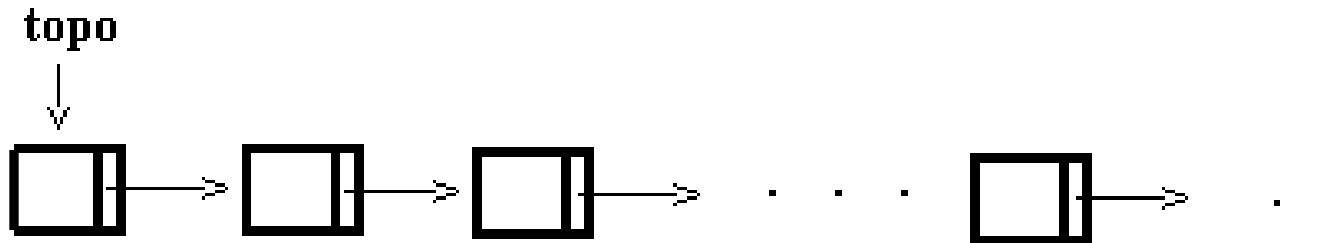
* Não se aplica a busca propriamente em uma pilha, na realidade se desempilha itens (remoção) até que se encontre o item desejado.

Pilhas

- Quanto a implementação, as pilhas podem ser:
 - **Estáticas**: Os elementos são armazenados em um vetor.



- **Dinâmicas**: Os elementos são alocados dinamicamente conforme necessidade. Cada elemento armazena os dados e um ponteiro para o próximo elemento da pilha.



Pilhas

- Estrutura de Dados do tipo Pilha:
 - Pilha Estática
 - Pilhas Múltiplas
 - Pilha Dinâmica



Universidade Federal do ABC
Centro de Matemática, Computação e Cognição

Pilha Estática

Monael Pinheiro Ribeiro, D.Sc.

Pilha Estática

- Seja:
 - S uma pilha com n elementos e
 - i um índice tal que $0 \leq i \leq n-1$
- Características de uma Pilha S:
 - Os itens da pilha são dispostos conforme sua entrada na pilha.
 - Só é permitido a inclusão de itens no topo da pilha. (LIFO)
 - São armazenados fisicamente em posições consecutivas;
 - A eliminação de itens só é permitida do topo da pilha. (LIFO)
 - LIFO (Last In First Out) – “Último que Entra Primeiro que Sai”

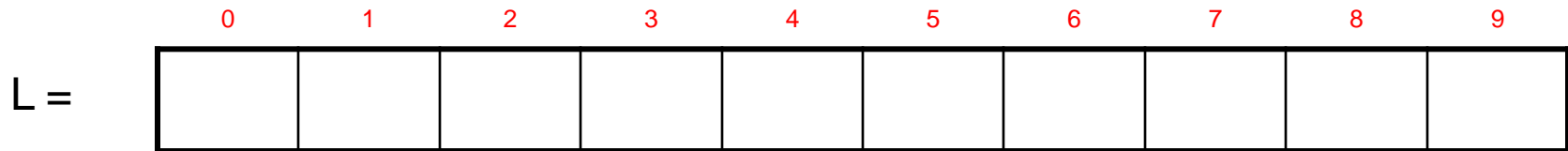
Pilha Estática

- Operações Básicas
 - Inserção de um elemento na Pilha (Empilhar)
 - Eliminação de um elemento da Pilha (Desempilhar)

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)

topo : -1

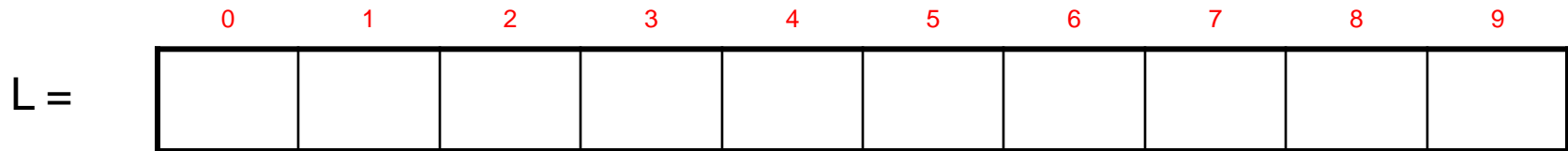


Para fins de simplificação do exemplo de funcionamento, usaremos um vetor de inteiros. Em uma aplicação ter-se-ia um vetor de estruturas.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)

topo : -1



Se a pilha não estiver cheia.

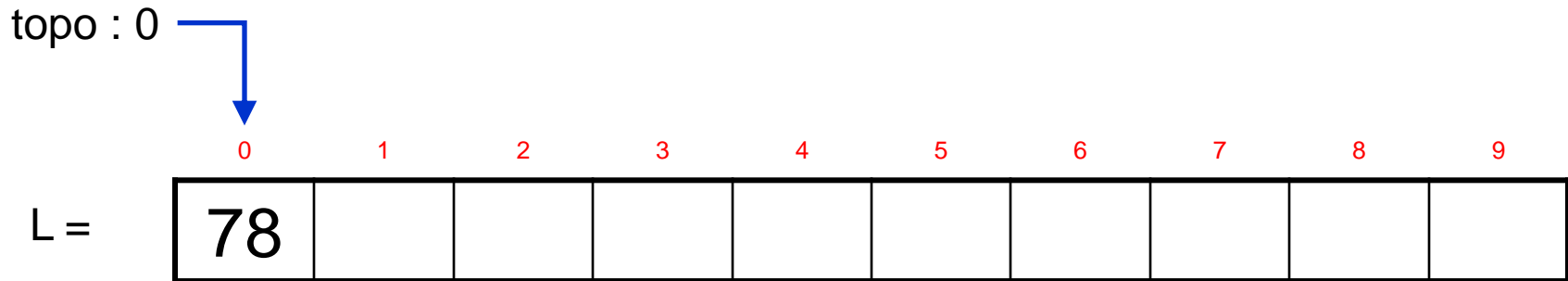
Portanto:

Item a ser inserido: 78

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

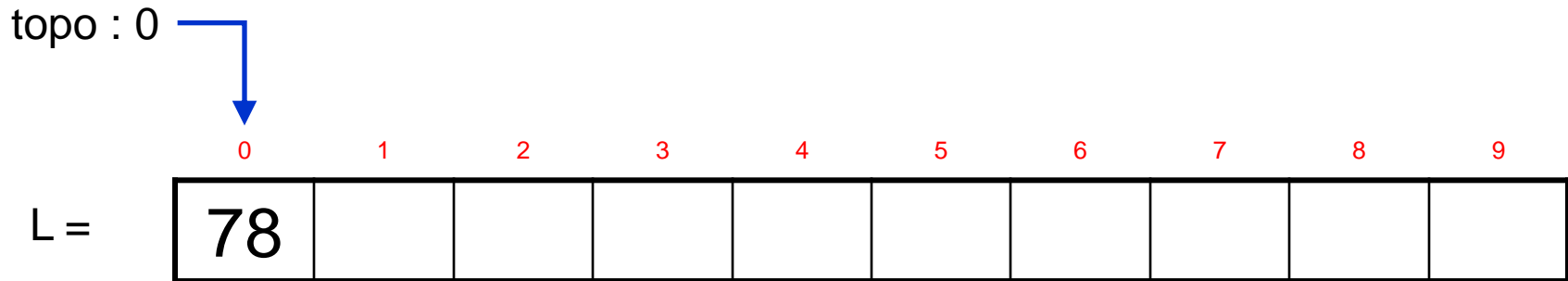
Portanto:

Item a ser inserido: 78

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

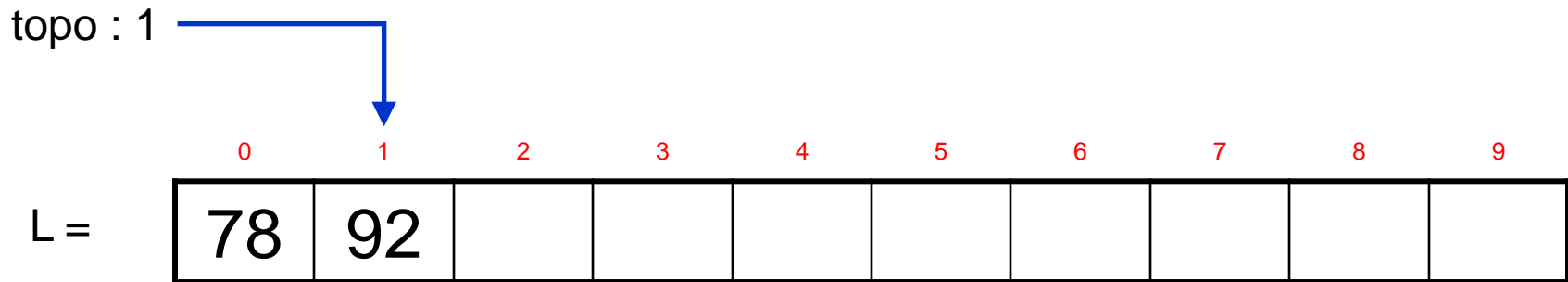
Portanto:

Item a ser inserido: 92

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

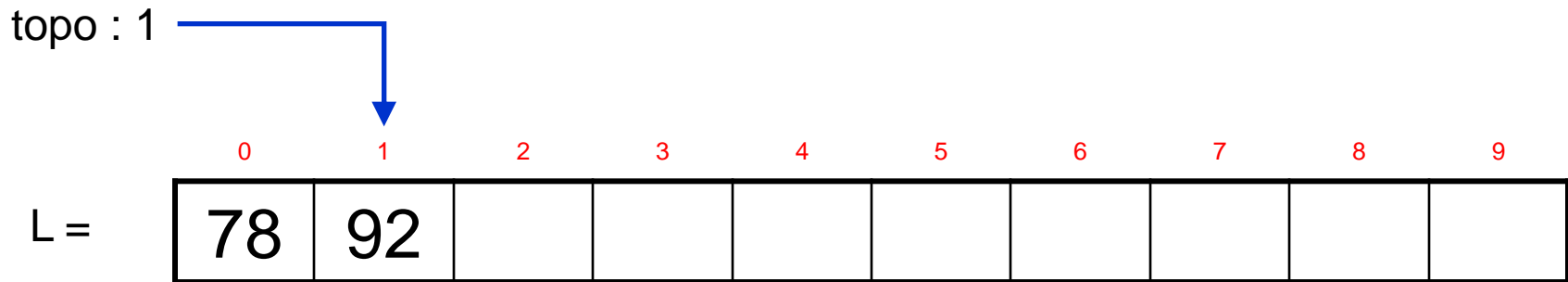
Portanto:

Item a ser inserido: 92

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

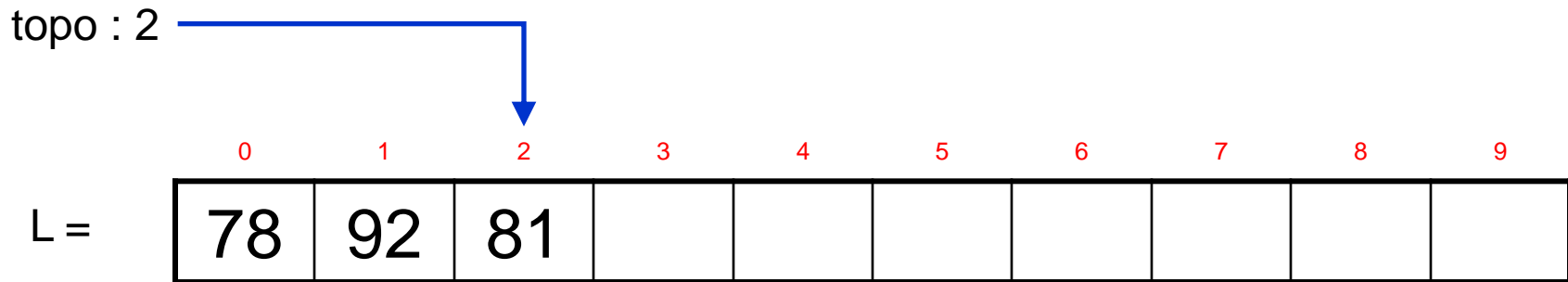
Portanto:

Item a ser inserido: 81

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

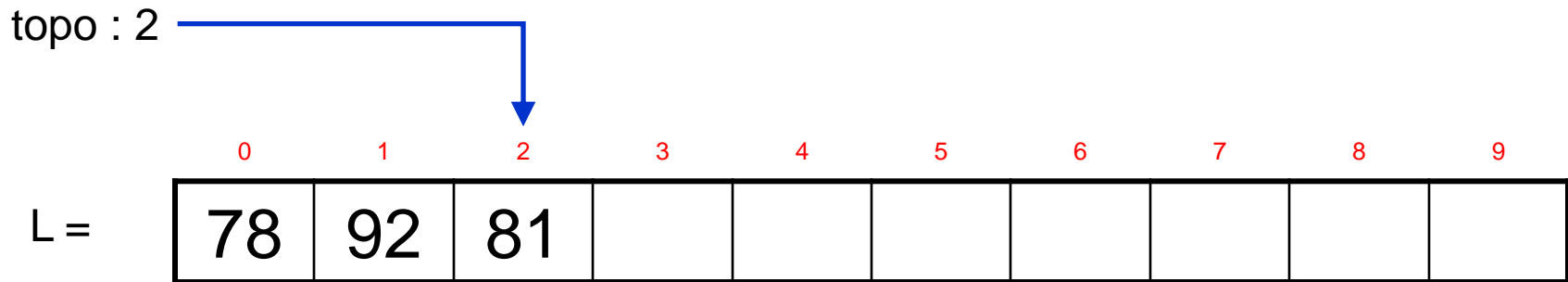
Portanto:

Item a ser inserido: 81

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

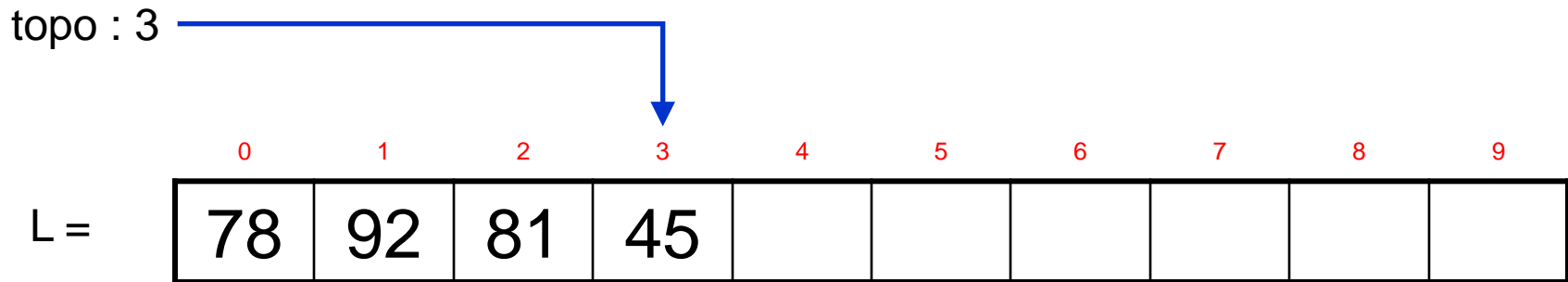
Portanto:

Item a ser inserido: 45

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

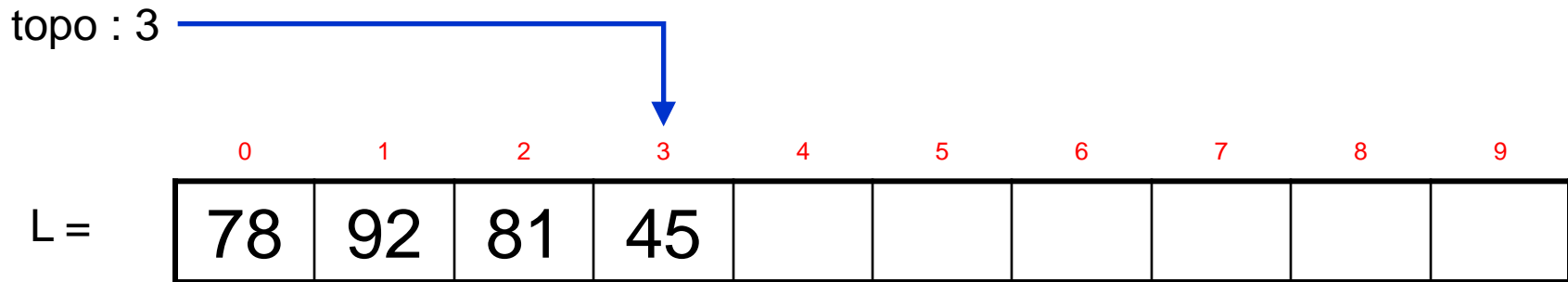
Portanto:

Item a ser inserido: 45

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

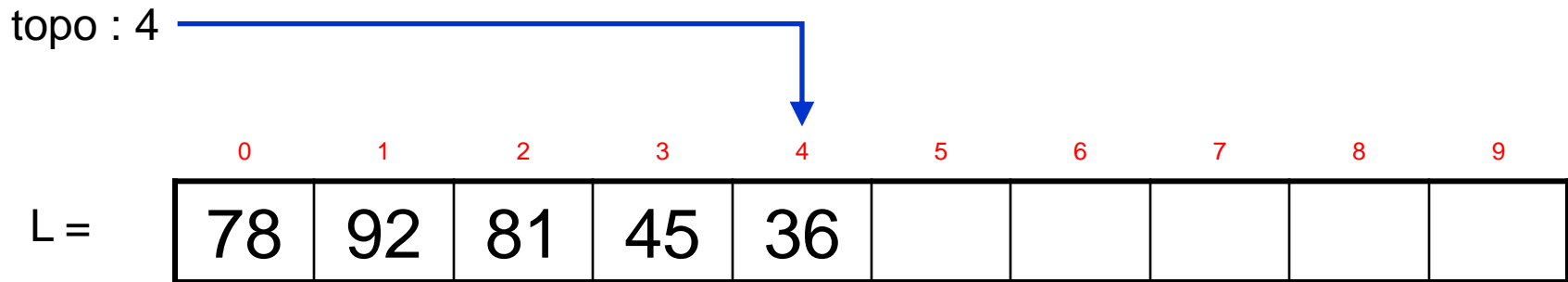
Portanto:

Item a ser inserido: 36

- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Funcionamento (Empilhar)



Se a pilha não estiver cheia.

Portanto:

Item a ser inserido: 36

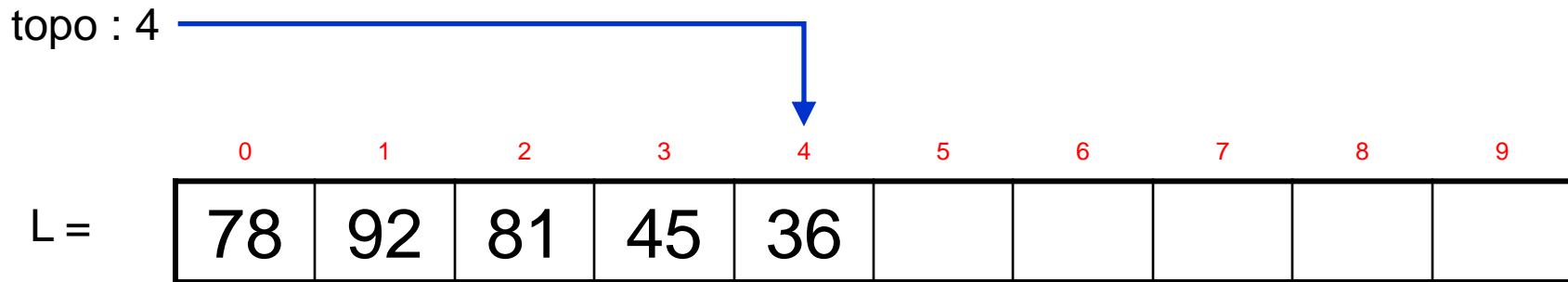
- Incrementar topo de uma unidade.
- Empilhar o elemento na posição topo.

Pilha Estática

- Empilhar (Lembretes)
 - Caso Geral
 - Se a Pilha Não Estiver Cheia
 - Incrementar o topo
 - Empilhar
 - Como saber se a pilha está cheia:
 - Se topo for igual ao tamanho do vetor
 - Então a pilha está cheia

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Se a pilha não estiver vazia.

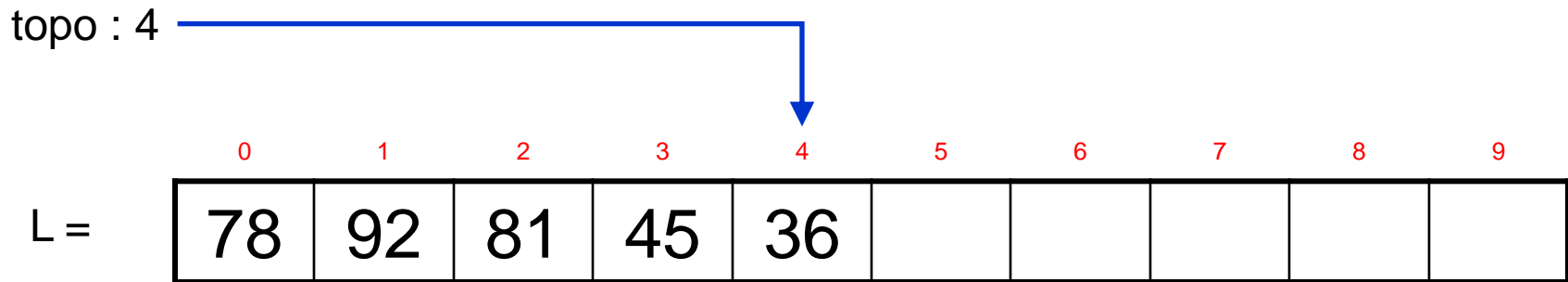
Portanto:

Item a ser removido: ???

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 36

Item a ser removido: ???

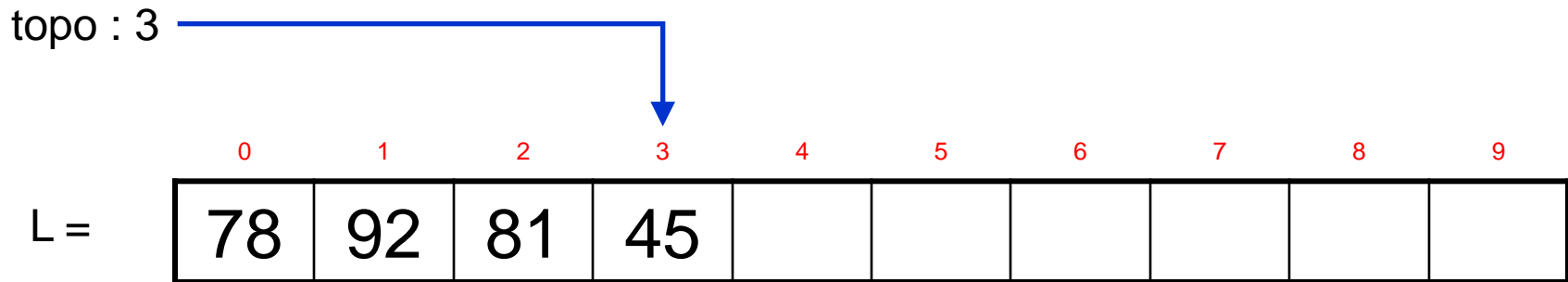
Se a pilha não estiver vazia

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 36

Item a ser removido: 36

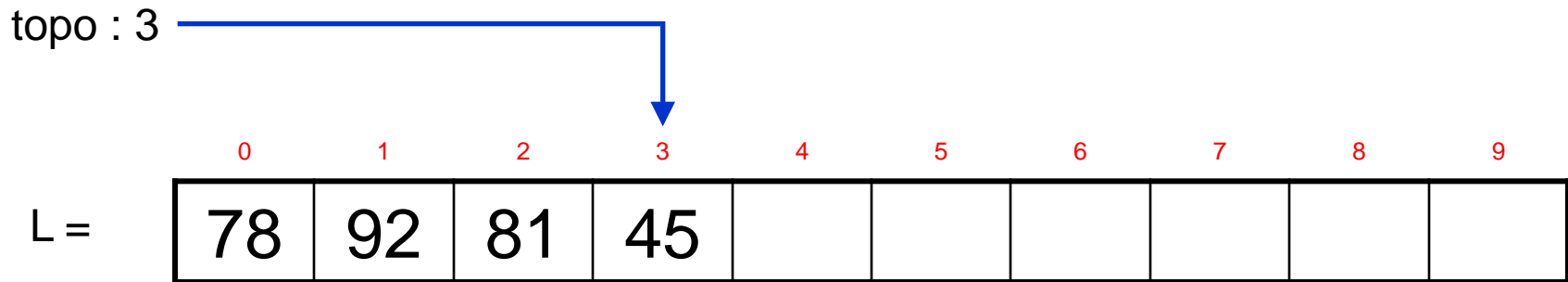
Se a pilha não estiver vazia

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado:

Item a ser removido: ???

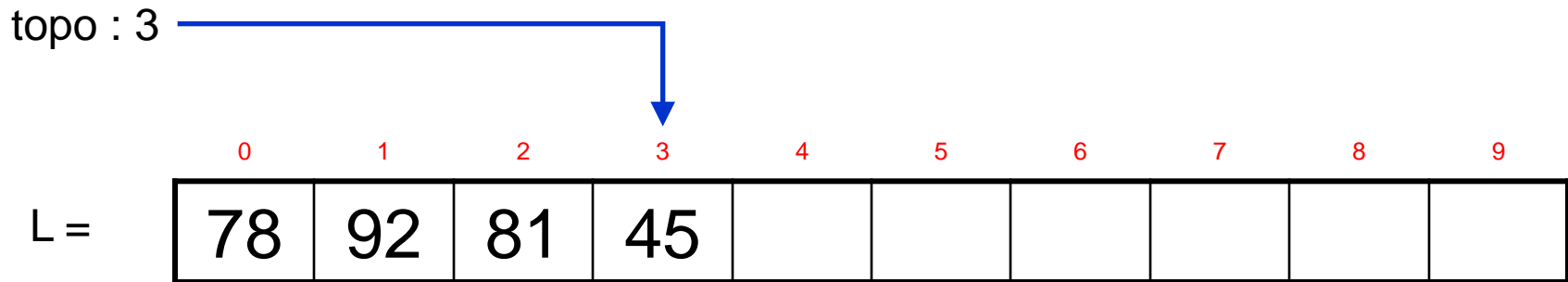
Se a pilha não estiver vazia

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado:

45

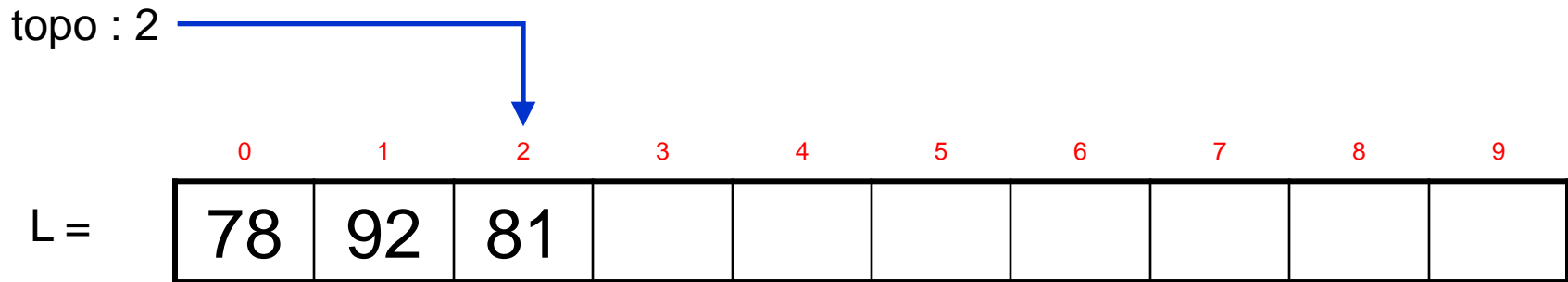
Item a ser removido: ???

Se a pilha não estiver vazia Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 45

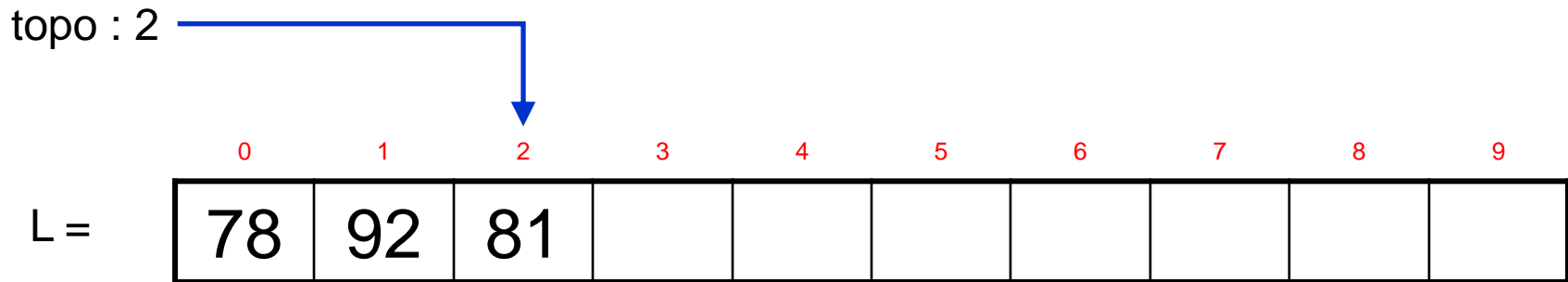
Item a ser removido: 45

Se a pilha não estiver vazia Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado:

Item a ser removido: ???

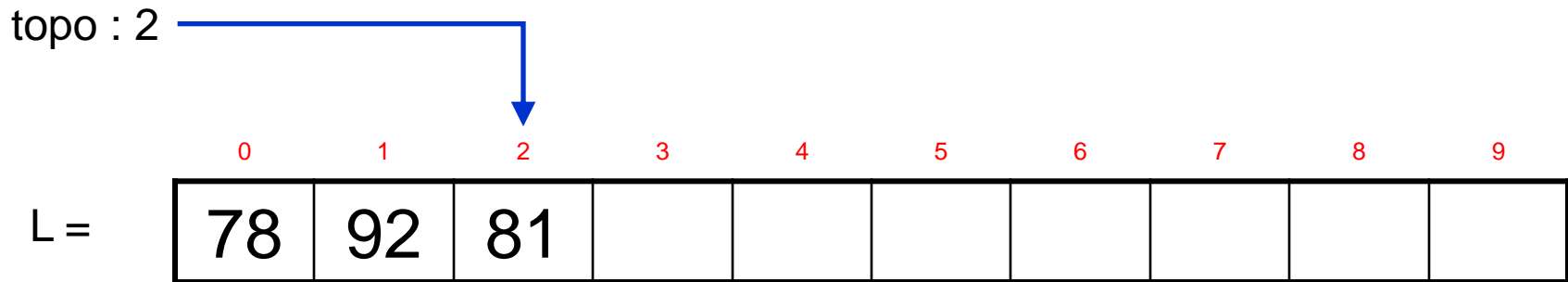
Se a pilha não estiver vazia

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 81

Item a ser removido: ???

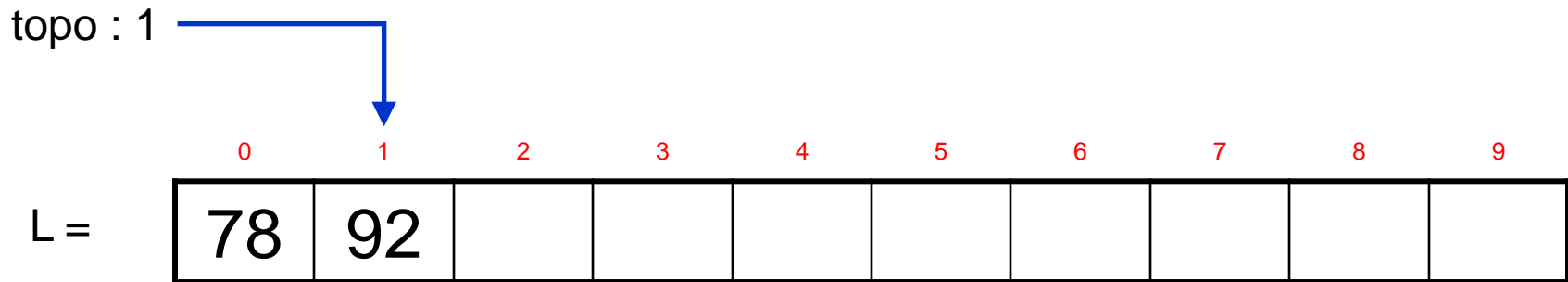
Se a pilha não estiver vazia

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 81

Item a ser removido: 81

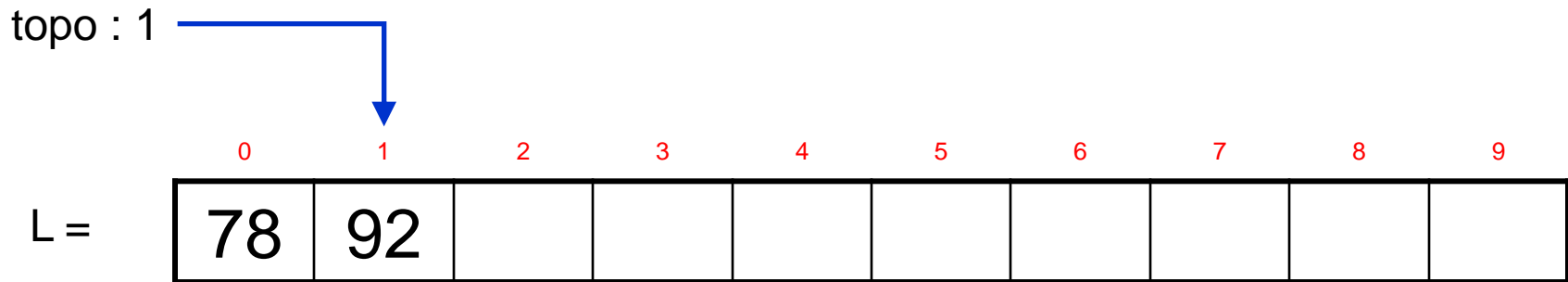
Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado:

Item a ser removido: ???

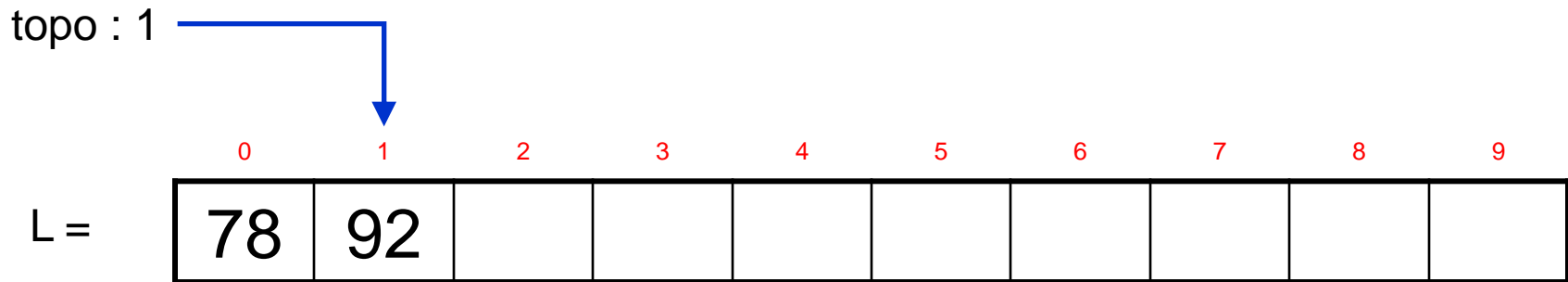
Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 92

Item a ser removido: ???

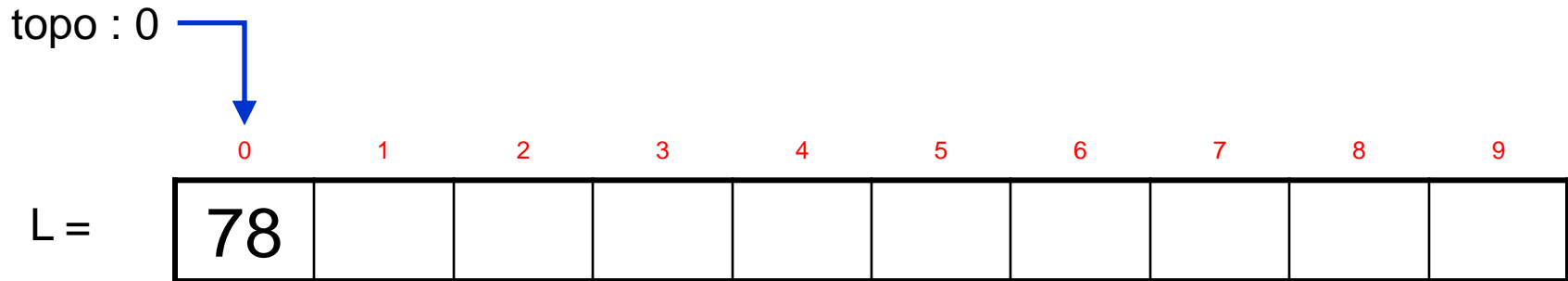
Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 92

Item a ser removido: 92

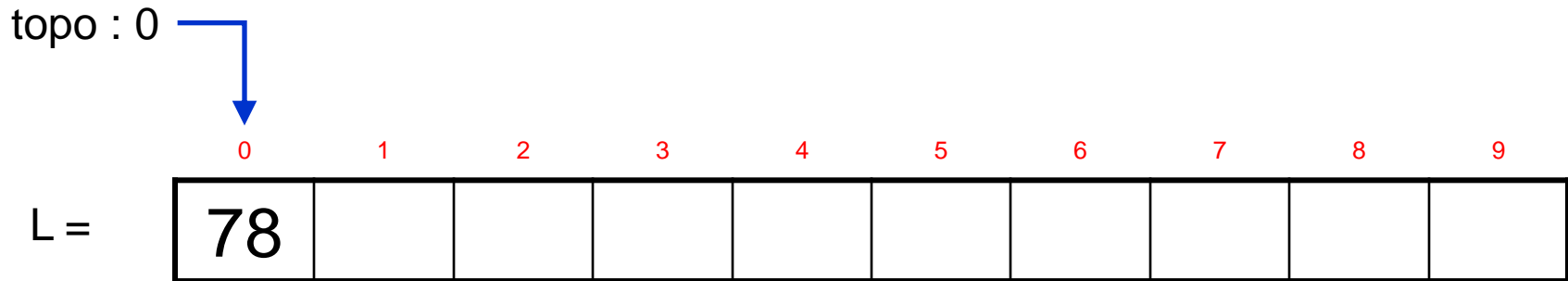
Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado:

Item a ser removido: ???

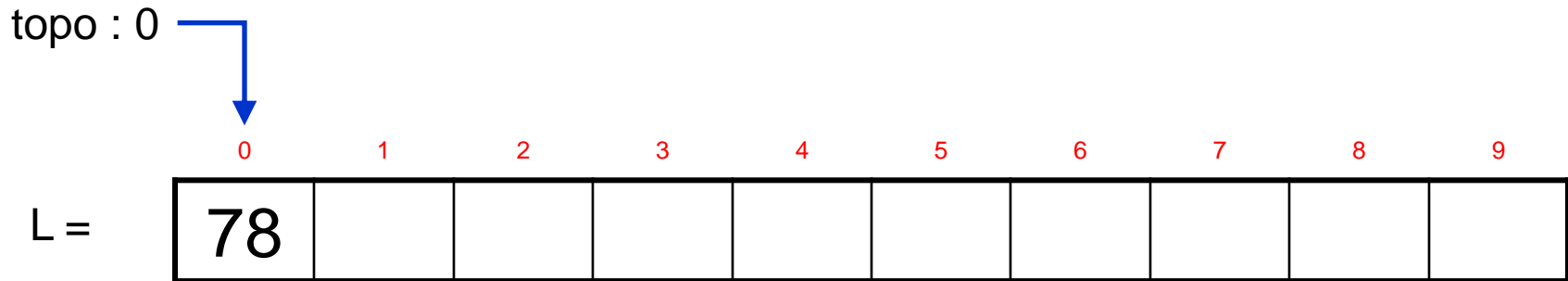
Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)



Item guardado: 78

Item a ser removido: ???


Se a pilha não estiver vazia.

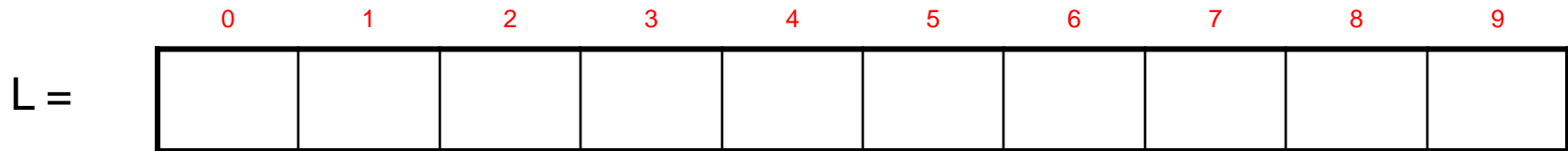
Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)

topo : -1 



Item guardado: 78

Item a ser removido: 78


Se a pilha não estiver vazia.

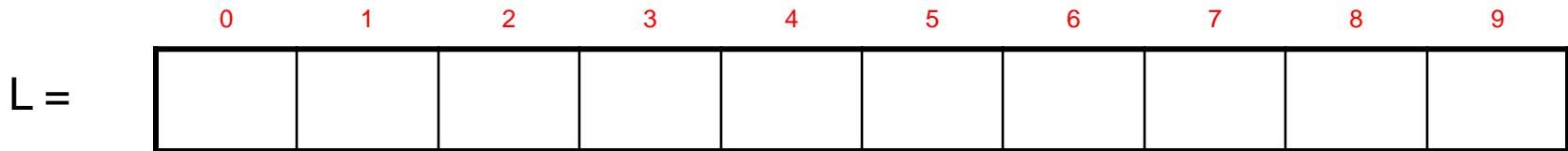
Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Funcionamento (Desempilhar)

topo : -1 



Item guardado:

Item a ser removido: ???

PILHA VAZIA!!!

Stack Underflow

Se a pilha não estiver vazia.

Portanto:

- Guardar o elemento que está em topo.
- Decrementar topo de uma unidade.
- Devolver o valor guardado

Pilha Estática

- Desempilhar (Lembrete)
 - Caso Geral
 - Se a pilha não estiver vazia, então
 - Guardar o item que está no topo
 - Decrementar o topo de uma unidade
 - Devolver o item guardado
 - Como saber que a Pilha está vazia
 - Se o topo for igual a -1, a pilha está vazia.

Pilha Estática

- Implementação

```
class Pilha
{
    private:
        int *itens;
        int tamanho;
        int topo;
    public:
        Pilha();
        Pilha(int);

        /* metodos setters e getters */

        void empilhar(int);
        int desempilhar();
        bool vazia();
        bool cheia();
        void printBottomUp();
        void printTopDown();
};
```

Pilhas Múltiplas

- Idéia:

