Departamento de Engenharia Informática,

Faculdade de Ciências e Tecnologias da Universidade de Coimbra

Bruno Madureira nº 2011161942

Fábio Silva nº2010147721

Análise e Transformação de Dados

Trabalho Prático 2

1. Considere o seguinte sistema (SLIT) definido em tempo discreto e causal:
   $y[n] = b_2 x[n-2] + b_3 x[n-3] + b_4 x[n-4] + b_5 x[n-5] - a_1 y[n-1] - a_2 y[n-2] - a_3 y[n-3]$ em que:
   $a_1 = -2.1 - 0.2\,\mathrm{mod}(G\#,2), a_2 = 1.43 + 0.31\,\mathrm{mod}(G\#,2), a_3 = -0.315 - 0.117\,\mathrm{mod}(G\#,2),$
   $b_2 = 0.9167\,\mathrm{mod}(1+G\#,2), b_3 = 0.3137\,\mathrm{mod}(G\#,2), b_4 = -0.5867\,\mathrm{mod}(1+G\#,2), b_5 = -0.1537\,\mathrm{mod}(G\#,2)$
   $G\#$ é o número do Grupo de Trabalho.
   Sempre que necessário, considere condições iniciais nulas.
   1.1. Determine a expressão da função de transferência do sistema, $G(z)$.

Y[n]=b2x[n-1]+b3x[n-3]+b4x[n-4]+b5x[n-5]-a1y[n-1]-a2y[n-2]-a3y[n-3]

a1=-2.12

a2=1.43

a3=-0.315

b2=0.9167

b3=0

b4=-0.5867

b5=0

Y[n]=-0.9167x[n-1]+0x[n-3]+(-0.5867)x[n-4]+0x[n-5]-(-2.1)y[n-1]-1.43y[n-2]-(.0315)y[n-3]

⇔ Y[n]=-0.9167x[n-1]+ 0.5867x[n-4]+2.1)y[n-1]-1.43y[n-2]+0.315y[n-3]

Sendo G(z) a expressão da função da transferência do sistema.

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

$Y(z) = -0.9167z^{-2}x(z) + 0.5867z^{-4}x(z) + 2.1z^{-1}y(z) - 1.43z^{-2}y(z) + 0.315z^{-3}y(z)$

⇔ $Y(z)(1 - 2.1z^{-1} + 1.43z^{-2} - 0.315z^{-3}) = X(z)(-0.9167z^{-2} + 0.5867z^{-4})$

⇔ $\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{-0.9167z^{-2}+0.5867z^{-}4}{(1-2.1z-1+1.43z-2-0.315z-3)}$

1.2. Obtenha os vectores b e a com os coeficientes dos polinómios da função de transferência do sistema e responda às seguintes questões com base num script em *Matlab* ou *Octave*:

1.2.1. Calcule os pólos e os zeros e apresente a sua localização no plano z.

1.2.2. Verifique, justificadamente, a estabilidade do sistema.

1.2.3. Determine a expressão da resposta a impulso do sistema, $h[n]$.

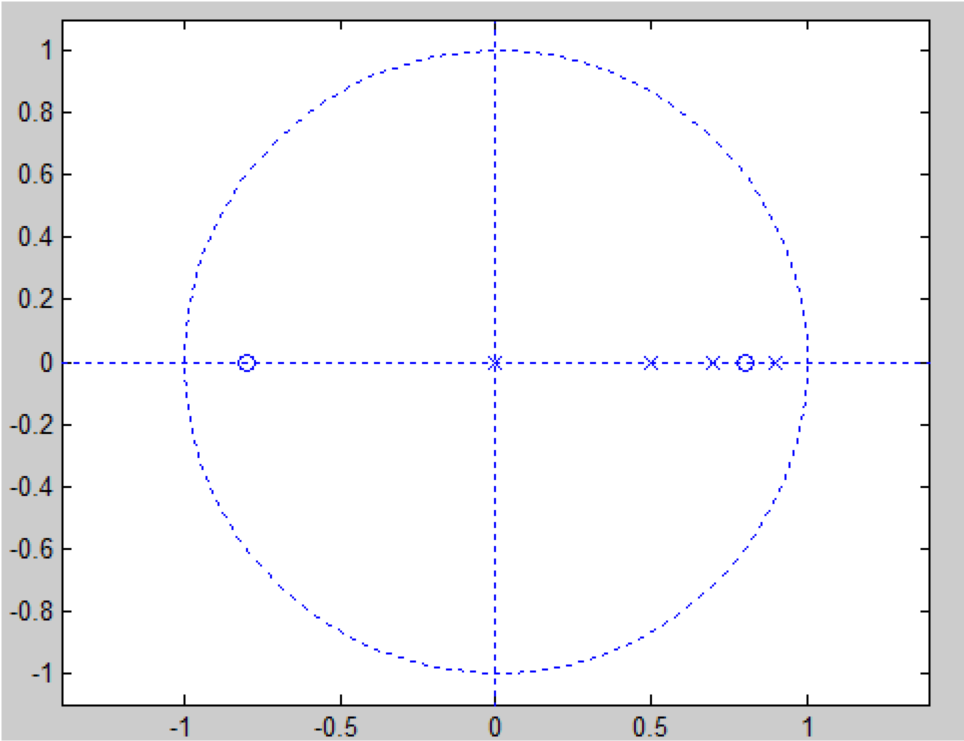
De notar que a expressão de $h[n]$ pode ser obtida por duas vias: a) usando a função de cálculo simbólico *iztrans* que recebe a expressão de $H(z)$ e obtém a expressão de $h[n]$ válida para $n\geq 0$; b) expandindo $H(z)$ em fracções parciais (com o apoio da função numérica *residuez*) e calculando $h[n]$ pela Transformada inversa de Z de cada parcela, sabendo que:

$$
\begin{aligned}
Z^{-1}\left\{\frac{r_1 z^{-m}}{1-p_1 z^{-1}}\right\} &= r_1 p_1^{\,n-m} u[n-m] = \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{\,n} u[n-m] = \\
&= -\left(r_1 p_1^{-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1 \delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{\,m-1}\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{\,n} u[n] = \\
&= -\left(r_1 p_1^{-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{-m+1}\right)\delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{-1}\right)\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{\,n} u[n]
\end{aligned}
$$

```
function [  ] = ex1o2o1(  )

a1 = -2.1 -0.2 * mod(8,2);
a2 = 1.43 + 0.31 * mod(8,2);
a3 = -0.315- 0.117 * mod(8,2);
b2 = 0.9167 * mod(8+1,2);
b4 = -0.5867 * mod(8+1,2);



%1.2.1
fprintf('ex 1.2.1\n\n');
b = [0 0 b2 0 b4 0];
a = [1 a1 a2 a3 0 0];

polos=roots(a);
fprintf('Os polos são :\n\n');
disp(polos);

zeros=roots(b);
fprintf('Os zeros são :\n\n');
disp(zeros);



zplane(b,a);
fprintf('Prima uma tecla para continuar.\n\n');
pause();
```

Resultado:

```
Os polos são :          Os zeros são :

        0                        0
        0                   0.8000
   0.9000                  -0.8000
   0.7000
   0.5000
```



1.2.2. Verifique, justificadamente, a estabilidade do sistema.

```
if(all(abs(polos) < 1))
    fprintf('O sistema  estável porque todos os polos são menores que 1\n');
else
    fprintf('O sistema não é estavel porque nem todos os polos são menores que 1\n');
end
```

Resposta:

```
O sistema  estável porque todos os polos são menores que 1
Prima uma tecla para continuar.
```

1.2.3. Determine a expressão da resposta a impulso do sistema, $h[n]$.

De notar que a expressão de $h[n]$ pode ser obtida por duas vias: a) usando a função de cálculo simbólico *iztrans* que recebe a expressão de $H(z)$ e obtém a expressão de $h[n]$ válida para $n \geq 0$; b) expandindo $H(z)$ em fracções parciais (com o apoio da função numérica *residuez*) e calculando $h[n]$ pela Transformada inversa de Z de cada parcela, sabendo que:

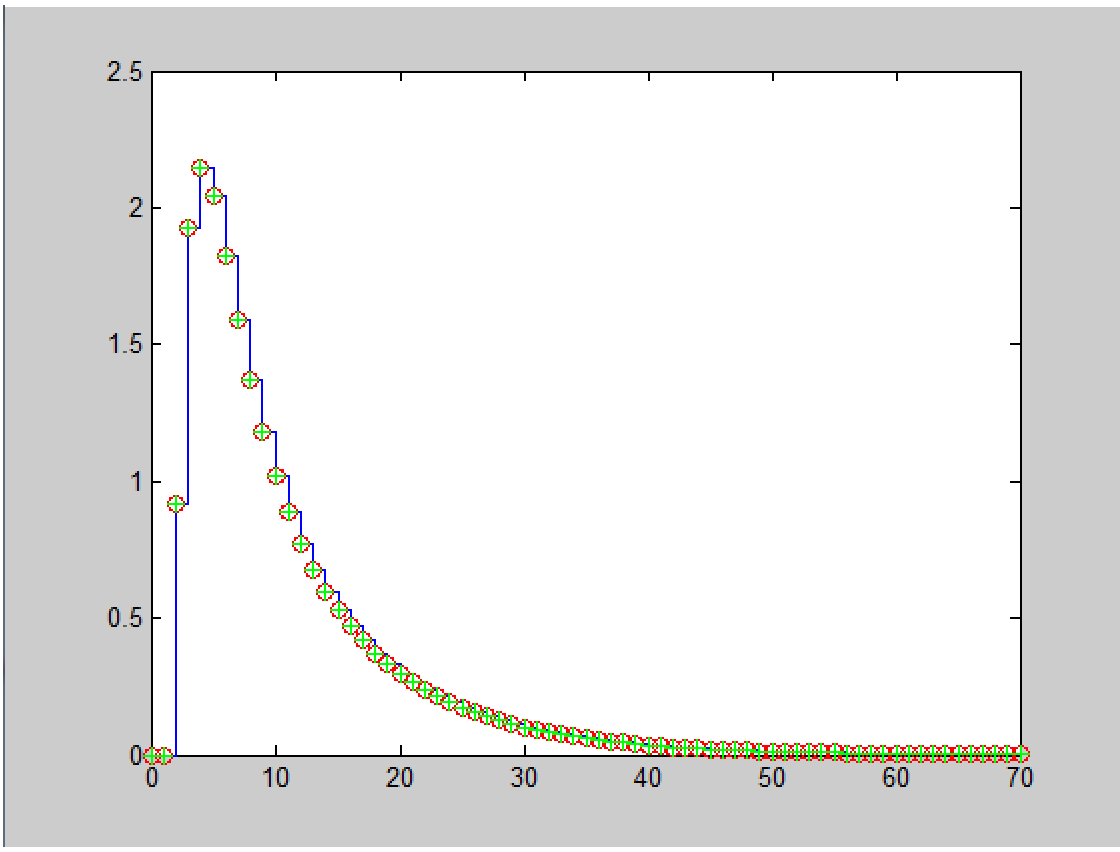
$$Z^{-1}\left\{\frac{r_1 z^{-m}}{1-p_1 z^{-1}}\right\} = r_1 p_1^{n-m} u[n-m] = \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{n} u[n-m] =$$

$$= -\left(r_1 p_1^{-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1 \delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{m-1}\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{n} u[n] =$$

$$= -\left(r_1 p_1^{-m}\right)\delta[n] - \left(r_1 p_1^{-m+1}\right)\delta[n-1] - \ldots - \left(r_1 p_1^{-1}\right)\delta[n-m+1] + \left(r_1 p_1^{-m}\right) p_1^{n} u[n]$$

```
A resposta a impulso do sistema h[n] é

 838981 kroneckerDelta(n, 0)   5867 kroneckerDelta(n - 1, 0)
 -------------------------- - ---------------------------- +
           99225                          3150

                               ---                                          n               n             2   n
                               \                                   1677962 r3   - 1910087 r3 r3   + 1173400 r3   r3
                               /                                 - --------------------------------------------------
                               ---                                                  2
   r3 in RootOf(z1^3 - (53*z1^2)/25 + (143*z1)/100 + 63/200, z1)         - 1335600 r3   + 1801800 r3 + 595350
```

1.2.4. Obtenha a resposta a impulso do sistema $h[n]$ para n de 0 a 70, usando a expressão obtida em 1.2.3 ($h1[n]$), a função *impz* ($h2[n]$) e a função *dimpulse* ($h3[n]$), e representa graficamente a sobreposição de $h1[n]$ com *stairs*, $h2[n]$ com pontos 'o' e $h3[n]$ com pontos '+'.



Para obtermos os gráficos usamos estas funções

- subs(hn, nn).
- impz(b, a, 71).
- dimpulse(b, a, 71).
- stairs(nn, h1).

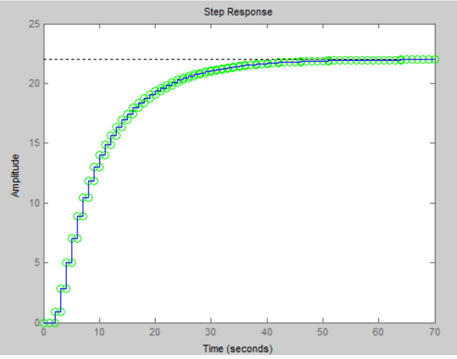
Sendo aplicado ao nosso problema…

```
title('Gráfico do exercício 1.2.4\n\n')
nn = 0:70;
h1 = subs(hn, nn);

y1 = impz(b, a, 71);
y2 = dimpulse(b, a, 71);
[X Y] = stairs(nn, h1);

plot(X, Y, nn, y1, 'or', nn, y2, 'g+');
```

1.2.5. Determine a expressão da resposta do sistema ao degrau unitário ($u[n]$).

```
A expressão do sistema em resposta ao degrau unitário é:

             n                 n                  n
 14301  (1/2)     45839  (7/10)     155827  (9/10)     5867 kroneckerDelta(n, 0)
 ------------ - ------------- - -------------- - ------------------------- + 22
     800              2800             7200                   3150
```

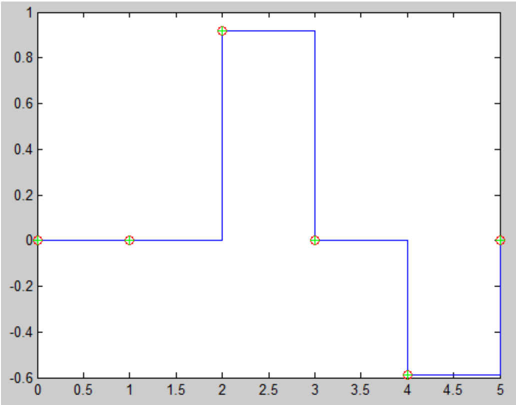
1.2.6. Obtenha a resposta a degrau unitário do sistema $y[n]$ para n de 0 a 70, usando a expressão obtida em 1.2.5 ($y1[n]$) e a função *dstep* ($y2[n]$), e representa graficamente a sobreposição de $y1[n]$ com *stairs* e $y2[n]$ com pontos 'o'.



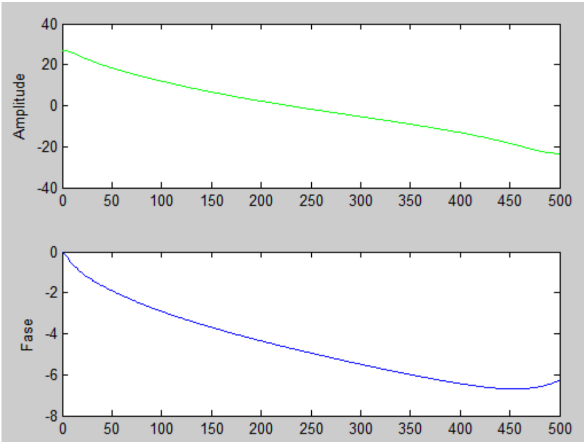
1.2.7. Receba uma entrada $x[n]$ (sinal de teste: $x[n]=4(u[n-3]-u[n-9])$ para n entre 0 e 70) e determine a expressão da resposta do sistema, $y[n]$, a essa entrada.

Para o relatório fizemos uma nova função que gerasse o vetor. Com as espcificaçoes.

1.2.8. Obtenha a resposta do sistema à entrada recebida em 1.2.7, $y[n]$ para n de 0 a 70, usando a expressão obtida em 1.2.7 ($y1[n]$), a função *filter* ($y2[n]$) e a função *dlsim* ($y3[n]$), e represente graficamente a sobreposição de $y1[n]$ com *stairs*, $y2[n]$ com pontos 'o' e $y3[n]$ com pontos '+'.



1.2.9. Obtenha e represente graficamente (amplitude em *dB* e fase em graus, recorrendo à função *unwrap* para evitar eventuais saltos na sequência de valores da fase) a resposta em frequência do sistema, $H(\Omega)$, para Ω entre 0 e π *rad*. Os gráficos da amplitude e da fase devem ser representados separadamente numa mesma figura.



1.2.10. Obtenha o ganho do sistema em regime estacionário usando a função *ddcgain*. Comprove que esse valor pode ser obtido pela aplicação do Teorema do Valor Final (calculando o valor da resposta do sistema, em regime estacionário, ao degrau unitário), a partir da saída $y[n]$, obtida em 1.2.6, e a partir da resposta em frequência $H(\Omega)$, obtida em 1.2.9.

```
ex 1.2.10

O ganho do sistema em regime estacionário é:    22.0000
```

Exercício 2

2. Pretende-se determinar e representar os coeficientes da Série de Fourier de um sinal periódico, $x(t)$, e apresentar graficamente o sinal original e o aproximado pela Série com um dado número de harmónicos.

   2.1. Para isso escreva um script em *Matlab* que efectue as seguintes operações:

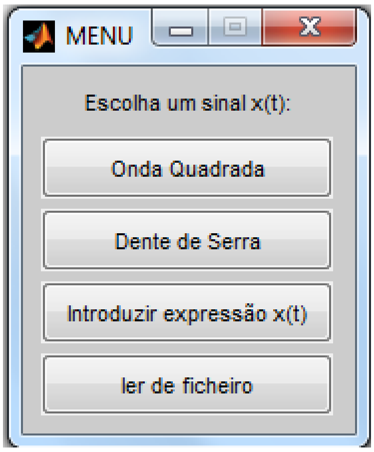
```
Tinput = input('Insira o periodo fundamental: ');
```

2.1.2. Definir a sequência temporal t, durante um período, com, por exemplo, 500 elementos.

```
t = linspace(0, Tinput, 500);
```

Assim definimos a sequência temporal em 500elementos.

2.1.3. Obter o sinal $x(t)$ usando um menu que permita escolher uma onda quadrada periódica, uma onda em dente de serra (rampa que varia de 0 a 1 durante um período) ou uma expressão a introduzir.




```
escolha = menu('Escolha um sinal x(t):', 'Onda Quadrada', 'Dente de
Serra', 'Introduzir expressão x(t)','ler de ficheiro');
```

Caso fosse onda quadrada.

```
if (escolha == 1)

      xt = zeros(size(t));
      xt(1:round(length(t)/2)) = 1;
```

Caso fosse onda de Serra.

```
elseif (escolha == 2)
    xt = t/Tinput;
```

Caso fosse expressão

```
elseif(escolha == 3)
    x = input('x(t) = ','s');
    xt = subs(sym(x), t);
```

2.1.4. Determinar e representar graficamente os valores dos coeficientes (**C_m** e **θ_m**) da Série de Fourier trigonométrica com o valor de *m_max* da Série de Fourier igual a 100.

São calculados os valores de C_m e θ_m da função escolhida para os valores de m entre 0 e 100 através da função SerieFourier.m (fornecida na ficha de trabalho).

```
mmax = 100;
[Cm, tetam] = SFourier(t', xt', Tinput, mmax);

subplot(2, 1, 1);
plot(Cm,'. g');
ylabel('Cm');
subplot(2, 1, 2);
plot(tetam,'. b');
ylabel('tetam');
```

2.1.5. Obter e representar graficamente a sobreposição do sinal original e dos sinais aproximados a partir dos coeficientes da Série de Fourier trigonométrica para vários valores de *m_max* (por exemplo, para *m_max* = 0, 1, 3, 5, 10, 50 e 100).

Para calcular as aproximações:

$$x(t) = x(t + kT^0) = \sum_{m=mmin}^{mmax} cmr = (\cos(m\omega^0 t + \theta mr))$$

Isto é experimentado para os diferentes valores de *m*.

```
hold off;
subplot(1,1,1);
plot(t, xt);
hold on;

novaXt = zeros(1, 500);
for i=1 : length(Cm)
    novaXt = novaXt + Cm(i)*cos((i - 1)*((2*pi)/Tinput)*t +
tetam(i));
    if(i==1 || i==2 || i==4 || i==6 || i==11 || i==51 || i==101)
%+1 sempre porque os indices em matlab começam em 1
       plot(t, novaXt, 'r');
       pause(); %Para cada clique plota para um i diferente
    end
end
```

2.1.6. Obter e representar graficamente amplitude e fase dos valores do coeficiente c_m para m entre -100 e 100, da Série de Fourier complexa, a partir dos coeficientes C_m e θ_m.

Para calcular os valores de C_m:

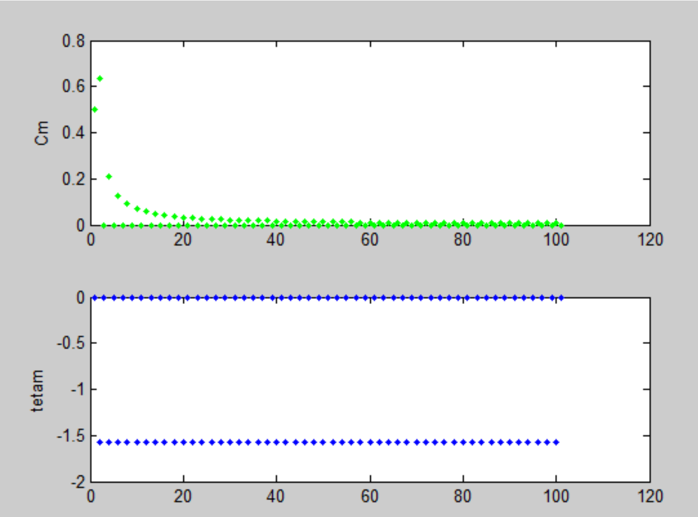
$$Cm = \frac{Cm}{2}(\cos(\theta m) + j\sin(\theta m))$$

Para isto temos:

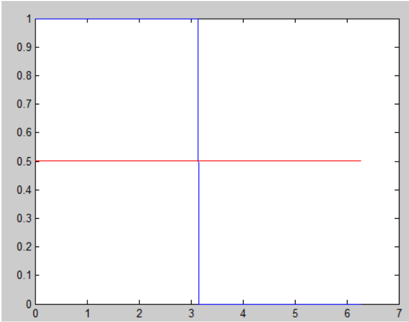
```
cm = zeros(1,2*mmax + 1);

tam = mmax + 1; %101
cm(tam) = Cm(1) *(exp(1i*tetam(1)));

for i=2:tam
    cm(i - 1) = Cm(tam - i + 2)/2*exp(-1i*tetam(tam - i + 2));
    cm(i - 1 + tam) = Cm(i)/2*exp(1i*tetam(i));
end

amps = abs(cm);
fases = angle(cm);

subplot(2, 1, 1);
title('1- Cm (amplitude) 2- tetam ( fase) ');
plot(-mmax : mmax, amps, 'o'); %amplitudes, graficos simétrico sem
relacão a origem
subplot(2,1,2);
plot(-mmax : mmax, fases, 'o');%fase,
```

2.2. Utilize o script de 2.1 para os seguintes sinais:

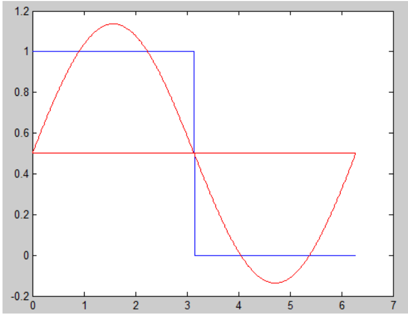
2.2.1. Onda quadrada de período 2π s.



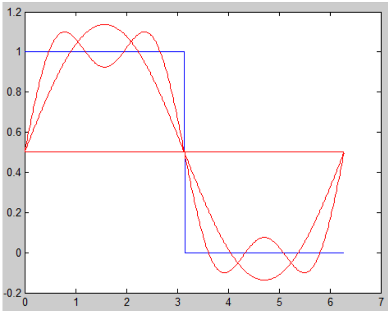
Mmax=0



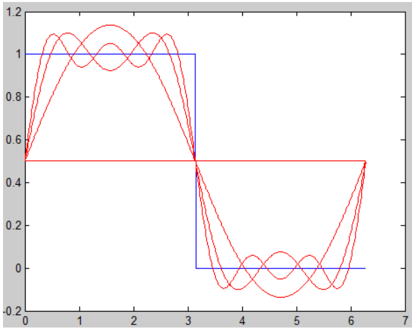
Mmax=1



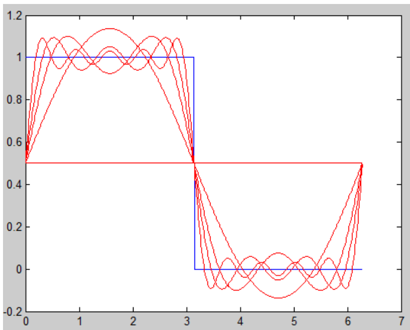
Mmax=3



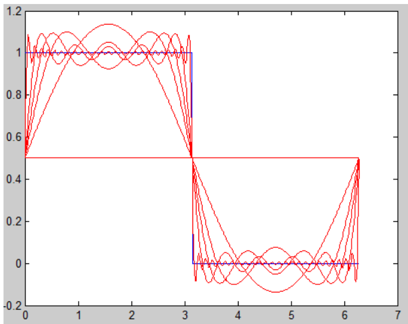
Mmax=5



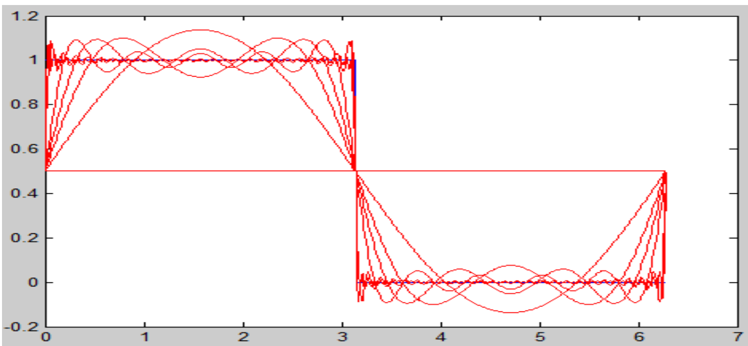
Mmax=10

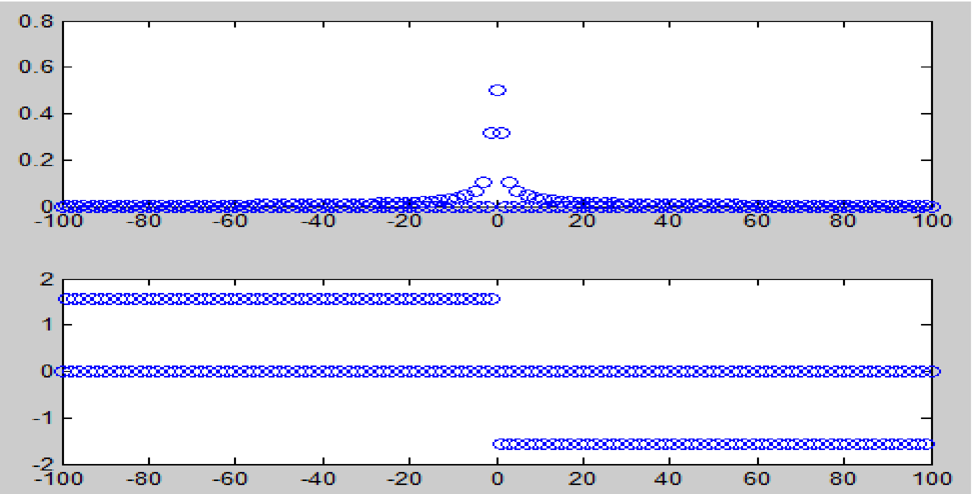


Mmax=50



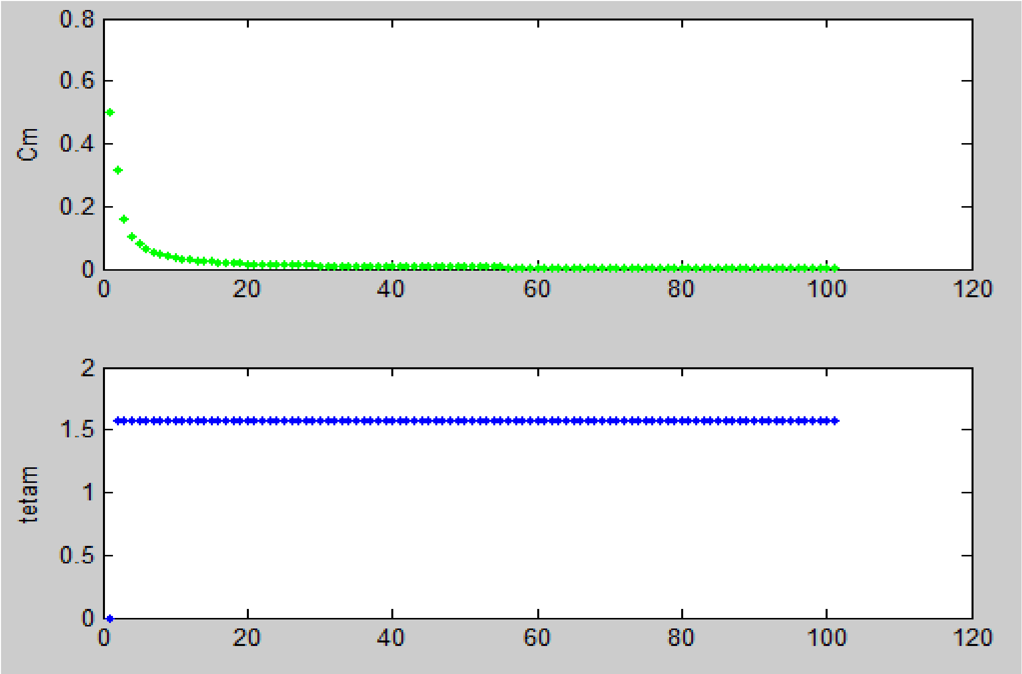
Mmax=100



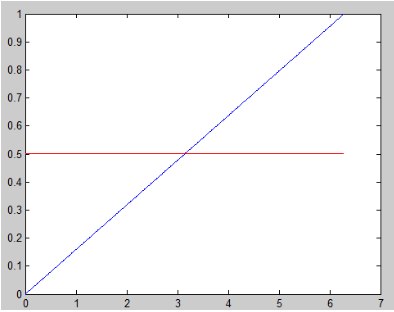


C_m e θ_m para m_max = 100

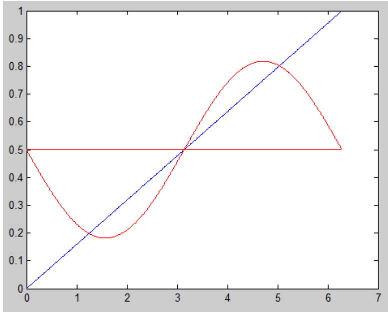
2.2.2. Onda em dente de serra de período 2π *s*.



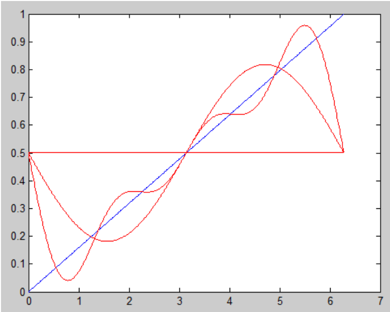
Mmax=0



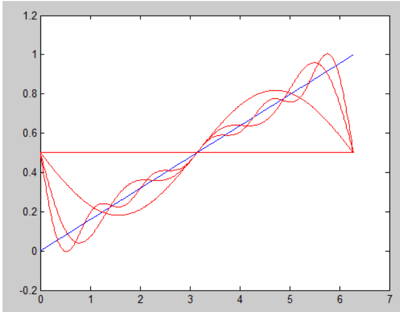
Mmax=1



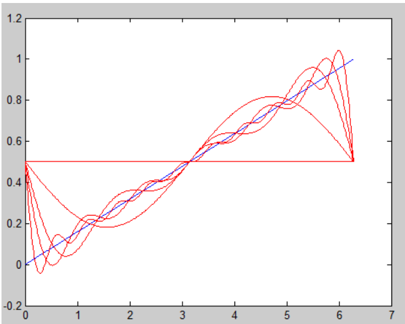
Mmax=3



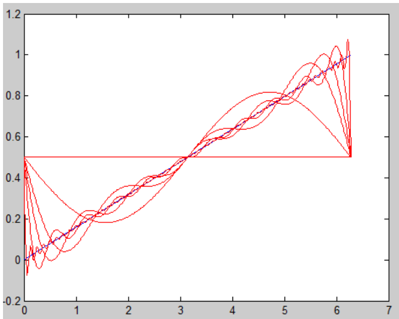
Mmax=5



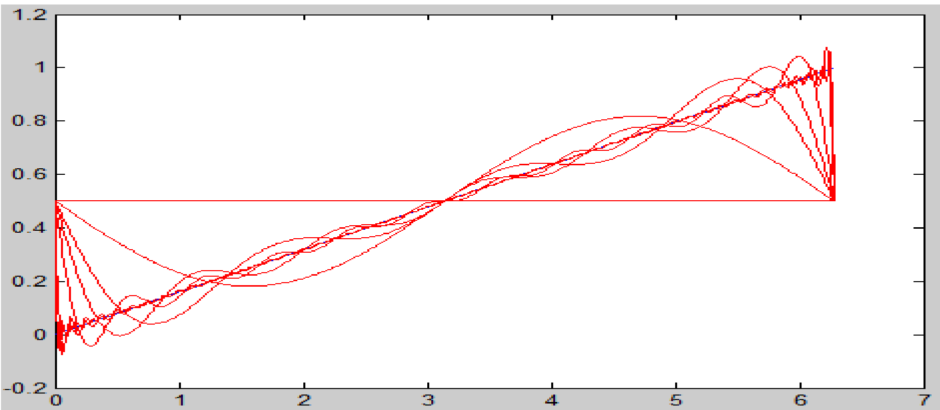
Mmax=10

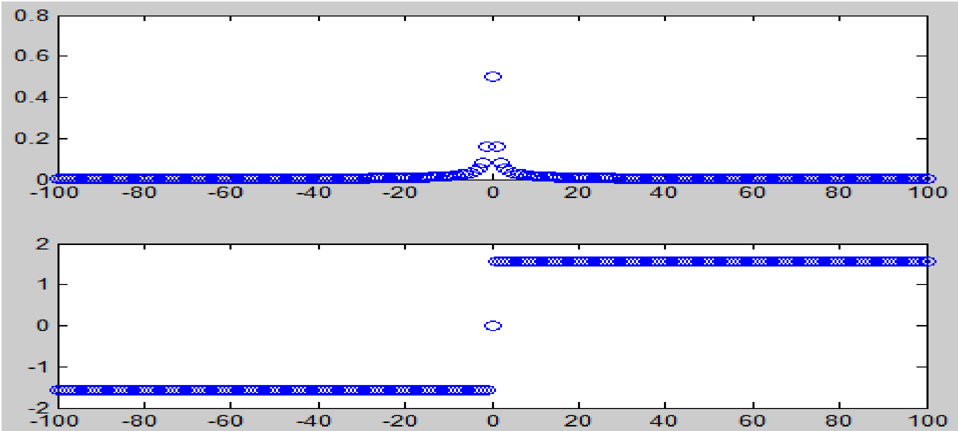


Mmax=50



Mmax=100





C_m e θ_m para m_max = 100

2.2.3. $x(t) = 1 + 2\,\mathrm{mod}(G\#, 2)\sin(12\pi t + \pi/4)\cos(21\pi t) + 2\,\mathrm{mod}(1 + G\#, 2)\cos(20\pi t - \pi/4)\sin(45\pi t)$.

e

2.3. Determine analiticamente os coeficientes não nulos da Série de Fourier trigonométrica, C_m e θ_m, dos sinais indicados em 2.2.3 e 2.2.4.

Para 2.2.3

x(t)=1+2cos(20 π t-(π/4)*sin(45 π t)

Como

Cos(x)*sen(y)=(1/2)*(sen(x+y)-sen(x-y))

x(t)⇔cos(0)+2*(1/2)*sen(20 πt+45 πt)-sen(20 πt-(π/4)-45 πt))

x(t) ⇔cos(0)+sen(65 πt- (π/4))-sen(-25 π t-(π/4))

x(t) ⇔cos(0)+sen(65 πt-(π/4))+sen(25 π t+(π /4))

x(t) ⇔cos(0)+cos((π/2)-65t+(π/4)+cos((π/2)-25 π t-(π/4))

x(t) ⇔cos(0)+cos(-65t π+(3/4) π)+cos(-25 π t-(π/4))

x(t) ⇔cos(0)+cos(65 π t +(3/4) π)+cos(25 π t+(1/4) π)

A frequência fundamental será o máximo divisor comum entre as diferentes frequências

W0=m.d.c(0,65 π,25 π)=5 π

T0(período fundamental)=(2 π)/W0=(2/5)

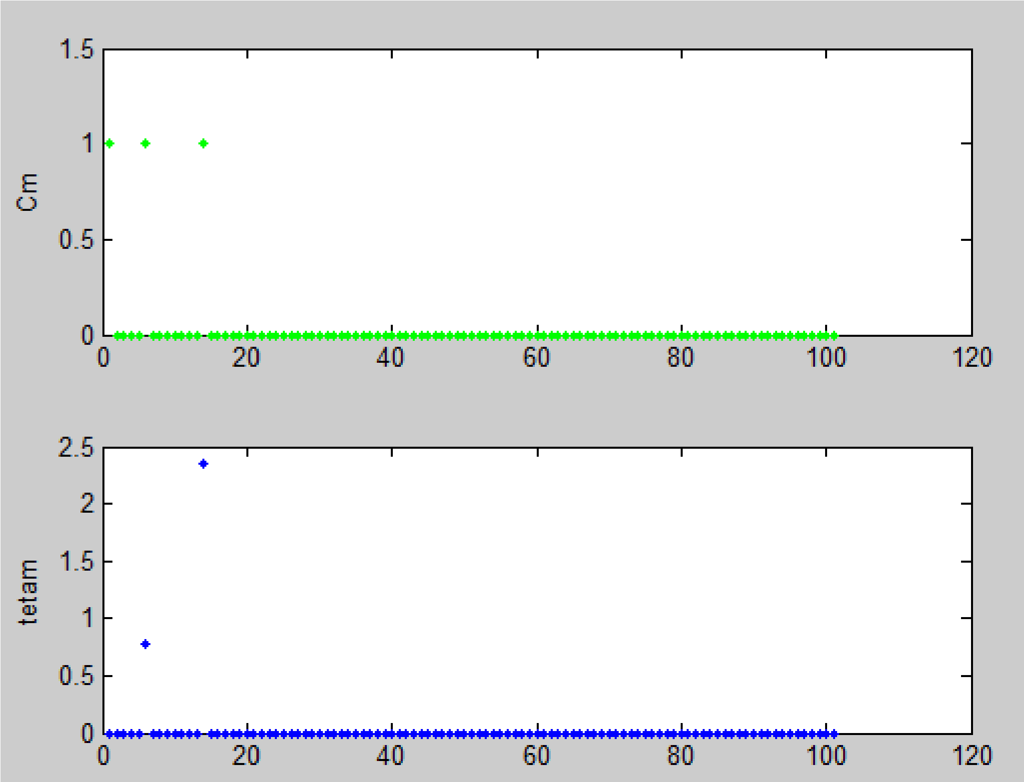
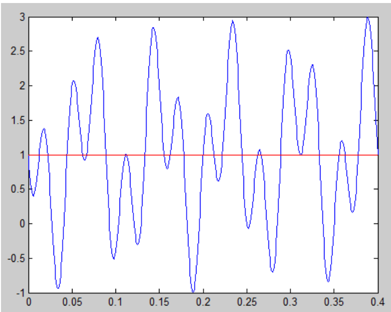
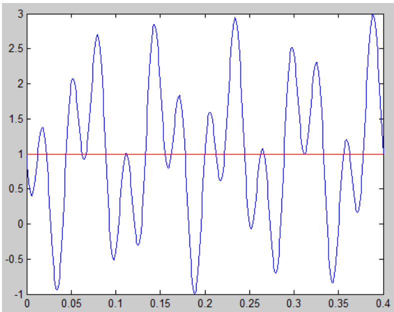


Gráfico obtido apartir do matlab.

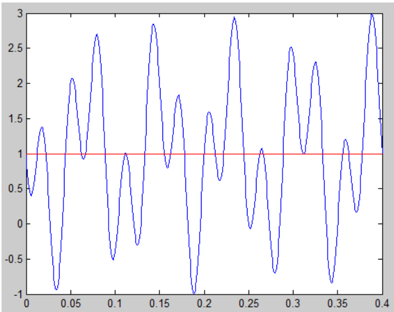
Mmax=0



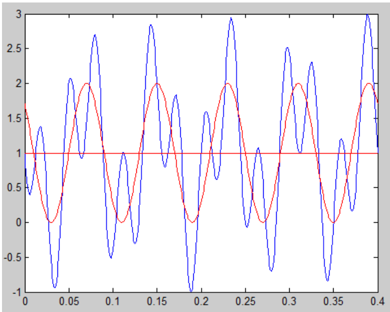
Mmax=1



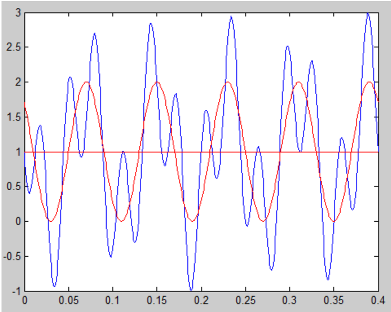
Mmax=3



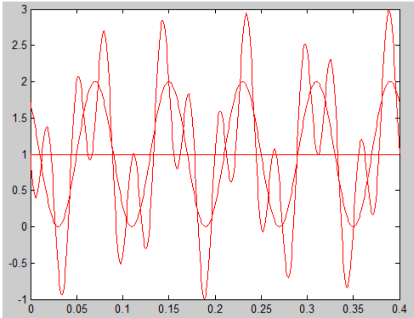
Mmax=5



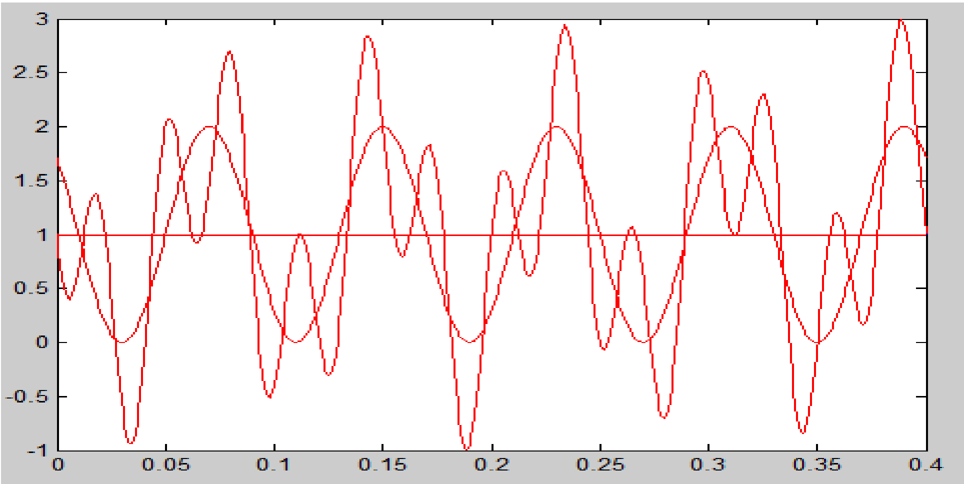
Mmax=10

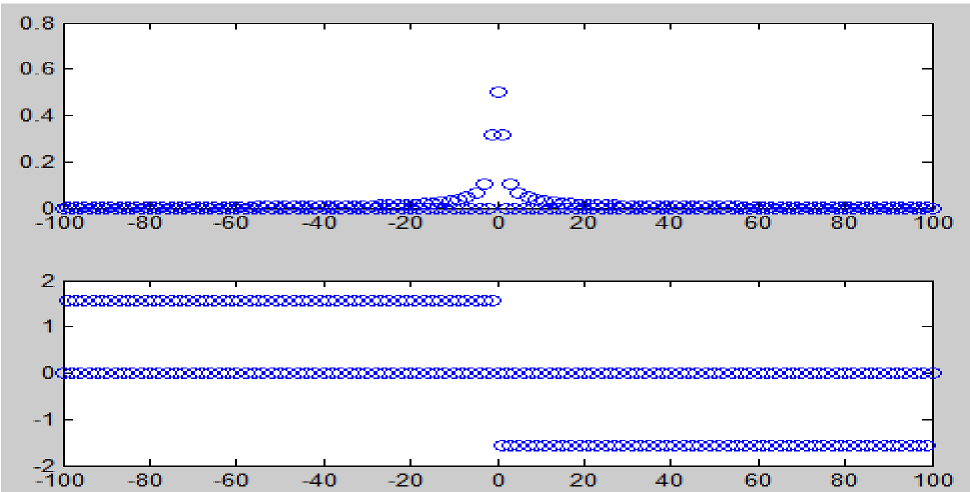


Mmax=50



Mmax=100





C_m e θ_m para m_max = 100

Os coecifentes não nulos serão 0, (65 π)/(5 π) e (25 π)/(5 π)

M	0	5	11
Cm	1	1	1
Om	0	(1/4) π	(¾)π

Para 2.2.4

x(t)⇔-2+4cos(4t+(π/3)-2sin(10t)

x(t) ⇔-2+4cos(4t+(π/3)+2sin(-10t)

x(t) ⇔-2+4cos(4t+(π/3)+2cos(10t+(π/2)

x(t) ⇔2*cos(-π)+4cos(4t+(π/3)+2cos(10t+(π/2))

x(t) ⇔2*cos(0t- π)+4 cos(4t+ (π/3))+2cos(10t+ (π/2))

A frequência fundamental será o máximo divisor comum entre as diferentes frequências

W0=m.d.c(0,10 ,4)=2

T0=(2 π)/W0=(2 π)/2= π

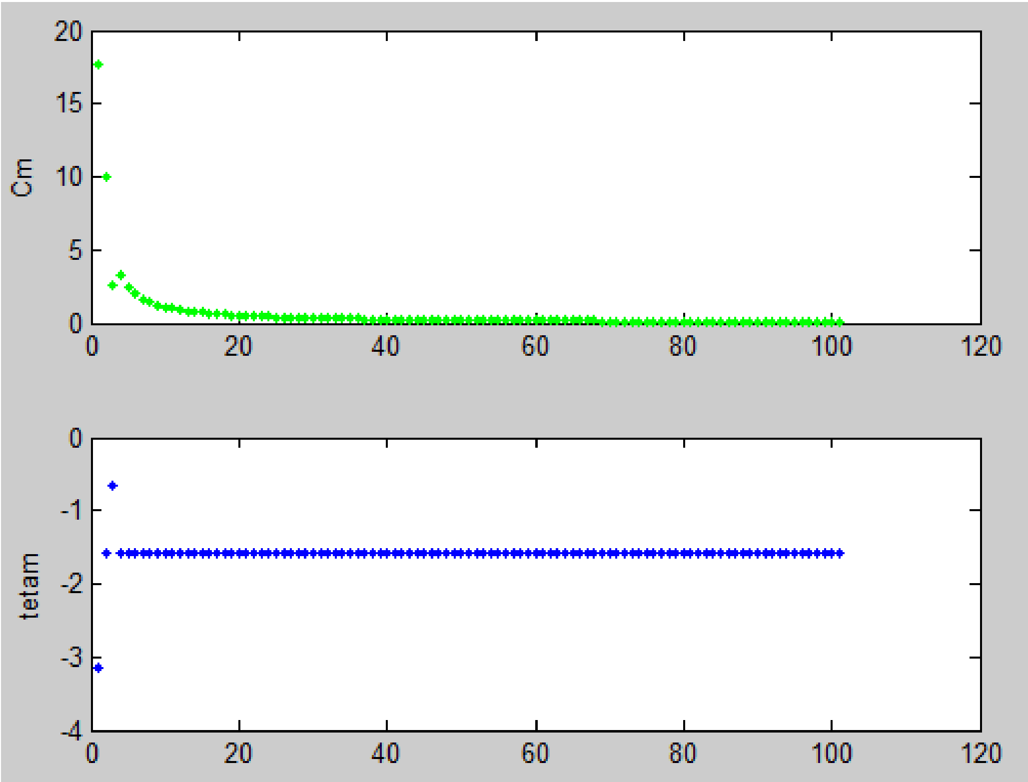
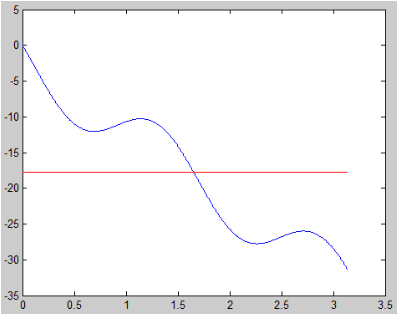
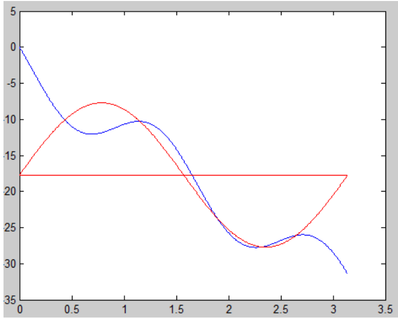


Gráfico com o Matlab

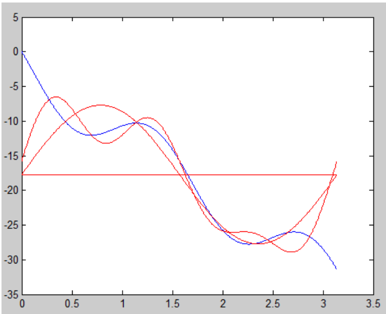
Mmax=0



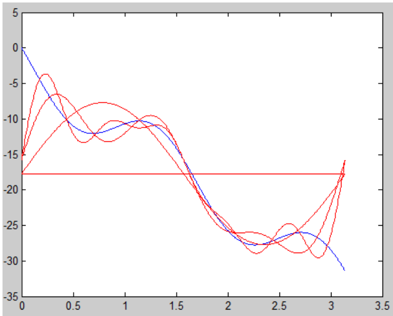
Mmax=1



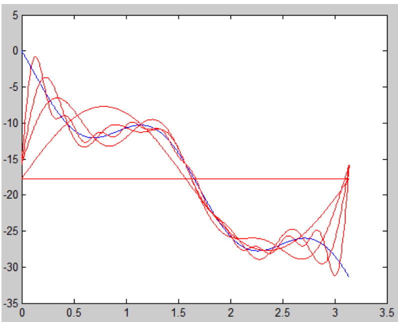
Mmax=3



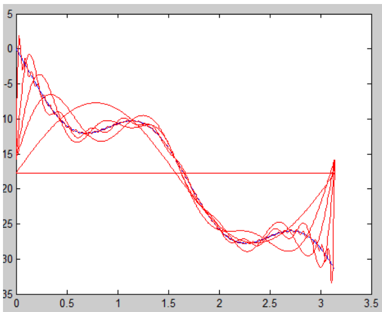
Mmax=5



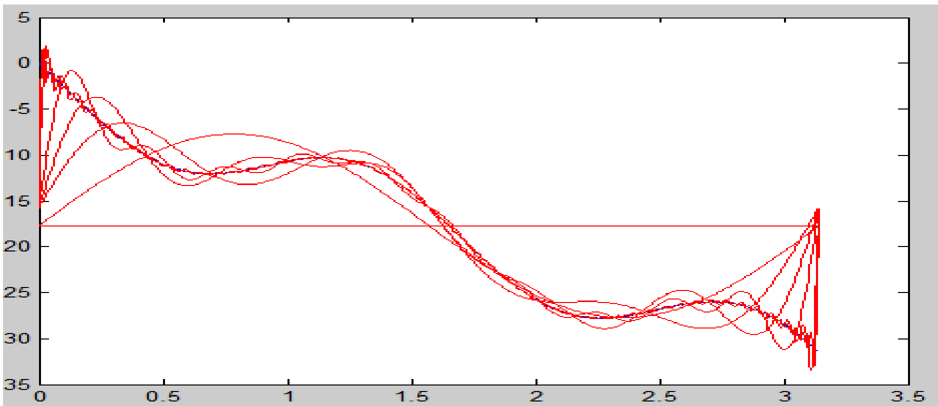
Mmax=10

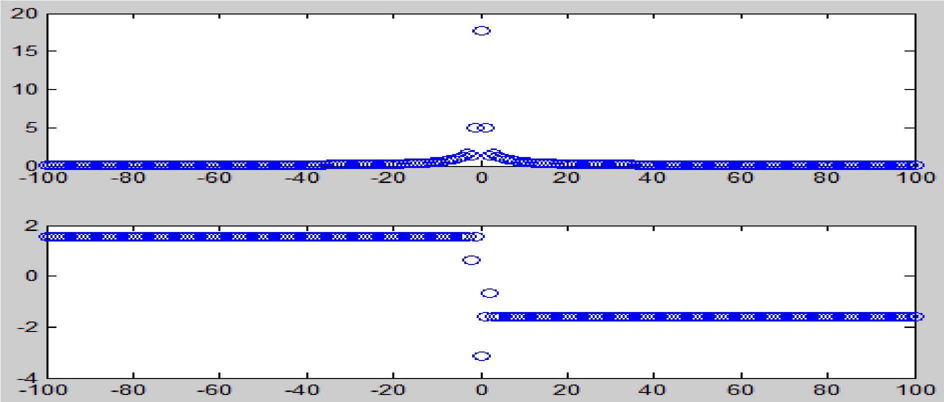


Mmax=50



Mmax=100





C_m e θ_m para m_max = 100

Coeficientes são 0 2/2, e 4/2

M	**0**	**2**	**5**
Cm	**2**	**4**	**2**
om	**- π**	**- π/3**	**π/2**

2.4. Determine os coeficientes não nulos da Série de Fourier complexa, c_m, dos sinais indicados em 2.2.3 e 2.2.4, através da expressão $c_m = \frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} x(t)e^{-jm\omega_0 t}dt$.

Como os períodos fundamentais já estão definidos nas alíneas anteriores:

Tf223=2/5

Tf4=pi

Calculando então o integral para cada m obtém-se os vectores de matriz_cm3 e matriz_cm4 contem todos os valores de Cm.

```
cm3 = int(xt3*exp(-1i*m*3*pi*t), t, -Tf223/2, Tf223/2)/Tf223;
matriz_cm3 = zeros(1, 101);
for k=0:100
    matriz_cm3(k+1) = limit(cm3, k);
end
cm4 = int(xt4*exp(-1i*m*2*t), t, -Tf4/2, Tf4/2)/Tf4;
matriz_cm4 = zeros(1, 101);
for k=0:100
    cm4Matrix(k+1) = limit(cm4, k);
end
```

Exer3

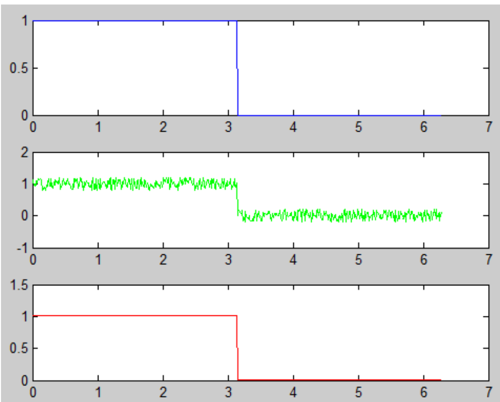
Sinal: Onda quadrada

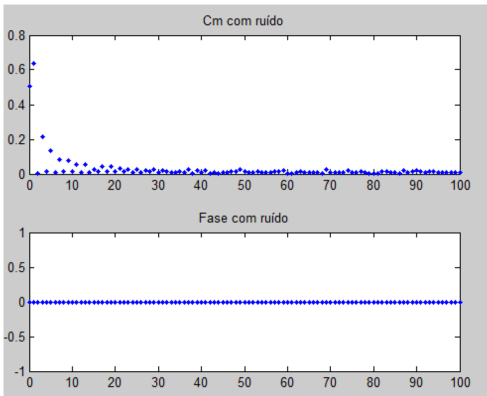
Período: 2π

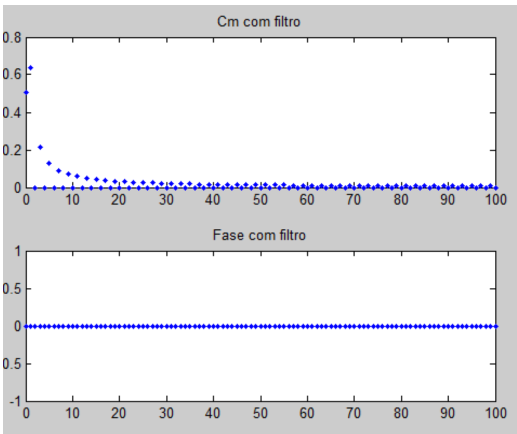
Ruído: Aleatório

Filtro: Passo-a-baixo de 1

3.2.1. Onda quadrada unitária de período 2π s; Ruído: aleatório; Filtro: que permita atenuar o ruído e manter, se possível, as características fundamentais do sinal.







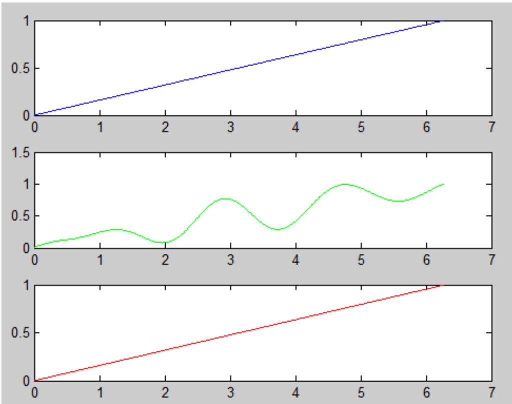
3.2.2. Onda em dente de serra de período 2π s; Ruído: aleatório na gama $\omega \in [4, 6]$ rad/s; Filtro: que permita atenuar o ruído e manter, se possível, as características fundamentais do sinal.

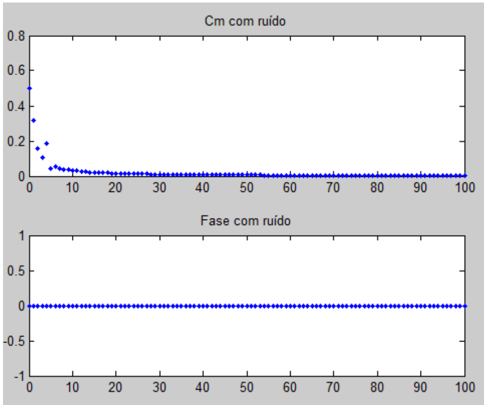
Sinal: Onda dente de serra

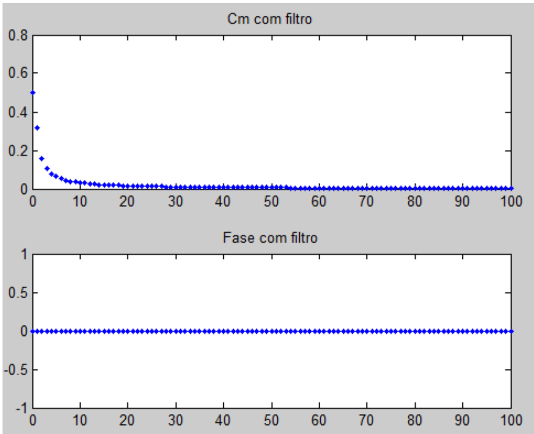
Período: 2π

Ruído: Aleatório na gama [4,6]

Filtro: Rejeito Banda 4 6







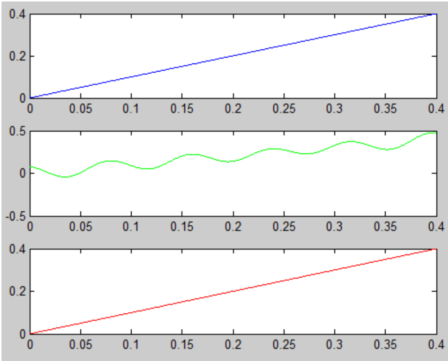
3.2.3. $x(t) = 1 + 2\,\mathrm{mod}(G\#, 2)\sin(12\pi t + \pi/4)\cos(21\pi t) + 2\,\mathrm{mod}(1 + G\#, 2)\cos(20\pi t - \pi/4)\sin(45\pi t)$; Ruído: aleatório na gama $\omega \in [20\pi, 30\pi]$ rad/s; Filtro: que permita obter o sinal sem ruído.

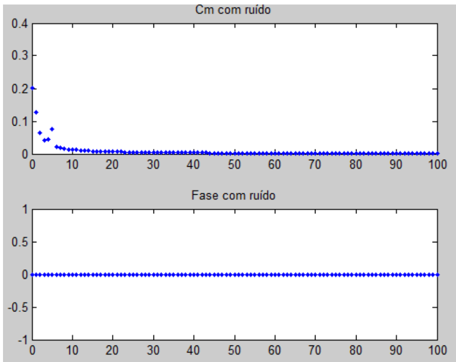
Sinal: expressão x(t): 1+cos(65 π t +(3/4) π)+cos(25 π t+(1/4) π)

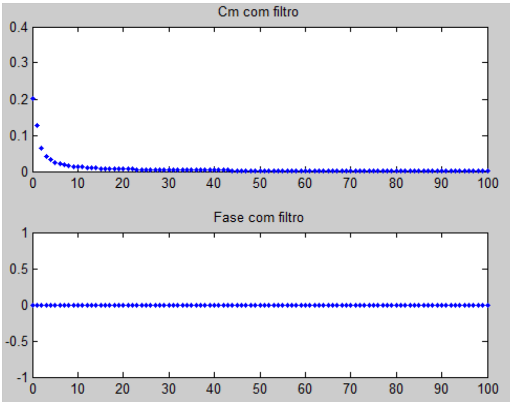
Período: 2/5

Ruído: Aleatório na gama [20*pi,30*pi]

Filtro: Rejeito Banda 20*pi 30*pi







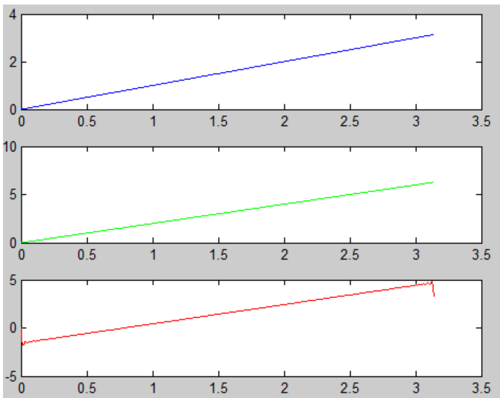
3.2.4. $x(t) = -2 + 4\cos(4t + \pi/3) - 2\sin(10t)$; Ruído: $ruido(t) = 0.2\cos(9t)^2$; Filtro: que permita obter o sinal original sem a sua componente contínua e sem ruído.

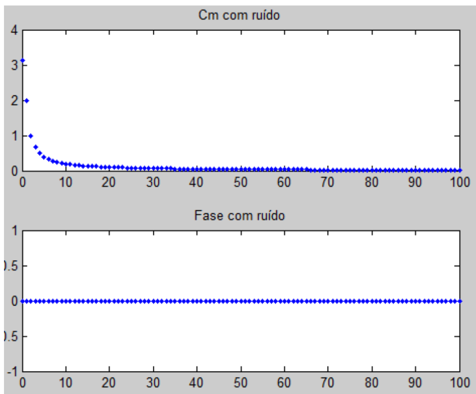
Sinal: expressão x(t): -1+4 cos(4t+ (π/3))+2cos(10t+ (π/2))

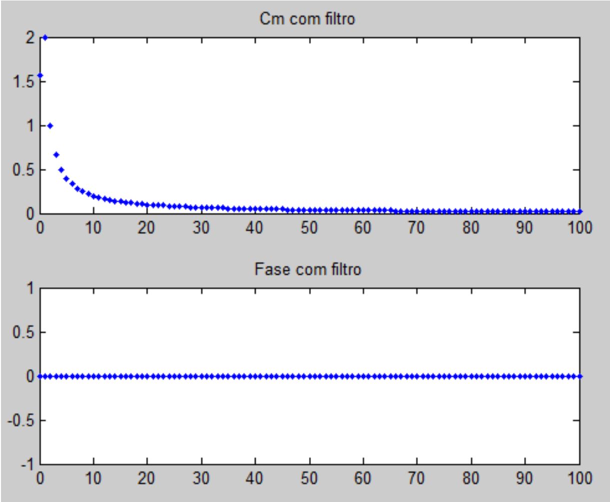
Período: π

Ruído: 0.2*(cos(9t))^2

Filtro: Rejeito Banda 1 1







Exer4

4. Considere o seguinte sinal de tempo contínuo não periódico:

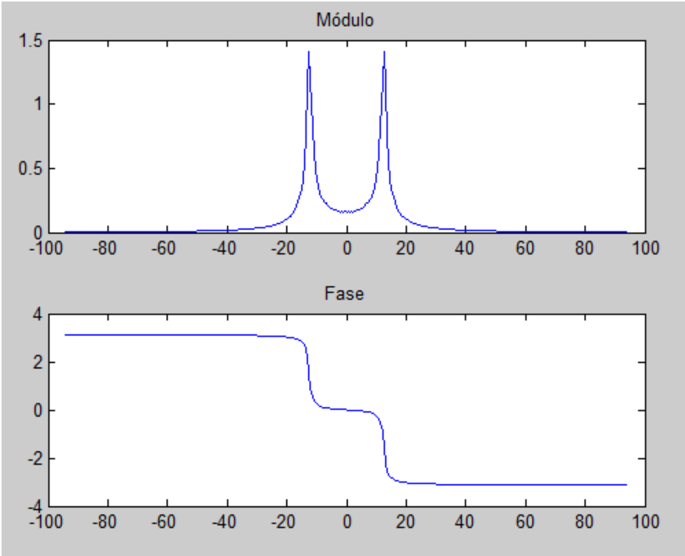
$$x(t) = \begin{cases} Ae^{-at}\sin(4\pi t) & ,a > 0 \text{ e } 0 \le t < 6 \\ 0 & ,t \notin [0;6[\end{cases} \quad ,\text{com } A = 2 \text{ e } a = 0.7 .$$

4.1. Determinar a expressão e representar graficamente, em módulo e em fase, a Transformada de Fourier do sinal $x(t)$, $X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$, em função da frequência angular ω entre -30π rad/s e 30π rad/s, com um passo de π/6 rad/s.

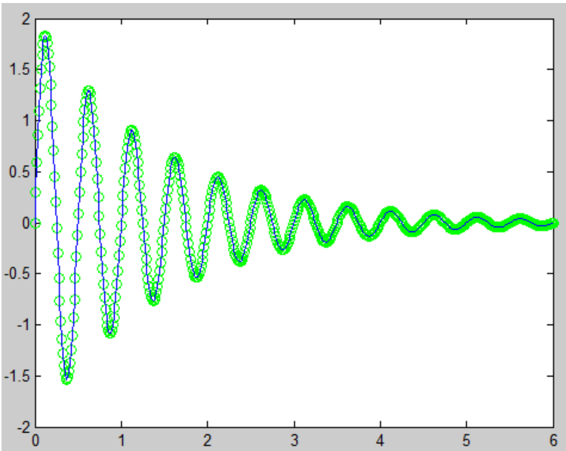
Para tal:

```
%expressao em modulo e em fase(4.1)
    fprintf('Exercicio 4.1\n\n');
    syms t m o;
    %Omega
    w = -30*pi:pi/6:30*pi;

    %Transformada de Fourier
    xt = 2*exp(-0.7*t) * sin(4*pi*t);
    X = int(xt * exp(-1i*o*t), t, 0, 6);
    Xw = double(subs(X, w)); %criar vector

    %Grafico em modulo e em fase
    subplot(2, 1, 1);
    plot(w, abs(Xw));
    title('Módulo');

    subplot(2, 1, 2);
    plot(w, angle(Xw));
    title('Fase');

    pause();
    close all;
```

Obtendo:



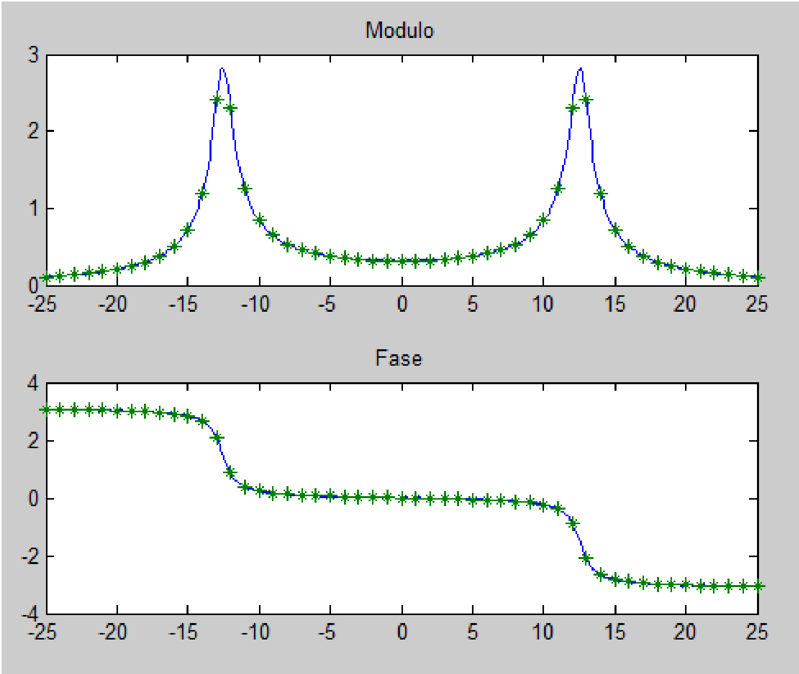
4.2. Reconstruir o sinal a partir da Transformada de Fourier, $x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$, e comparar graficamente com o sinal original.



Como podemos observar podemos reconstruir o sinal a partir da transformada de Fourier. Este sinal e reconstruído a partir da função

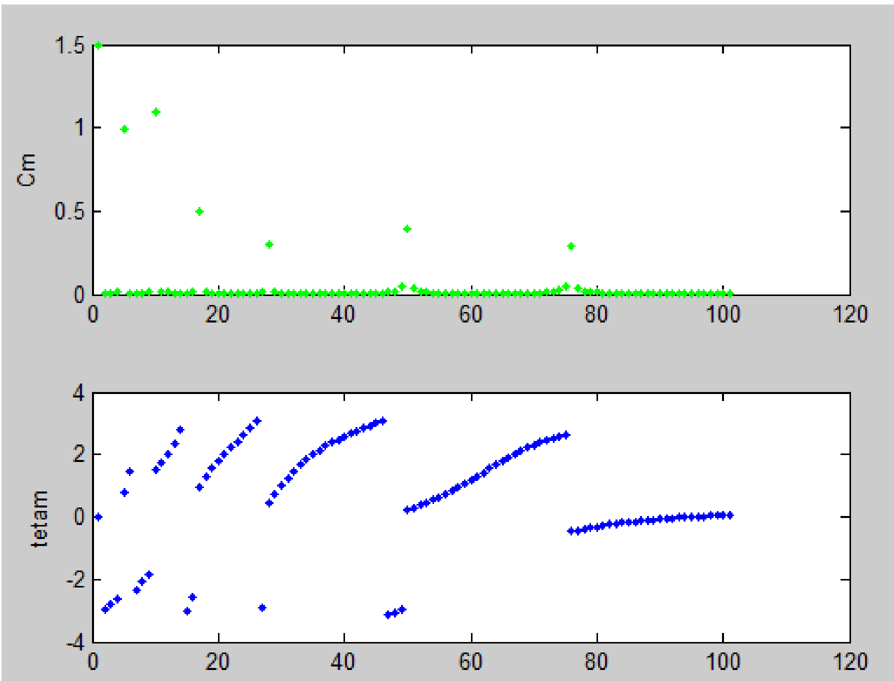
```
ifourier(X, t)
```

4.3. Calcular o valor dos coeficientes da Série de Fourier complexa, c_m para $-25 \le m \le 25$, de um sinal periódico $xp(t)$ que coincide com $x(t)$ para $0 \le t < 6$. Comparar com os resultados obtidos em 4.1.

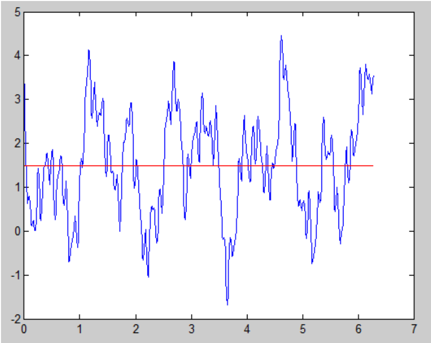


5. Considere uma sequência de dados $x[n]$ que resultou da amostragem de um determinado sinal de tempo contínuo $x(t)$ com um dado período de amostragem T_s.
   5.1. Utilize o script de 2.1, com eventuais adaptações, para:
      5.1.1. Determinar e representar graficamente os valores dos coeficientes (C_m e θ_m) da Série de Fourier trigonométrica com um valor adequado de m_max da Série de Fourier.

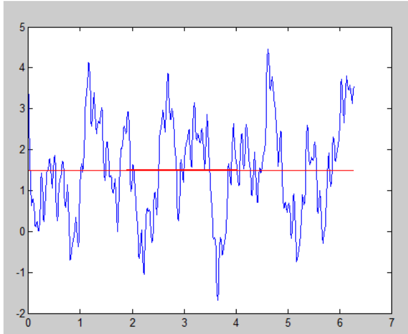
Usando um período de 2pi:



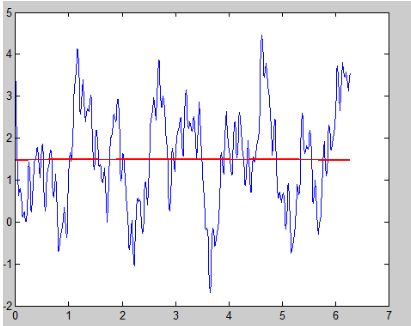
Mmax=0



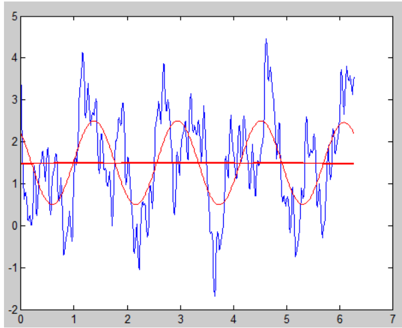
Mmax=1



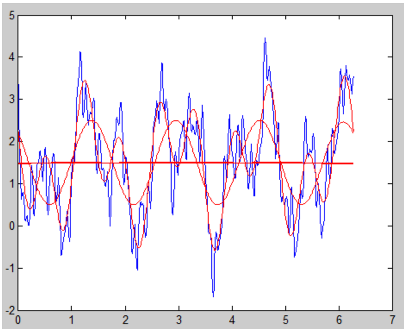
Mmax=3



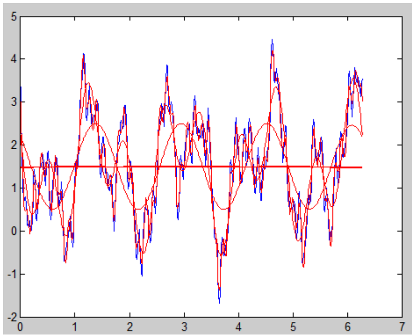
Mmax=5



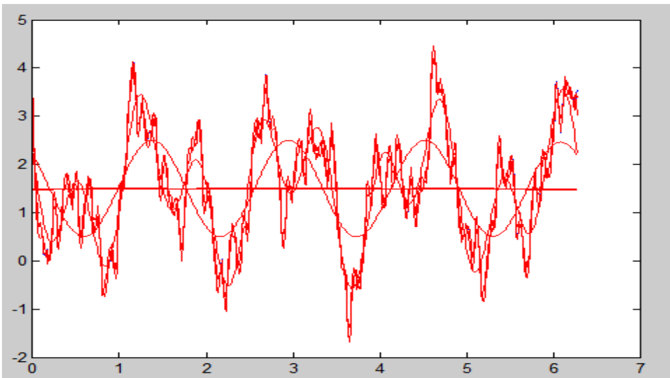
Mmax=10

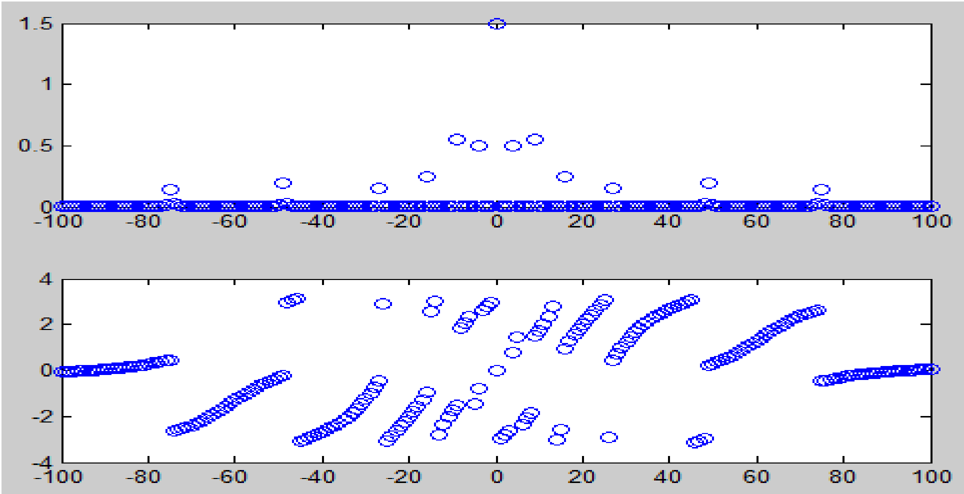


Mmax=50



Mmax=100





C_m e θ_m para m_max = 100

5.2. A partir da análise efectuada, o que pode concluir sobre as características principais do sinal de tempo contínuo $x(t)$?

Teorema da Amostragem (Nyquist): É possível reconstruir, sem erro, um sinal analógico (de tempo contínuo) a partir da sequência resultante da sua amostragem, desde que a frequência de amostragem seja superior ao dobro da maior frequência presente no sinal analógico.

Como nos diz o Teorema da Amostragem apenas é possível reconstruir de forma perfeita sem erro um sinal se a frequência de amostragem for superior ao dobro da maior frequência presente no sinal. Neste caso para o caso de Mmax ser igual a 100 parece que o sinal é totalmente reconstruído. Mas só o será se estiver de acordo com o teorema, senão é apenas uma aproximação muito boa.