

1) Desenhe os grafos correspondentes às seguintes definições:

a) $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E = \{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$

b) $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$E = \{\{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}\}$

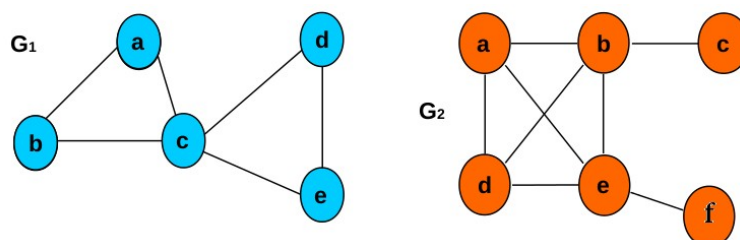
c) Identifique se os grafos dos itens acima são simples ou não. Se forem simples, identifique quais são (i) bipartidos; (ii) bipartidos completos ou (iii) não bipartidos.

d) Desenhe o grafo complementar do grafo do item b).

2) Mostre que em uma festa com n ($n \geq 2$) pessoas existem pelo menos duas pessoas com o mesmo número de conhecidos.

3) Considere um grafo conexo G com n vértices. Qual o número mínimo de arestas que ele pode ter para se tornar desconexo com a retirada de pelo menos uma aresta?

4) Considerando os grafos apresentados abaixo, faça o que se pede:



a) Construa a **matriz de adjacência** do grafo G_1

b) Construa a **matriz de incidência** do grafo G_2

c) Represente por meio de uma estrutura de dados, as vizinhanças de cada vértice do grafo G_1

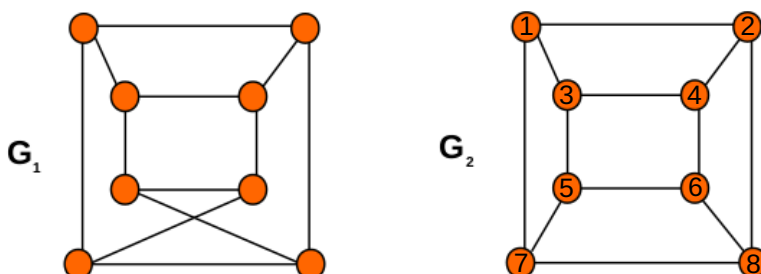
d) Dê um exemplo de **subgrafo** em G_1

e) Dê um exemplo de um **subgrafo induzido** (por vértices) em G_2

f) Dê um exemplo de **subgrafos disjuntos** (em arestas) em G_2

g) Dê um exemplo de uma **clique** em G_1 e G_2

5) Os grafos a seguir são isomorfos? Explique a sua resposta.



6) Considerando o grafo G_2 dos Exercícios 4 e 5, apresente em cada grafo (se existir):

- a) Um percurso Euleriano e outro Hamiltoniano
- b) Um ciclo Euleriano e outro Hamiltoniano

7) Seja $L(G)$ o **grafo linha** relativo ao grafo G . Os vértices de $L(G)$ representam as arestas de G e existe uma aresta entre dois vértices de $L(G)$ se, e somente se, as respectivas arestas de G são adjacentes. Represente o grafo linha $L(G)$ do grafo G_2 do Exercício 4.

8) Apresente duas definições, baseadas em grafos, para **árvores**.

9) Um grafo G é k -regular se todo vértice de G possui grau k .

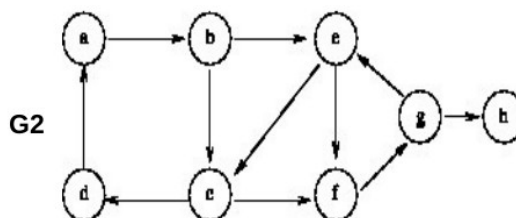
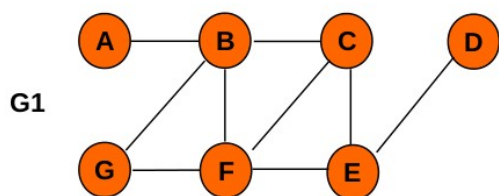
a) Quais dos seguintes grafos simples são grafos regulares:

- i. grafos completos;
- ii. grafos ciclos;
- iii. grafos bipartidos;
- iv. grafos bipartidos completos.

b) Quantas arestas possui um grafo k -regular com n vértices? Prove a sua resposta.

10) Se dois grafos são isomorfos, então possuem o mesmo número de vértices, o mesmo número de arestas e o grau de cada vértice é preservado. A recíproca é verdadeira? Se for, prove. Caso contrário, dê um contra-exemplo.

11) Nos grafos a seguir, determine:



a) Em G_1 :

- 1. um percurso de A até E
- 2. um caminho de G até D
- 3. o menor caminho de G a D
- 4. um ciclo
- 5. um ciclo elementar
- 6. um conjunto independente
- 7. os vizinhos de F
- 8. o valor de $\omega(G_1)$
- 9. uma clique maximal

b) Em G_2 :

- 1. um percurso direcionado de a até f
- 2. um caminho direcionado de d até h
- 3. um ciclo direcionado
- 5. os sucessores de a
- 6. um caminho de tamanho 7

12) Mostre que um grafo simples G com n vértices e k componentes conexas pode ter no máximo $\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ arestas.