



TRABAJO PRÁCTICO N°2: Conjuntos.

1. a) Enumerar, si es posible, cinco elementos de cada conjunto:

i)  $A = \{x \in \mathbb{Q} : x = \frac{1}{n}, n \text{ primo}\}.$       iii)  $C = \{x \in \mathbb{Q} / x^2 = 7\}.$   
ii)  $B = \{x \in \mathbb{Z} : 6 < x < 10\}.$       iv)  $D = \{x : x \text{ es letra de la palabra BANANA}\}.$

- b) Definir por extensión los siguientes conjuntos:

i)  $A = \{n \in \mathbb{N} : n^2 = 49\}.$   
ii)  $B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 5n + 1, n \in \mathbb{N}, n < 5\}.$   
iii)  $C = \{z \in \mathbb{Z} : z = x + y, x, y \in X\}, \text{ siendo } X = \{0, 1, 2\}.$   
iv)  $D = \{z \in \mathbb{Z} : z^2 \in X\}, \text{ siendo } X = \{0, 1, 2\}.$

2. Definir por comprensión los siguientes conjuntos:

- a) Números naturales mayores que 12, menores que 18 y diferentes de 15  
b) Números enteros múltiplos de 11, mayores ó iguales que  $-13$  y menores que 23  
c) Números reales positivos cuyo cubo es menor que 30

3. Dados los siguientes conjuntos, indicar cuáles son vacíos y cuáles son unitarios.

a)  $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 = 0\}$       c)  $C = \{x \in \mathbb{R} : x = 2x + 1\}$   
b)  $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0\}$       d)  $D = \{x \in \mathbb{R} : x = x + 1\}$

4. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son iguales a  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ?

a)  $B = \{2, 3, 1, 4, 5\}$       c)  $D = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 \leq 25\}$       e)  $F = \{x \in \mathbb{Q} : 1 \leq x \leq 5\}$   
b)  $C = \{2, 1, 3\}$       d)  $E = \{x \in \mathbb{Z} : 1 \leq x^2 \leq 25\}$

5. Sean los conjuntos

$$\begin{aligned} A &= \{x \in \mathbb{Z} : x = 3k, k \in \mathbb{Z}\} & C &= \{3, 6, 9, a, b, \{c\}\} \\ B &= \{x \in \mathbb{Z} : x = 6k, k \in \mathbb{Z}\} & D &= \{6, b, \{c\}\} \end{aligned}$$

Reemplazar  $\square$  por  $\subseteq$ ,  $\not\subseteq$ ,  $\in$  ó  $\notin$  según corresponda:

$3 \square A$	$A \square B$	$a \square D$	$D \square C$	$6 \square D$
$3 \square C$	$\emptyset \square C$	$\{\emptyset\} \square D$	$\{-3, 6\} \square A$	$\{6\} \square D$
$-8 \square B$	$C \square D$	$A \square A$	$B \square A$	$\{\{c\}\} \square D$

6. Probar que  $X = Y$ , para cada uno de los siguientes incisos:

a)  $X = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es impar}\}$  e  $Y = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 + 1 \text{ es par}\}.$   
b)  $X = \{x \in \mathbb{Z} : x + 2 \text{ es par}\}$  e  $Y = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es par}\}.$   
c)  $X = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es impar}\}$  e  $Y = \{x \in \mathbb{Z} : x^3 \text{ es impar}\}.$

7. Sean

$$U = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 20\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x = 2n, n \in \mathbb{N}, n < 11\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x = 4n, n \in \mathbb{N}, x \leq 20\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : x = 5n, n \in \mathbb{N}, n < 5\}$$

Hallar:

a)  $A \cup B$

c)  $(A - B) \cap C$

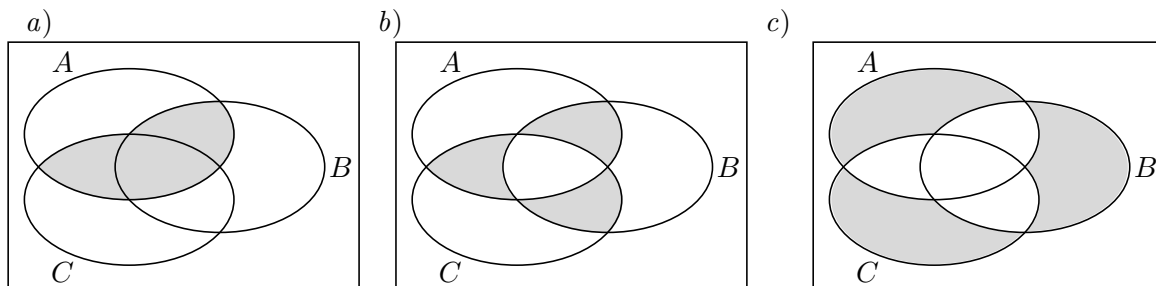
e)  $(A' \cup B')$

b)  $A \cap B \cap C$

d)  $A \cap C'$

f)  $(A - B) \cup (B - A)$

8. Expresar las regiones sombreadas como operaciones entre  $A$ ,  $B$  y  $C$ :



9. Demostrar las siguientes propiedades

a) Si  $A \cap B = A$  entonces  $A \subseteq B$

b) Si  $A \subseteq C$  y  $B \subseteq C$  entonces  $A \cup B \subseteq C$

c)  $A \cap C \subseteq B \cap D$ , si  $A \subseteq B$  y  $C \subseteq D$

d)  $B \cap (A - B) = \emptyset$

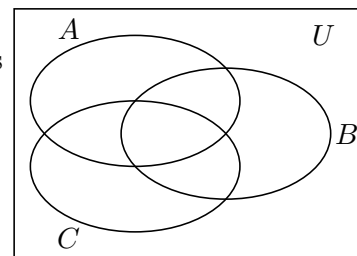
e) Si  $A \subseteq C$  y  $B \subseteq C$  entonces  $C' \subseteq A' \cap B'$

f)  $A$  y  $B$  son disjuntos, si  $(A \cup B) \cap B' = A$

## EJERCICIOS ADICIONALES

1. Utilizando el diagrama de Venn adjunto, marcar cada uno de los siguientes conjuntos.

- a)  $A \cap (B \cup C)$       c)  $(A \cap B) \cup C$   
 b)  $(B \cup C) \cap A'$       d)  $(A' \cap B) \cup (A \cap C)$



2. Dados los conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\} \quad D = \{x \in \mathbb{N} : x = 2n + 1 \text{ y } n < 10\}$$

- a) Decir qué elementos forman los conjuntos  $A$  y  $D$   
 b) Indicar, justificando las respuestas, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

- |                       |                |                                    |
|-----------------------|----------------|------------------------------------|
| I) $A \subseteq D$    | IV) $2 \in A$  | VII) $\{2\} \subseteq A'$          |
| II) $D \subseteq A$   | V) $9 \in D$   | VIII) $\{23\} \subseteq A \cap D'$ |
| III) $D' \subseteq A$ | VI) $21 \in D$ | IX) $20 \in A \cup D'$             |

3. Dados los conjuntos  $A = \{n \in \mathbb{N} : n < 12\}$ ,  $B = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ es par y } n < 22\}$  y  $E = \{n \in \mathbb{N} / n \text{ es par}\}$ . Hallar:

- a)  $A \cup B$       b)  $A \cap B$       c)  $(A - B) \cup (B - A)$       d)  $B - E$

4. Sean los conjuntos:

$$\begin{aligned}
 A &= \{ \text{divisores positivos de } 18 \} & C &= \{ \text{divisores positivos de } 30 \} \\
 B &= \{ \text{divisores positivos de } 24 \} & D &= \{ \text{divisores positivos comunes de } 18, 24 \text{ y } 30 \}
 \end{aligned}$$

- a) Calcular, mediante diagramas de Venn,  $(A \cap B) - C$  y  $(B \cap C) - A$   
 b) Calcular  $A'$  y  $B'$  siendo el referencial  $U = \{n \in \mathbb{N} : n < 25\}$   
 c) Expresar a  $D$  como una operación entre los conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

5. Demostrar:

- a)  $(A')' = A$ .      c)  $(A \cap D)' = A' \cup D'$       e) Si  $A \subseteq B$  entonces  $A' \cup B = U$   
 b)  $A \cup \emptyset = A$ .      d)  $A \cap (A \cup C) = A$

6. Sean  $X = \{x \in \mathbb{Z} : x \text{ es par}\}$  e  $Y = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 + 1 \text{ es impar}\}$ . Probar que  $X = Y$ .

## LEYES DEL ÁLGEBRA DE CONJUNTOS

### 1. Leyes conmutativas:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

### 2. Leyes asociativas:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

### 3. Leyes distributivas:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

### 4. Leyes de absorción:

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

### 5. Leyes de idempotencia:

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

### 6. Leyes de identidad:

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cap U = A$$

### 7. Complementación doble:

$$(A')' = A$$

$$8. \quad A \cup A' = U$$

$$A \cap A' = \emptyset$$

$$9. \quad U' = \emptyset$$

$$\emptyset' = U$$

### 10. Leyes de De Morgan:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$