TRABAJO PRÁCTICO N°9: Sistemas de Ecuaciones Lineales

RESPUESTAS

1. Cada una de las ecuaciones lineales de los sistemas dados representan gráficamente una recta a las que llamaremos L y T. Además, llamaremos S al conjunto solución del sistema.

   a) $S = \{\,(-7,\,2)\,\}$. Las rectas L y T se cortan en el punto $(-7,\,2)$.

   b) $S = \{\,(-1+2y,\,y):\ y \in \mathbb{R}\}$. Las rectas L y T son coincidentes.

   c) $S = \emptyset$. Las rectas L y T son paralelas.

2. Dado un sistema de tres ecuaciones lineales y dos incógnitas, cada una de las ecuaciones del sistema representa gráficamente una recta a las que llamaremos $L,\ R$ y T. Además, llamaremos S al conjunto solución del sistema. Las posibles soluciones son:

   - Las tres rectas se cortan en el punto P. El sistema es compatible determinado y $S = \{P\}$.
   - Las rectas L y T son coincidentes y R las corta en el punto P. El sistema es compatible determinado y $S = \{P\}$.
   - Las tres rectas $L,\ R$ y T son coincidentes. El sistema es compatible indeterminado y $S = L = R = T$.
   - Las rectas $L,\ R$ y T son paralelas dos a dos. El sistema es incompatible y $S = \emptyset$.
   - Las rectas L y R son coincidentes y T es paralela a ambas. El sistema es incompatible y $S = \emptyset$.
   - Las rectas L y R son paralelas y T corta a ambas. El sistema es incompatible y $S = \emptyset$.
   - Las rectas $L,\ R$ y T se cortan dos a dos. El sistema es incompatible y $S = \emptyset$.

3.

   a) $S = \{\,(9+5x_2,\,x_2):\ x_2 \in \mathbb{R}\}$.
   Tres posibles soluciones particulares: $(9,\,0)$, $(14,\,1)$ y $(4,\,-1)$.

   b) $S = \{\,(a,\,b,\,\frac{1}{2}-2a+5b):\ a,b \in \mathbb{R}\}$.
   Tres posibles soluciones particulares: $(0,\,0,\,\frac{1}{2})$, $(1,\,1,\,\frac{7}{2})$ y $(0,\,-1,\,-\frac{9}{2})$.

   c) $S = \{\,(6+2y-z+4w,\,y,\,z,\,w):\ y,z,w \in \mathbb{R}\}$.
   Tres posibles soluciones particulares: $(6,\,0,\,0,\,0)$, $(10,\,0,\,0,\,1)$ y $(4,\,-1,\,0,\,0)$.

4.

$$a)\ \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 3x - 6y + z = 7 \\ -2x + 4y = -3 \end{cases} \qquad c)\ \begin{cases} -2x + 2z = 7 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

5. $a = 3 \ \wedge\ b = -1$

6.

a) $S = \{ (0,\, 1,\, 1) \}$

b) $S = \{ (-z,\, 0,\, z) : z \in \mathbb{R}\}$. Dos posibles soluciones particulares: $(-3,\, 0,\, 3)$ y $(0,\, 0,\, 0)$.

c) $S = \emptyset$

d) $S = \{ (1 + z + 2w,\, 2 - 2z + w,\, z,\, w) :\ z, w \in \mathbb{R}\}$.
Dos posibles soluciones particulares: $(1,\, 2,\, 0,\, 0)$ y $(2,\, 0,\, 1,\, 0)$.

e) $S = \{ (-2,\, 3,\, 1) \}$

f) $S = \{ (0,\, 0,\, 0) \}$

7.

a) Incompatible

b) Compatible determinado. $S = \{ (-8,\, 0,\, 7) \}$

c) Incompatible

d) Compatible indeterminado. $S = \{ (5 + 2x_3,\, -1 - 3x_3,\, x_3) :\ x_3 \in \mathbb{R}\}$

e) Compatible indeterminado. $S = \{ (1,\, 2 - 2x_4,\, -3x_4,\, x_4) :\ x_4 \in \mathbb{R}\}$

f) Compatible determinado. $S = \{ (4,\, -9,\, 2) \}$

8.

a) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{-1,\, 1\}$.
Compatible Indeterminado si $a = 1$.
Incompatible si $a = -1$.

b) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{-2,\, 2\}$.
Compatible Indeterminado si $a = -2$.
Incompatible si $a = 2$.

c) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{2\}$.
Compatible Indeterminado si $a = 2$.
$\nexists\, a \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea Incompatible.

d) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{1\}$.
Compatible Indeterminado si $a = 1$.
$\nexists\, a \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea Incompatible.

e) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{1,\, 3\}$.
Compatible Indeterminado si $a = 3$.
Incompatible si $a = 1$.

f) Compatible Determinado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{-5,\, 0,\, 5\}$.
Compatible Indeterminado si $a = 0 \ \vee\ a = -5$.
Incompatible si $a = 5$.

g) $\nexists\, a \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea Compatible Determinado.

Compatible Indeterminado $\forall\, a \in \mathbb{R} - \{1\}$.

Incompatible si $a = 1$.

9. $X = \begin{bmatrix} 2/7 \\ \\ 4/7 \end{bmatrix}$

10.

a) $\begin{bmatrix} 3 & 12 & 9 \\ 2 & 5 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}$

Es posible resolverlo utilizando inversibilidad de matrices y $S = \{\, (3,\, -2,\, 2)\, \}$.

b) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & -5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

NO es posible resolverlo aplicando inversibilidad de matrices, $S = \emptyset$.

11.

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera.

d) Verdadera.

12.

a) Verdadera.

b) Verdadera.

c) Falsa.

d) Falsa.

e) Verdadera.

f) Verdadera.

g) Falsa.

h) Verdadera.

i) Falsa.

j) Verdadera.

k) Falsa.

l) Verdadera.