

ELEMENTOS DE ÁLGEBRA

Segundo Cuatrimestre 2022

TRABAJO PRÁCTICO N° 10

POLINOMIOS

RESPUESTAS

Ejercicio N°1

a) Polinomio $R(x)$

Pertenece al conjunto $\mathbb{R}[x]$, es de grado 5, el coeficiente principal es 1, el término independiente es 4, es mónico, está ordenado en forma decreciente y no está completo.

Polinomio $P(x)$

Pertenece al conjunto $\mathbb{C}[x]$, es de grado 6, el coeficiente principal es -7, el término independiente es $-16i$, no es mónico, no está ordenado en forma creciente ni decreciente, está completo.

$$\text{b) } R(-1) = 6. \qquad R(i) = 3 - 3i$$

$$P(-1) = -24 - 29i \qquad P(i) = -1 - 6i$$

Ejercicio N°2

$$a = -\frac{2}{9}$$

Ejercicio N°3

$$m = 3, n = 1, r = 0, s = \frac{3}{2}$$

Ejercicio N°4

a) $A(x)$ no es divisible por $B(x)$

b) $A(x)$ es divisible por $B(x)$

Ejercicio N°5

- a) Cociente: $Q(x) = ax^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{4}a$ Resto: $R(x) = a^4 + \frac{1}{4}a$
b) Cociente: $Q(x) = x + (3a - 2)$ Resto: $R(x) = 3a^2 - 2a + 1$

Ejercicio N°6

- a) $a = 1 \vee a = \frac{1}{2}$
b) $a = -74$

Ejercicio N°7

-3, -2 y 1 son raíces de $P(x)$ de orden de multiplicidad 1, 3 y 1 respectivamente.

Ejercicio N°8

- a) $h = 5 + 4i$
b) $h = 7$

Ejercicio N°9

- a) Las raíces racionales de $P(x)$ son: -1 y 2, ambas de orden 1.
c) Las raíces racionales de $P(x)$ son: 1 y -2, ambas de orden 1, y $\frac{1}{2}$ de orden 2.
d) Las raíces racionales de $P(x)$ son: 1 de orden 2 y $\frac{5}{2}$ de orden 1.

Ejercicio N°10

- a) $A(x) = (x + 1)(x + 1)(x + 1)(x + 1)(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3}i)$
b) $B(x) = 3(x - (1 + 3i))(x - (1 - 3i))(x - (1 + i))(x - (1 - i))$
c) $C(x) = (x - 4)(x - 1)(x - (1 + 3i))$
d) $Q(x) = x(x - 1)(x + 1)(x - i)(x + i)$
e) $P(x) = (x - \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i)(x + \sqrt{2}i)$
f) $S(x) = (x - 2)(x + 2)(x - 2i)(x + 2i)$
g) $T(x) = (x + 1)(x + 1)\left(x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)\left(x - \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right)$

Ejercicio N°11

b) $P(x) = (x - 2)(x + 2)(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})(x - i)(x + i)$

$$Q(x) = (x + \frac{1}{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3}i)(x + \sqrt{3}i)$$

Ejercicio N°12

a) $P(x) = \frac{3}{2} (x + 1)^2 (x - 3)^2 (x + 2)$. El término independiente es 27.

b) $P(x) = a (x + 2) (x - \sqrt{2})^2$, $a \in \mathbb{C} - \{0, 7i\}$. El término independiente es $4a$.

c) $P(x) = (x + 3i)(x - 2)x^3$. El término independiente es 0.

d) $P(x) = (x + 3i)(x - 3i)(x - 2)x^3$. El término independiente es 0.

e) No es posible.

f) No es posible.

g) $P(x) = a \cdot x(x + 1)(x - (1 + i))(x - (1 - i))$, $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, $P(x) \in \mathbb{R}[x]$

$$Q(x) = a \cdot x(x + 1)(x - (1 + i)), a \in \mathbb{C} - \{0\}, Q(x) \in \mathbb{C}[x]$$

El grado mínimo de $P(x)$ es 4 y el grado mínimo de $Q(x)$ es 3.

Ejercicio N°13

a) Falso

b) Verdadero

c) Falso

d) Verdadero

e) Verdadero

f) Falso

g) i) Falso

ii) Falso

iii) Verdadero

iv) Falso