ELEMENTOS DE ÁLGEBRA
(2do cuatrimestre de 2022)

TRABAJO PRÁCTICO N°5: Números naturales

Principio de inducción

RESPUESTAS

1.

a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{9} i = 1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 45$

b) $\displaystyle\sum_{j=0}^{5} (-1)^j 2j = (-1)^0 2\cdot 0 + (-1)^1 2\cdot 1 + (-1)^2 2\cdot 2 + (-1)^3 2\cdot 3 + (-1)^4 2\cdot 4 + (-1)^5 2\cdot 5 = -6$

c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} (k-1) = (2-1)+(3-1)+(4-1)+(5-1) = 10$

Otra forma de escribir la sumatoria: $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} k = 1+2+3+4 = 10$

d) $\displaystyle\sum_{t=1}^{8} 3 + \sum_{t=9}^{100} 3 = 8\cdot 3 + (100-9+1)\cdot 3 = 24 + 92\cdot 3 = 24+276 = 300$

Otra forma de escribir la sumatoria: $\displaystyle\sum_{t=1}^{100} 3 = 100\cdot 3 = 300$

2.

a) $\displaystyle 1+3+5+7+9+11+13 = \sum_{i=1}^{7} (2i-1)$

b) $\displaystyle 9+12+15+18+21+24+27+30 = \sum_{t=3}^{10} 3t$

c) $\displaystyle 1-2+4-8+16-32 = \sum_{k=0}^{5} (-1)^k 2^k$

d) $\displaystyle 2+\tfrac{3}{2}+\tfrac{4}{3}+\ldots+\frac{n+1}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{i+1}{i}$

Observación: las formas de expresar utilizando el símbolo de sumatoria NO es única.

3.

a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{9} x_i(x_i-5) = -434$

b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{8} (2x_i+3)^2 = 2152$

5.

a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2^i} = 1 - \frac{1}{2^n}$

c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} 2\cdot 3^i = 3^{n+1} - 3$

6.

a)

I) 55.460

II) 216.225

III) $n = 20$

IV) No existe $n \in \mathbb{N}$ que verifique lo pedido.

b)

I) $\displaystyle\sum_{i=1}^{1000}(8 \cdot 3^i) = 4 \cdot 3^{1001} - 12 = 12 \cdot (3^{1000} - 1)$

II) $\displaystyle\sum_{i=205}^{1000}(8 \cdot 3^i) = 4 \cdot 3^{1001} - 4 \cdot 3^{205} = 4 \cdot 3^{205}(3^{796} - 1)$

7. *a)* $p(1)$ es falsa.

b) $p(k) \implies p(k+1),\ \forall\, k \in \mathbb{N}$ es falsa. Existe $k = 1$ tal que $p(k)$ es verdadera y $p(k+1)$ es falsa, es decir, $p(1)$ es verdadera y $p(2)$ es falsa.