Grafos

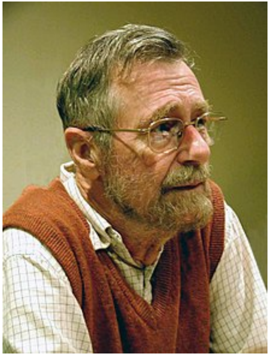
Algoritmo de Dijkstra

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Proponente

Proponente



Edsger Wybe Dijkstra
(1956)

Características do algoritmo de Dijkstra

Características do algoritmo de Dijkstra

- $\star$ **Computa o caminho mínimo de todos os vértices de $G(V, E)$ a um dado nó s**

Características do algoritmo de Dijkstra

- $\star$ **Computa o caminho mínimo de todos os vértices de $G(V, E)$ a um dado nó s**
- $\star$ **Processa corretamente apenas grafos com arestas não-negativas**

Características do algoritmo de Dijkstra

- ⋆ Computa o caminho mínimo de todos os vértices de $G(V, E)$ a um dado nó s
- ⋆ Processa corretamente apenas grafos com arestas não-negativas
- ⋆ É eficiente: cada aresta é processada uma única vez

Características do algoritmo de Dijkstra

- $\star$ **Computa o caminho mínimo de todos os vértices de $G(V, E)$ a um dado nó s**
- $\star$ **Processa corretamente apenas grafos com arestas não-negativas**
- $\star$ **É eficiente: cada aresta é processada uma única vez**
- $\star$ **Complexidade:** $O((V + E) \log V)$

Pseudocódigo

Pseudocódigo

Entrada: **um grafo** $G(V, E)$ **e um vértice** $s \in V$
Saída: **um vetor** d **tal que** $d[u]$ **é a distância mínima em** G **entre** s **e** u

Pseudocódigo

Entrada: **um grafo** $G(V, E)$ **e um vértice** $s \in V$
Saída: **um vetor** d **tal que** $d[u]$ **é a distância mínima em** G **entre** s **e** u

1. **Faça** $d[s] = 0$**,** $d[u] = \infty$ **se** $u \neq s$ **e seja** $U = V$

Pseudocódigo

Entrada: um grafo $G(V, E)$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

1. Faça $d[s] = 0$, $d[u] = \infty$ se $u \neq s$ e seja $U = V$

2. Enquanto $U \neq \emptyset$:
   (a) Seja $u \in U$ o vértice mais próximo de s em U
   (b) Relaxe as distâncias usando as arestas que partem de u
   (c) Remova u de U

Pseudocódigo

Entrada: um grafo $G(V, E)$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

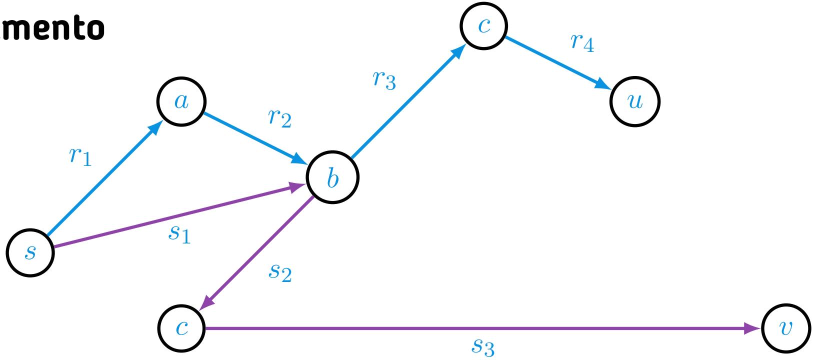
1. Faça $d[s] = 0$, $d[u] = \infty$ se $u \neq s$ e seja $U = V$

2. Enquanto $U \neq \emptyset$:
   (a) Seja $u \in U$ o vértice mais próximo de s em U
   (b) Relaxe as distâncias usando as arestas que partem de u
   (c) Remova u de U

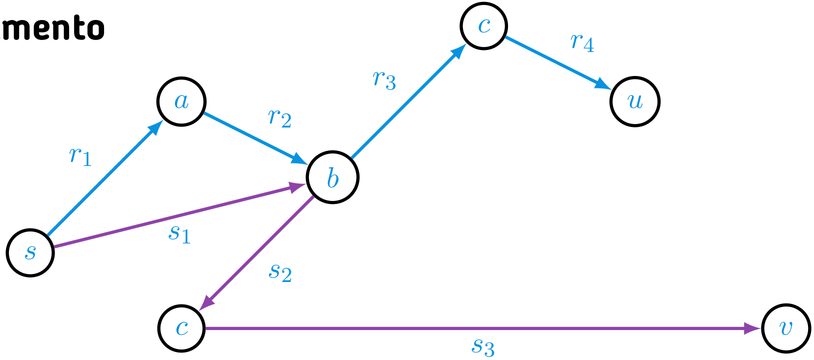
3. Retorne d

Relaxamento

Relaxamento

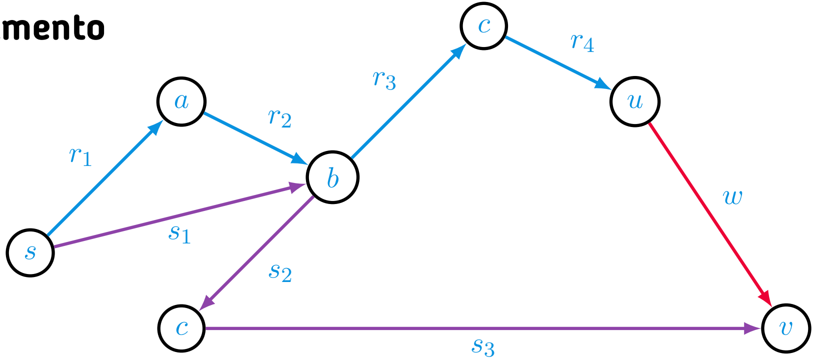


Relaxamento

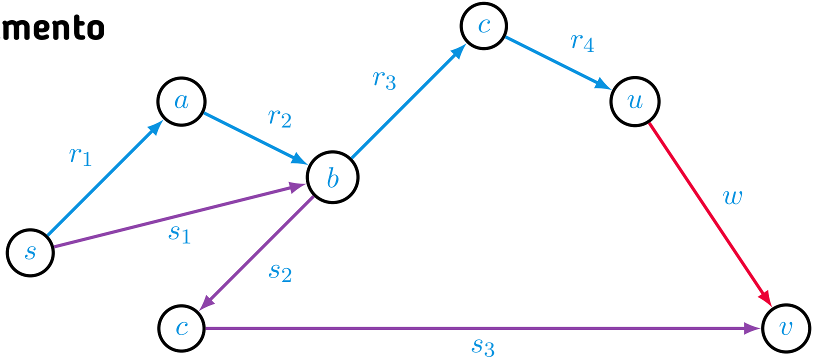


$$\text{dist}(s, u) = \sum_{i=1}^{4} r_i \qquad \text{dist}(s, v) = \sum_{j=1}^{3} s_i$$

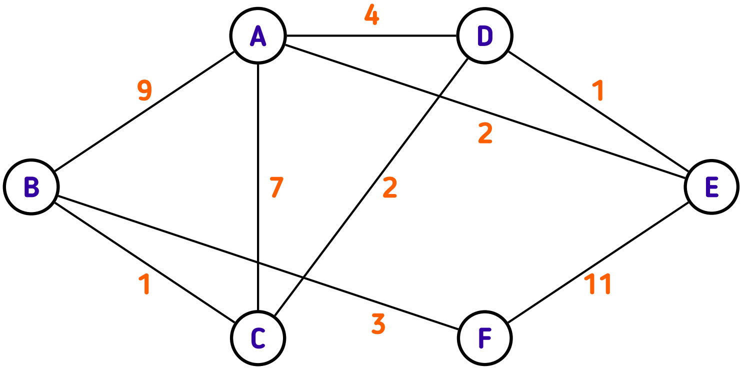
Relaxamento



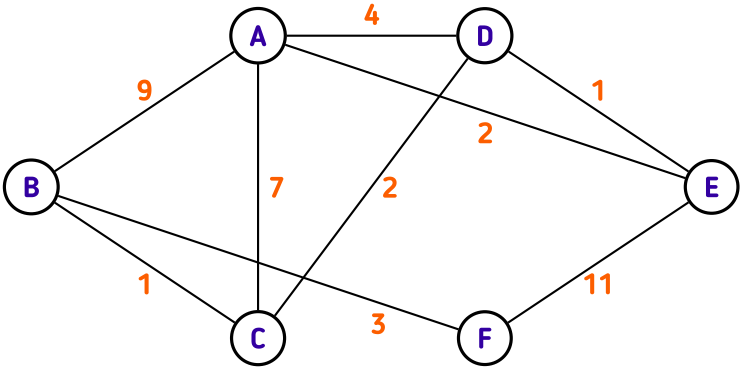
Relaxamento



Se $\text{dist}(s, u) + w < \text{dist}(s, v)$, **faça** $\text{dist}(s, v) = \text{dist}(s, u) + w$

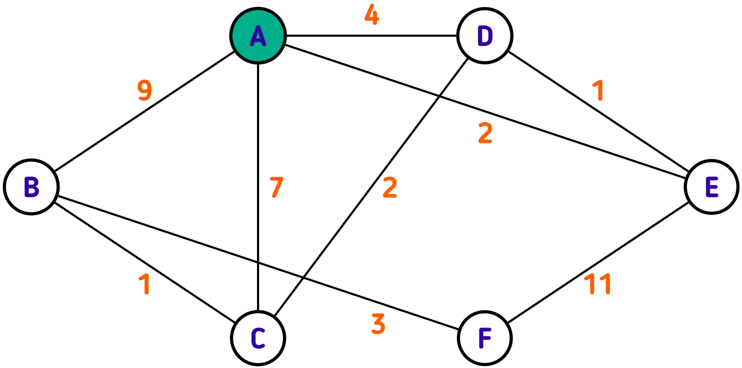


A
D
B
E
C
F
4
9
1
2
7
2
1
11
3



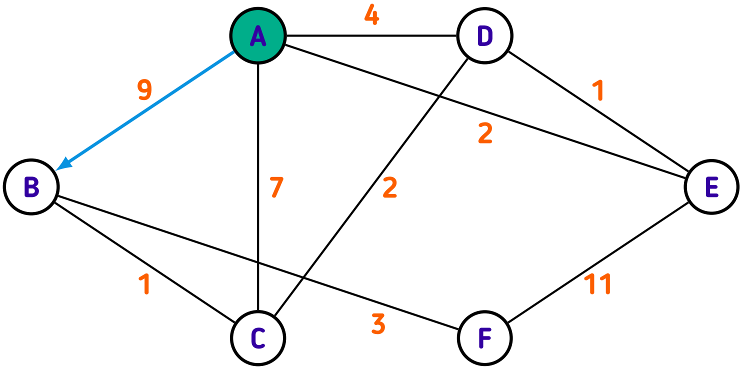
	A	B	C	D	E	F
dist$(u,$ **A**$)$	0	∞	∞	∞	∞	∞

$U = \{$ **A, B, C, D, E, F** $\}$



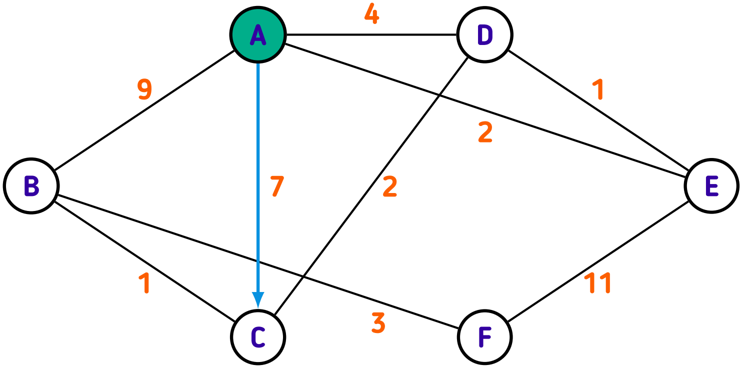
	A	B	C	D	E	F
dist(u, **A**)	0	∞	∞	∞	∞	∞

$U = \{$ **B, C, D, E, F** $\}$



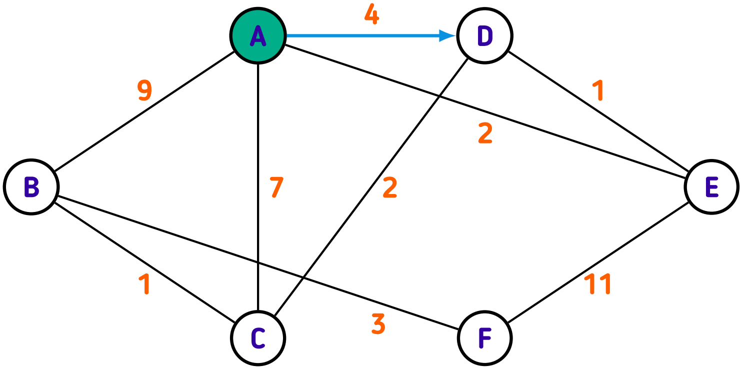
	A	B	C	D	E	F
dist$(u,$ **A**$)$	0	**9**	∞	∞	∞	∞

$U = \{$ **B, C, D, E, F** $\}$



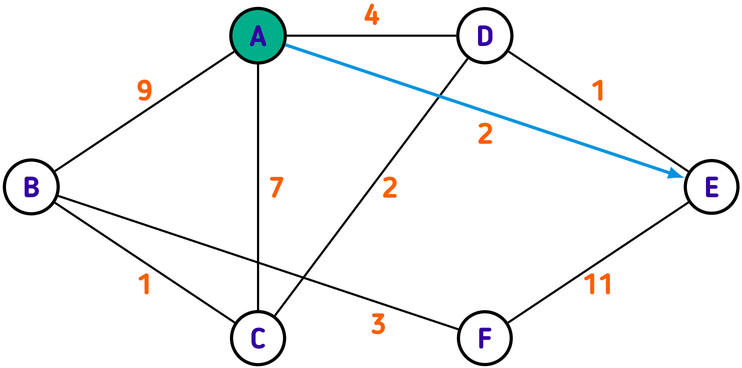
	A	B	C	D	E	F
$\text{dist}(u, \textbf{A})$	0	9	**7**	∞	∞	∞

$U = \{$ **B, C, D, E, F** $\}$



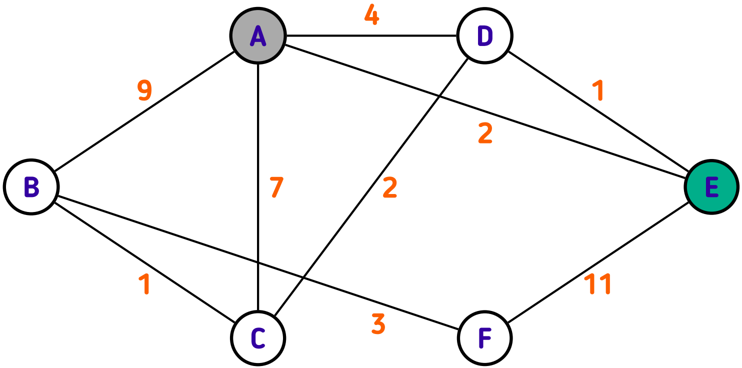
	A	B	C	D	E	F
$\text{dist}(u, \textbf{A})$	0	9	7	**4**	∞	∞

$U = \{\ \textbf{B, C, D, E, F}\ \}$



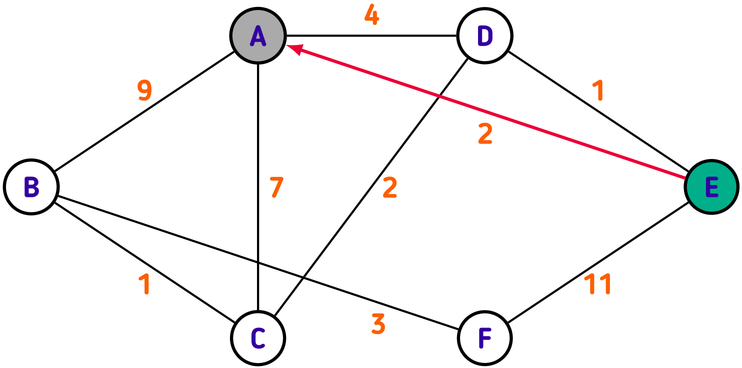
	A	B	C	D	E	F
dist$(u, \textbf{A})$	0	9	7	4	**2**	∞

$U = \{$ **B, C, D, E, F** $\}$



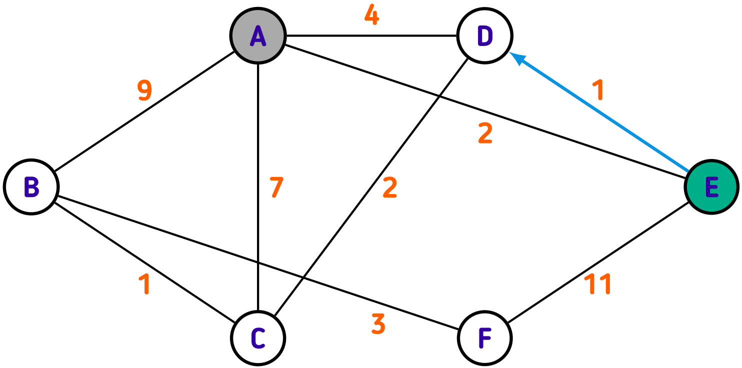
	A	B	C	D	E	F
dist$(u, \mathbf{A})$	0	9	7	4	2	∞

$U = \{$ **B, C, D, F** $\}$



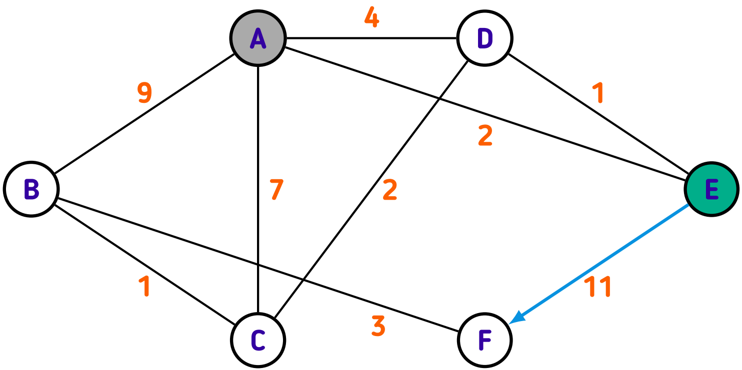
	A	B	C	D	E	F
dist$(u,$ **A**$)$	0	9	7	4	2	∞

$U = \{$ **B, C, D, F** $\}$



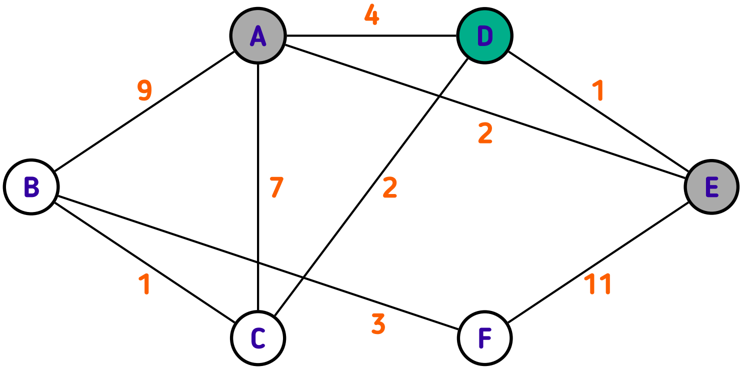
	A	B	C	D	E	F
dist$(u, \textbf{A})$	0	9	7	**3**	2	∞

$U = \{$ **B, C, D, F** $\}$



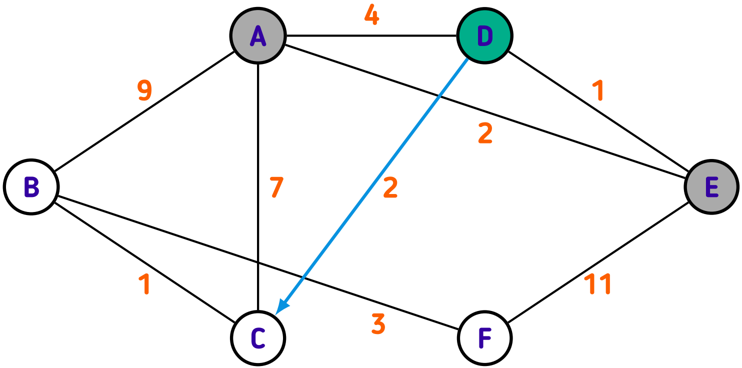
	A	B	C	D	E	F
$\mathrm{dist}(u, \mathbf{A})$	0	9	7	3	2	**13**

$U = \{\ \mathbf{B, C, D, F}\ \}$



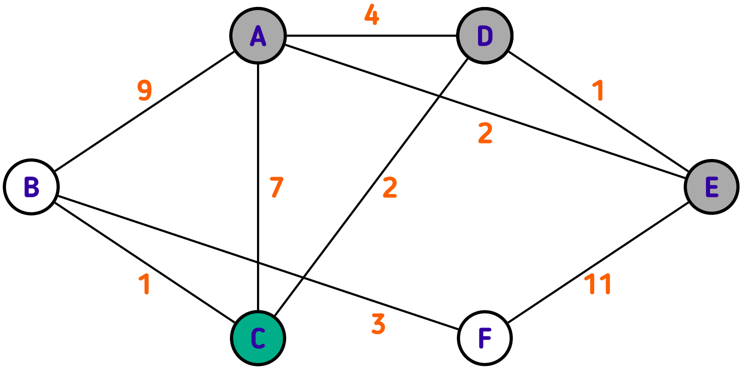
	A	B	C	D	E	F
dist(u, **A**)	0	9	7	3	2	13

$U = \{$ **B, C, F** $\}$



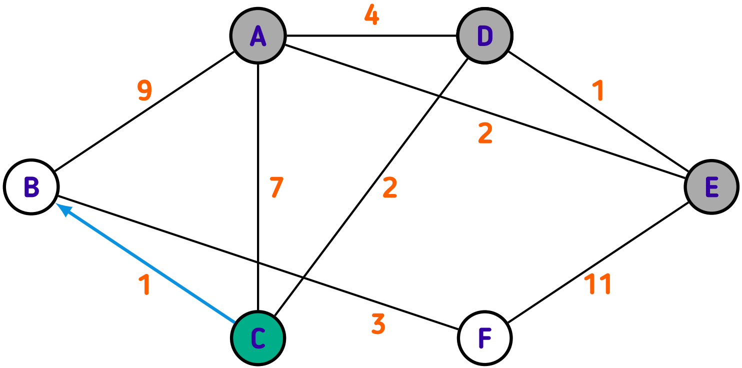
	A	B	C	D	E	F
dist(u, **A**)	0	9	**5**	3	2	13

$U = \{$ **B, C, F** $\}$



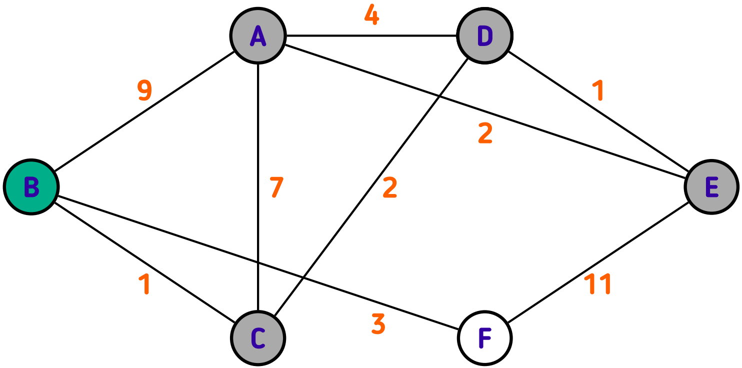
	A	B	C	D	E	F
$\mathrm{dist}(u, \mathbf{A})$	0	9	5	3	2	13

$U = \{\ \mathbf{B},\ \mathbf{F}\ \}$



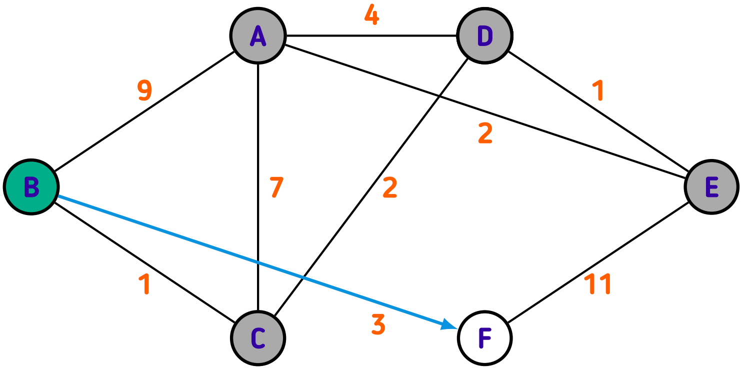
	A	B	C	D	E	F
dist(u, **A**)	0	**6**	5	3	2	13

$U = \{$ **B, F** $\}$



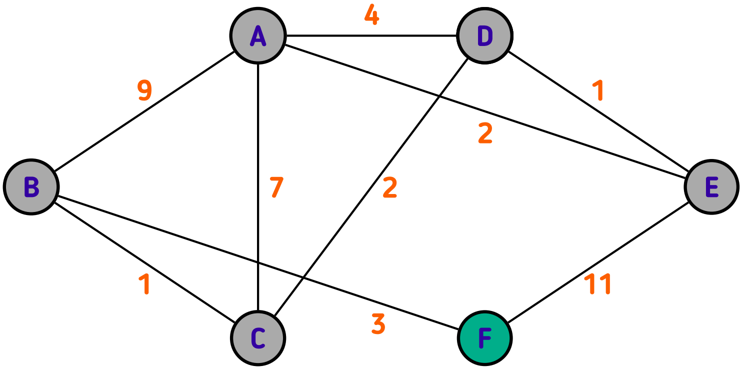
	A	B	C	D	E	F
dist$(u, \mathbf{A})$	0	6	5	3	2	13

$U = \{ \mathbf{F} \}$



	A	B	C	D	E	F
dist(u, **A**)	0	6	5	3	2	**9**

$U = \{ \textbf{F} \}$



$\mathsf{dist}(u, \mathbf{A})$	A	B	C	D	E	F
	0	6	5	3	2	9

$U = \emptyset$

Problemas sugeridos

1. AtCoder Beginner Contest 137 – Problem E: Coin Respawn
2. CSES 1673 – High Score
3. OJ 423 – MPI Maelstrom
4. OJ 534 – Frogger

Referências

1. **HALIM**, **Felix**; **HALIM**, **Steve**. *Competitive Programming 3*, **2010.**

2. **LAAKSONEN**, **Antti**. *Competitive Programmer's Handbook*, **2018.**

3. **SKIENA**, **Steven**; **REVILLA**, **Miguel**. *Programming Challenges*, **2003.**

4. **Wikipédia**, *Dijkstra's algorithm.* **Acesso em 13/07/2021.**

5. **Wikipédia**, *Edsger W. Dijkstra.* **Acesso em 13/07/2021.**