

# Matemática

## *Lógica Proposicional Booleana*

Prof. Edson Alves  
Faculdade UnB Gama

# Termos primitivos e axiomas

A Lógica Proposicional Booleana é construída a partir de dois axiomas fundamentais, que relaciona os termos primitivos **proposição**, **verdadeiro** e **falso**:

1. **Princípio do Terceiro Excluído:** toda proposição ou é verdadeira ou é falsa;
2. **Princípio da Não Contradição:** uma proposição não poder ser, simultaneamente, verdadeira e falsa.

# Proposições simples e compostas

- As proposições são representadas por letras minúsculas (por exemplo,  $p, q, r, \dots$ )
- Duas ou mais proposições simples podem ser combinadas por meio de conectivos lógicos para formar proposições compostas
- Proposições compostas são representadas por letras maiúsculas (por exemplo,  $P, Q, R, \dots$ )
- Proposições compostas também podem ser combinadas por meio de conectivos lógicos

# Conectivos lógicos

Conectivo	Notação	Valor Lógico
<b>Conjunção</b> (e)	$p \wedge q$	verdadeira apenas quando ambas $p$ e $q$ são verdadeiras
<b>Disjunção</b> (ou)	$p \vee q$	falsa apenas quando ambas $p$ e $q$ são falsas
<b>Disjunção exclusiva</b> ( <i>xor</i> )	$p \underline{\vee} q$	verdadeira apenas quando $p$ e $q$ tem valores lógicos opostos

# Conectivos lógicos

Conectivo	Notação	Valor Lógico
<b>Condicional</b> (se, então)	$p \rightarrow q$	falsa apenas quando $p$ é verdadeira e $q$ é falsa
<b>Bicondicional</b> (se, e somente se)	$p \leftrightarrow q$	verdadeira apenas quando $p$ e $q$ tem mesmo valor lógico
<b>Negação</b> (não)	$\neg p$	inverte o valor lógico de $p$

# Leis de Morgan

Sejam  $p$  e  $q$  duas proposições. Vale que

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

e que

$$\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$$

# C e C++

- As linguagens C e C++ tem, em sua sintaxe, operadores lógicos relacionais, que representam os conectivos lógicos
- Também há suporte para operadores lógicos *bit a bit*, que aplicam cada operação lógica aos pares de *bits* correspondentes
- Importante notar que, embora a linguagem C++ tenha um tipo de dado booleano, ambas linguagens interpretam como verdadeiro qualquer valor inteiro diferente de zero, e o zero como falso

# Operadores lógicos em C/C++

Operador	Aridade	Símbolo em C	Palavra reservada em C++
e	binário	&&	and
ou	binário		or
não	unário	!	not



# Operadores lógicos em C/C++

- Observe que apenas 3 dos conectivos lógicos tem símbolos ou palavras reservadas equivalentes em C e C++
- Isto se dá porque é possível, a partir destes três, definir quaisquer um dos demais conectivos
- Por exemplo,  $p \rightarrow q$  é logicamente equivalente a  $\neg p \vee q$
- Estes operadores são curto-circuito: se o valor lógico da primeira proposição é suficiente para definir o valor da expressão, a segunda proposição não é avaliada

# Operadores *bit a bit* em C/C++

Operador	Aridade	Símbolo
e	binário	&
ou	binário	
ou exclusivo	binário	^
não	unário	~

# Exemplo de operadores *bit a bit* em C/C++

```
int main()
{
    unsigned char a = 46;           // 46 = 00101110
    unsigned char b = 151;          // 150 = 10010111

    unsigned char c = a & b;         // 6 = 00000110
    unsigned char d = a | b;         // 191 = 10111111
    unsigned char e = a ^ b;         // 185 = 10111001
    unsigned char f = ~a;            // 209 = 11010001
    unsigned char g = ~b;            // 104 = 01101000

    return 0;
}
```

# Problemas

- AtCoder
  1. [ABC 097A - Colorful Transceivers](#)
  2. [ABC 117D - XXOR](#)
  3. [ABC 148A - Round One](#)
- Codeforces
  1. [276D - Little Girl and Maximum XOR](#)
- OJ
  1. [10718 - Bit Mask](#)

# Referências

1. **ALENCAR FILHO**, Edgard de. *Iniciação à Lógica Matemática*. São Paulo, Nobel, 2002.
2. **HALE**, Margie. *Essentials of Mathematics: Introduction to Theory, Proof, and the Professional Culture*. Mathematical Association of America, 2003.
3. **MORTARI**, Cezar A. *Introdução à Lógica*. Editora Unesp, 2ª edição, 2017.