

# CSES 1673

*High Score*

**Prof. Edson Alves**

**Faculdade UnB Gama**

*You play a game consisting of  $n$  rooms and  $m$  tunnels. Your initial score is 0, and each tunnel increases your score by  $x$  where  $x$  may be both positive or negative. You may go through a tunnel several times.*

*Your task is to walk from room 1 to room  $n$ . What is the maximum score you can get?*

Você vai jogar um jogo composto por  $n$  salas e  $m$  túneis. Sua pontuação inicial é igual a 0, e cada túnel aumenta sua pontuação em  $x$  unidades, onde  $x$  pode ser tanto positivo quanto negativo. Você pode passar por um mesmo túnel várias vezes.

Sua tarefa é ir da sala 1 para a sala  $n$ . Qual é a maior pontuação que você pode obter?

## Input

The first input line has two integers  $n$  and  $m$ : the number of rooms and tunnels. The rooms are numbered  $1, 2, \dots, n$ .

Then, there are  $m$  lines describing the tunnels. Each line has three integers  $a, b$  and  $x$ : the tunnel starts at room  $a$ , ends at room  $b$ , and it increases your score by  $x$ . All tunnels are one-way tunnels.

You can assume that it is possible to get from room  $1$  to room  $n$ .

## Output

Print one integer: the maximum score you can get. However, if you can get an arbitrarily large score, print  $-1$ .

## Entrada

A primeira linha da entrada contém dois inteiros  $n$  e  $m$ : o número de salas e de túneis. As salas são numeradas  $1, 2, \dots, n$ .

As  $m$  linhas seguintes descrevem os túneis. Cada linha tem três inteiros  $a, b$  e  $x$ : o túnel começa na sala  $a$ , termina na sala  $b$  e aumenta sua pontuação em  $x$  unidades. Todos os túneis são de mão única.

Assuma que é possível ir da sala  $1$  para a sala  $n$ .

## Saída

Imprima um inteiro: a pontuação máxima que você pode obter. Contudo, se você pode obter uma pontuação arbitrariamente grande, imprima  $-1$ .

## Constraints

- ▶  $1 \leq 2500 \leq n$
- ▶  $1 \leq 5000 \leq m$
- ▶  $1 \leq a, b \leq n$
- ▶  $-10^9 \leq x \leq 10^9$

## Restrições

- ▶  $1 \leq 2500 \leq n$
- ▶  $1 \leq 5000 \leq m$
- ▶  $1 \leq a, b \leq n$
- ▶  $-10^9 \leq x \leq 10^9$

## **Exemplo de entrada e saída**



## Exemplo de entrada e saída

4 5

## Exemplo de entrada e saída

**4 5**



*# de salas*

## Exemplo de entrada e saída

4 5  
↑  
*# de salas*

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

**4 5**  $\longrightarrow$  # de túneis  
 $\uparrow$   
# de salas

1

2

3

4

**Exemplo de entrada e saída**

**4 5**

**1**

**2**

**3**

**4**

## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

$\uparrow$   
 $a$

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

$\uparrow$   $\uparrow$   
*a* *b*

1

2

3

4



## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3  
↑ ↑ ↑  
*a b x*

1

2

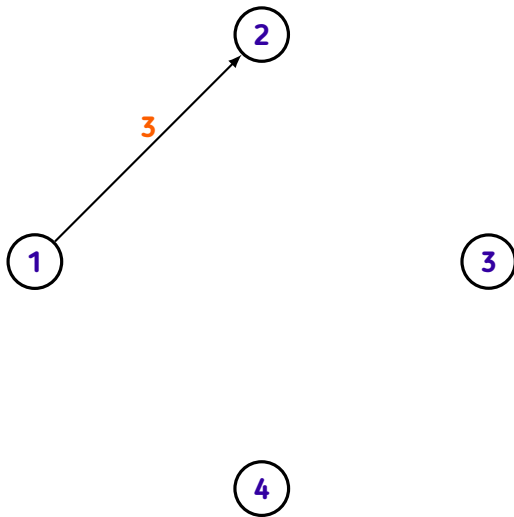
3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

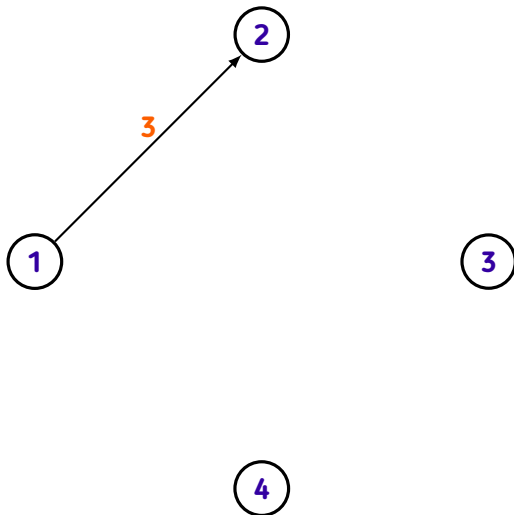


## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1

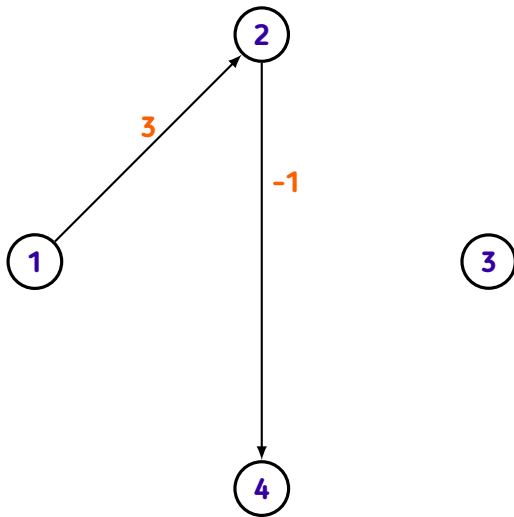


## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1



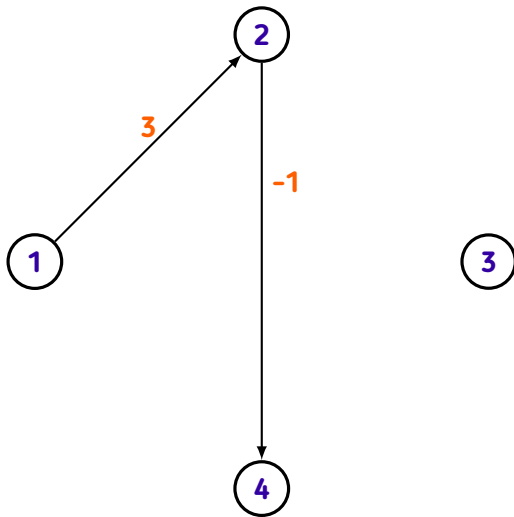
## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1

1 3 -2



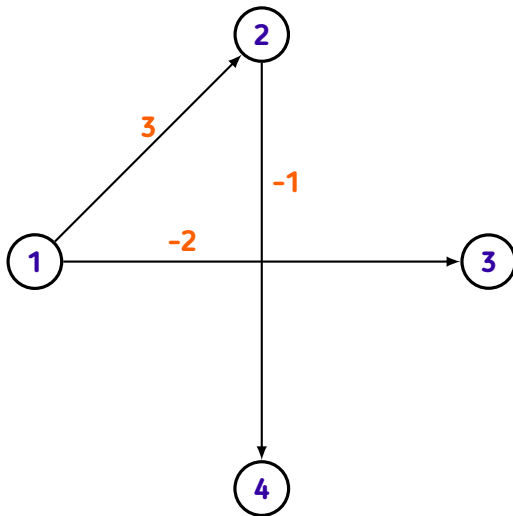
## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1

1 3 -2



## Exemplo de entrada e saída

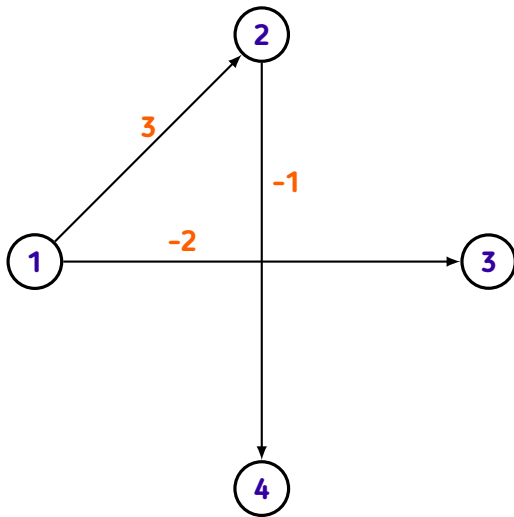
4 5

1 2 3

2 4 -1

1 3 -2

3 4 7



## Exemplo de entrada e saída

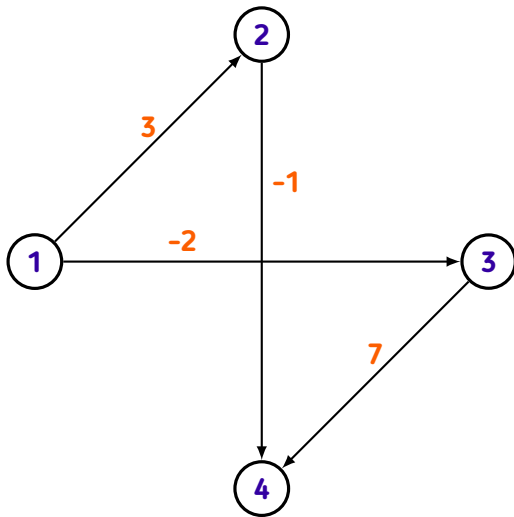
4 5

1 2 3

2 4 -1

1 3 -2

3 4 7





## Exemplo de entrada e saída

4 5

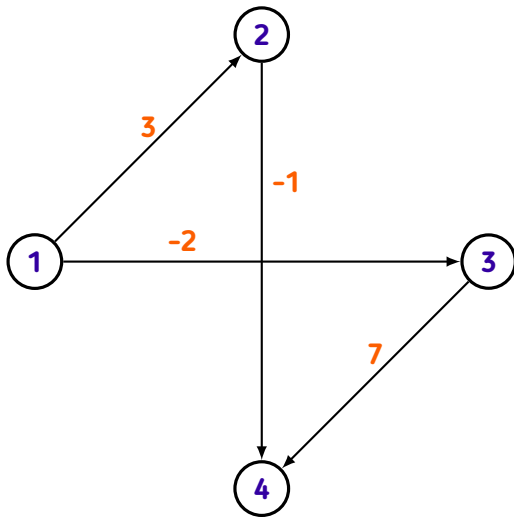
1 2 3

2 4 -1

1 3 -2

3 4 7

1 4 4



## Exemplo de entrada e saída

4 5

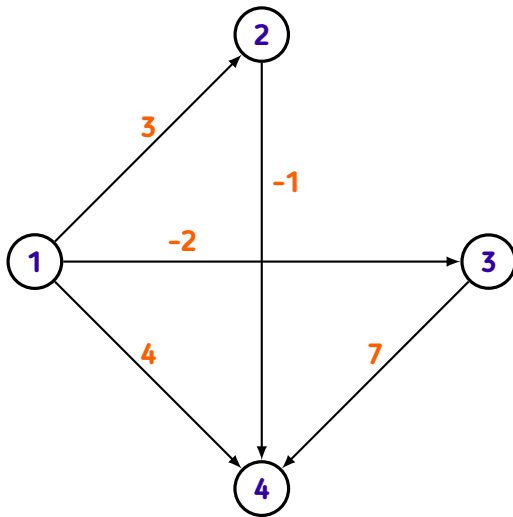
1 2 3

2 4 -1

1 3 -2

3 4 7

1 4 4



## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

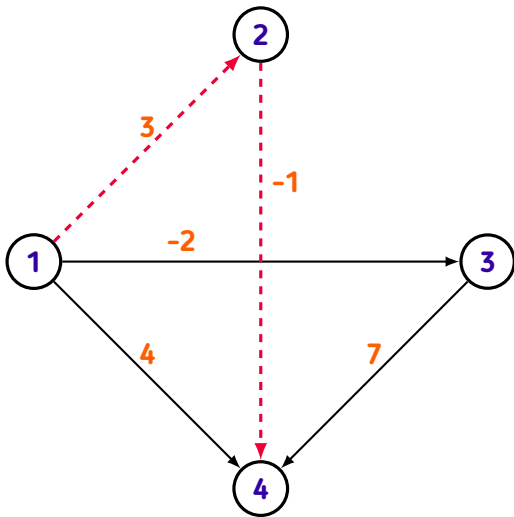
2 4 -1

1 3 -2

3 4 7

1 4 4

--->  $3 - 1 = 2$



## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1

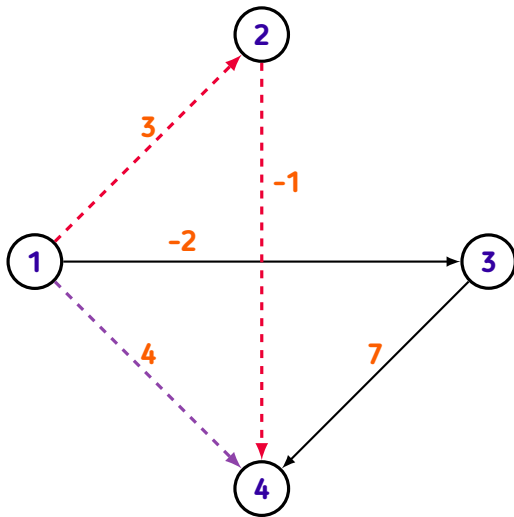
1 3 -2

3 4 7

1 4 4

--->  $3 - 1 = 2$

---> 4



## Exemplo de entrada e saída

4 5

1 2 3

2 4 -1

1 3 -2

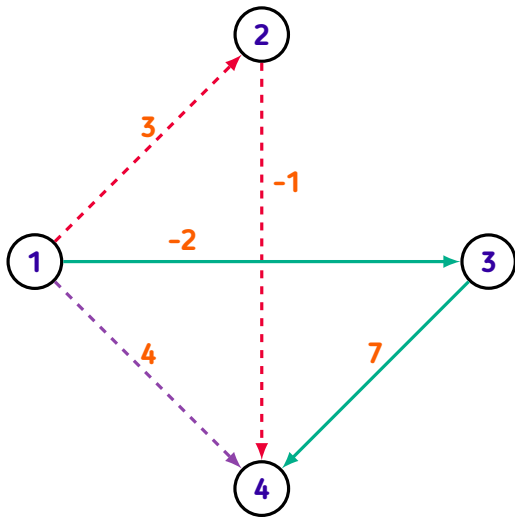
3 4 7

1 4 4

--->  $3 - 1 = 2$

---> 4

—>  $7 - 2 = 5$



## Solução

## Solução

Como computar o caminho máximo usando Bellman-Ford?

# Solução

**Como computar o caminho máximo usando Bellman-Ford?**

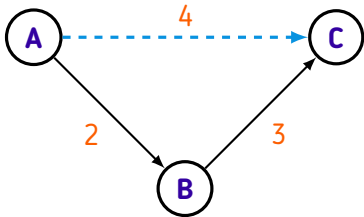
*Inverta o sinal das arestas e compute o caminho mínimo!*



## Solução

**Como computar o caminho máximo usando Bellman-Ford?**

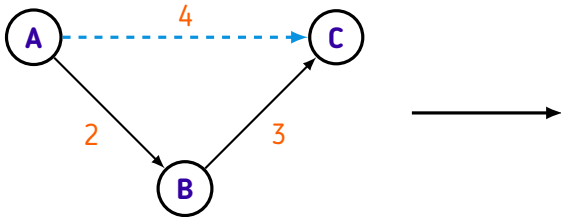
*Inverta o sinal das arestas e compute o caminho mínimo!*



## Solução

Como computar o caminho máximo usando Bellman-Ford?

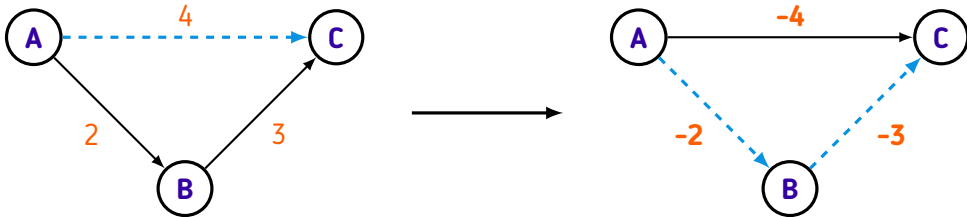
*Inverta o sinal das arestas e compute o caminho mínimo!*



# Solução

Como computar o caminho máximo usando Bellman-Ford?

*Inverta o sinal das arestas e compute o caminho mínimo!*



## Solução

## Solução

Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?

# Solução

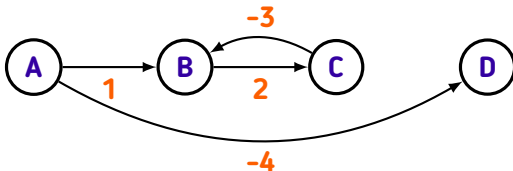
**Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?**

*Se  $\text{dist}[u]$  é atualizado no Round  $\#|V|$ , então  $u$  pertence a  
ao menos um ciclo negativo!*

# Solução

Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?

Se  $\text{dist}[u]$  é atualizado no Round  $\#|V|$ , então  $u$  pertence a ao menos um ciclo negativo!



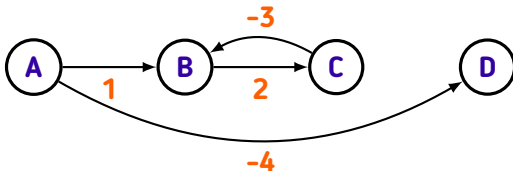
Round #1

A	B	C	D
0	0	3	-4

# Solução

Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?

Se  $\text{dist}[u]$  é atualizado no Round  $\#|V|$ , então  $u$  pertence a ao menos um ciclo negativo!



Round #2

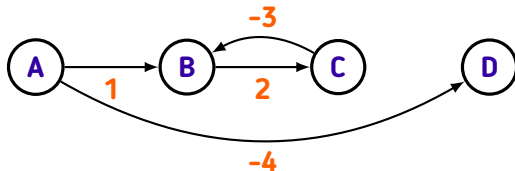
A	B	C	D
0	-1	2	-4



# Solução

Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?

Se  $\text{dist}[u]$  é atualizado no Round  $\#|V|$ , então  $u$  pertence a  
ao menos um ciclo negativo!



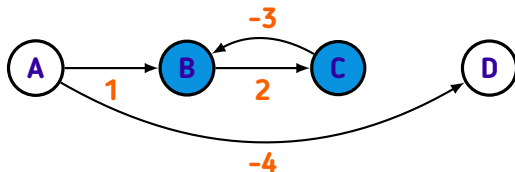
Round #3

A	B	C	D
0	-2	1	-4

# Solução

Como identificar ao menos um elemento de um ciclo negativo?

Se  $\text{dist}[u]$  é atualizado no Round  $\#|V|$ , então  $u$  pertence a ao menos um ciclo negativo!



Round #4

A	B	C	D
0	-3	0	-4

## Solução

## Solução

Em que casos a pontuação pode ser arbitrariamente grande?

# Solução

**Em que casos a pontuação pode ser arbitrariamente grande?**

*Quando há um caminho de um nó de um ciclo negativo até  $N$ !*

# Solução

**Em que casos a pontuação pode ser arbitrariamente grande?**

*Quando há um caminho de um nó de um ciclo negativo até  $N$ !*

**E como posso identificar a existência ou não de tais caminhos?**

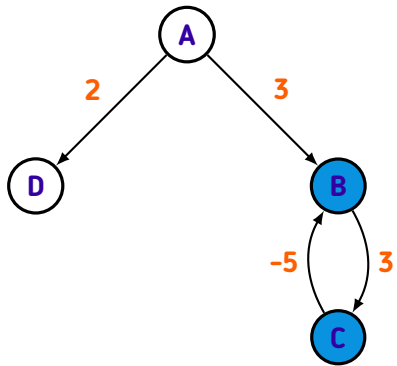
# Solução

**Em que casos a pontuação pode ser arbitrariamente grande?**

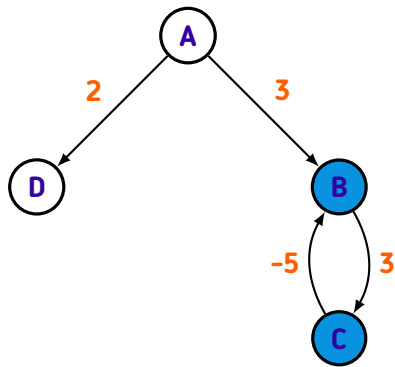
*Quando há um caminho de um nó de um ciclo negativo até  $N$ !*

**E como posso identificar a existência ou não de tais caminhos?**

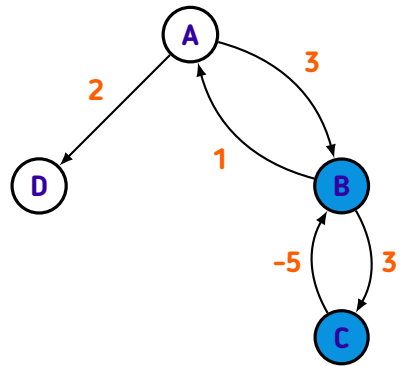
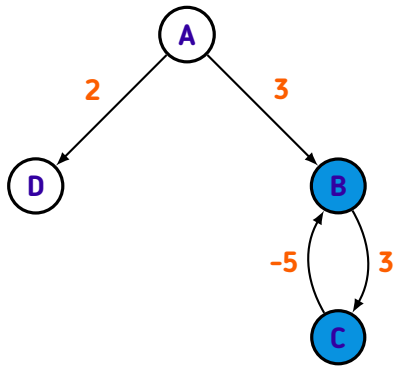
*Inverta as arestas e use uma DFS!*



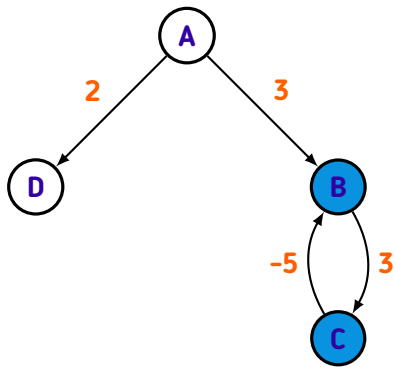




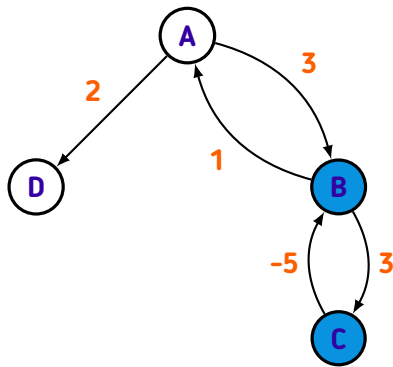
**Solução: 2**



Solução: 2



Solução: 2



Solução: -1

```

11 solve(int N, const vector<edge>& es) {
    vector<ll> dist(N + 1, oo);
    dist[1] = 0;

    for (int i = 1; i <= N - 1; ++i)
        for (auto [a, b, x] : es)
            if (dist[a] < oo and dist[b] > dist[a] + x)
                dist[b] = dist[a] + x;

    set<int> us;

    for (auto [a, b, x] : es)
        if (dist[a] < oo and dist[b] > dist[a] + x) {
            us.insert(b); dist[b] = dist[a] + x;
        }

    if (dfs(N, us)) return -1;

    return -dist[N];
}

```

```
bool dfs(int u, const set<int>& us)
{
    if (visited[u])
        return false;

    if (us.count(u))
        return true;

    visited[u] = true;

    for (auto v : adj[u])
        if (dfs(v, us))
            return true;

    return false;
}
```