

# Geometria Computacional

## Introdução

---

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

# Geometria Computacional

---

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois
  1. estes problemas possuem muitos *corner cases*, os quais devem ser tratados com atenção

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois
  1. estes problemas possuem muitos *corner cases*, os quais devem ser tratados com atenção
  2. erros de precisão inerentes às variáveis em ponto flutuante podem levar ao WA

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois
  1. estes problemas possuem muitos *corner cases*, os quais devem ser tratados com atenção
  2. erros de precisão inerentes às variáveis em ponto flutuante podem levar ao WA
  3. estes problemas envolvem operações triviais quando feitas com caneta e lápis, mas que possuem implementações sofisticadas

# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois
  1. estes problemas possuem muitos *corner cases*, os quais devem ser tratados com atenção
  2. erros de precisão inerentes às variáveis em ponto flutuante podem levar ao WA
  3. estes problemas envolvem operações triviais quando feitas com caneta e lápis, mas que possuem implementações sofisticadas
  4. estes problemas apresentam soluções que podem ter codificações longas e tediosas



# Geometria Computacional e Programação Competitiva

- A Geometria Computacional é uma área de estudos recente (anos 70), porém é um tópico frequente em maratonas de programação
- Em geral, os competidores devem postergar a solução de problemas desta área para o meio ou o fim do *contest*, pois
  1. estes problemas possuem muitos *corner cases*, os quais devem ser tratados com atenção
  2. erros de precisão inerentes às variáveis em ponto flutuante podem levar ao WA
  3. estes problemas envolvem operações triviais quando feitas com caneta e lápis, mas que possuem implementações sofisticadas
  4. estes problemas apresentam soluções que podem ter codificações longas e tediosas
- Para atacar tais problemas, o competidor tem que se preparar previamente registrando, em suas anotações, as fórmulas básicas e implementações testadas dos algoritmos clássicos da geometria computacional

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível
- Se for necessário o uso de variáveis em ponto flutuante, defina um limiar  $\varepsilon$  (por exemplo,  $\varepsilon = 10^{-9}$ ) para os operadores relacionais:

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível
- Se for necessário o uso de variáveis em ponto flutuante, defina um limiar  $\varepsilon$  (por exemplo,  $\varepsilon = 10^{-9}$ ) para os operadores relacionais:
  - i.  $a = b$  se, e somente se,  $|a - b| < \varepsilon$

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível
- Se for necessário o uso de variáveis em ponto flutuante, defina um limiar  $\varepsilon$  (por exemplo,  $\varepsilon = 10^{-9}$ ) para os operadores relacionais:
  - i.  $a = b$  se, e somente se,  $|a - b| < \varepsilon$
  - ii.  $a \leq 0$  se, e somente se,  $a < \varepsilon$

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível
- Se for necessário o uso de variáveis em ponto flutuante, defina um limiar  $\varepsilon$  (por exemplo,  $\varepsilon = 10^{-9}$ ) para os operadores relacionais:
  - i.  $a = b$  se, e somente se,  $|a - b| < \varepsilon$
  - ii.  $a \leq 0$  se, e somente se,  $a < \varepsilon$
  - iii.  $a \geq 0$  se, e somente se,  $a > -\varepsilon$

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Trate todos os *corner cases* ou use implementações que os evitem
- Evite o uso de variáveis do tipo ponto flutuante sempre que possível
- Se for necessário o uso de variáveis em ponto flutuante, defina um limiar  $\varepsilon$  (por exemplo,  $\varepsilon = 10^{-9}$ ) para os operadores relacionais:
  - i.  $a = b$  se, e somente se,  $|a - b| < \varepsilon$
  - ii.  $a \leq 0$  se, e somente se,  $a < \varepsilon$
  - iii.  $a \geq 0$  se, e somente se,  $a > -\varepsilon$

```
1 // Comparação de igualdade entre variáveis do tipo ponto flutuante
2 const double EPS { 1e-9 };
3
4 bool equals(double a, double b)
5 {
6     return fabs(a - b) < EPS;
7 }
```



# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Caso seja necessário usar variáveis do tipo ponto flutuante, utilize **double** ao invés de **float**

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Caso seja necessário usar variáveis do tipo ponto flutuante, utilize **double** ao invés de **float**
- Se a precisão do tipo **float** (32 *bits*) e do **double** (64 *bits*) não forem suficientes, utilize o tipo **long double** (128 *bits*)

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Caso seja necessário usar variáveis do tipo ponto flutuante, utilize **double** ao invés de **float**
- Se a precisão do tipo **float** (32 *bits*) e do **double** (64 *bits*) não forem suficientes, utilize o tipo **long double** (128 *bits*)
- Tome cuidado com a impressão do zero em ponto flutuante: em determinados casos, a saída pode ser prefixada pelo o sinal negativo

# Observações sobre problemas de Geometria Computacional

- Caso seja necessário usar variáveis do tipo ponto flutuante, utilize **double** ao invés de **float**
- Se a precisão do tipo **float** (32 *bits*) e do **double** (64 *bits*) não forem suficientes, utilize o tipo **long double** (128 *bits*)
- Tome cuidado com a impressão do zero em ponto flutuante: em determinados casos, a saída pode ser prefixada pelo o sinal negativo

```
1 #include <iostream>
2
3 int main()
4 {
5     std::cout << -1.0 * 0 << '\n';
6
7     return 0;
8 }
```

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações



# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações
  3. novas relações podem ser deduzidas através da combinação e manipulação destas expressões

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações
  3. novas relações podem ser deduzidas através da combinação e manipulação destas expressões
- Na Geometria Plana:

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações
  3. novas relações podem ser deduzidas através da combinação e manipulação destas expressões
- Na Geometria Plana:
  1. as figuras são descritas por suas propriedades

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações
  3. novas relações podem ser deduzidas através da combinação e manipulação destas expressões
- Na Geometria Plana:
  1. as figuras são descritas por suas propriedades
  2. a posição absoluta no espaço não é importante, e sim a distância relativa entre duas ou mais figuras

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Há três abordagens possíveis na busca da solução de um problema de Geometria Computacional: Geometria Analítica, Geometria Plana e Álgebra Linear
- Na Geometria Analítica:
  1. as figuras geométricas são localizadas no espaço através das coordenadas de seus pontos ou vértices
  2. são usadas equações para representar figuras e relações
  3. novas relações podem ser deduzidas através da combinação e manipulação destas expressões
- Na Geometria Plana:
  1. as figuras são descritas por suas propriedades
  2. a posição absoluta no espaço não é importante, e sim a distância relativa entre duas ou mais figuras
  3. as relações são estabelecidas por meio de simetrias e semelhanças

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores
  - transformações como rotações e translações podem simplificar problemas ao deslocar os entes geométricos para uma nova origem



# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores
  - transformações como rotações e translações podem simplificar problemas ao deslocar os entes geométricos para uma nova origem
  - transformações lineares são representadas como matrizes, e sua composição equivale a uma multiplicação matricial

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores
  - transformações como rotações e translações podem simplificar problemas ao deslocar os entes geométricos para uma nova origem
  - transformações lineares são representadas como matrizes, e sua composição equivale a uma multiplicação matricial
- A Geometria Analítica é a mais comum entre as três abordagens

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores
  - transformações como rotações e translações podem simplificar problemas ao deslocar os entes geométricos para uma nova origem
  - transformações lineares são representadas como matrizes, e sua composição equivale a uma multiplicação matricial
- A Geometria Analítica é a mais comum entre as três abordagens
- A Geometria Plana é a abordagem menos comum, mas pode simplificar os problemas quando bem utilizada

# Abordagens para um problema de Geometria Computacional

- Na Álgebra Linear:
  - segmentos de retas são interpretados como vetores
  - transformações como rotações e translações podem simplificar problemas ao deslocar os entes geométricos para uma nova origem
  - transformações lineares são representadas como matrizes, e sua composição equivale a uma multiplicação matricial
- A Geometria Analítica é a mais comum entre as três abordagens
- A Geometria Plana é a abordagem menos comum, mas pode simplificar os problemas quando bem utilizada
- A Álgebra Linear é útil para descobrir relações que seriam trabalhosas de se verificar utilizando apenas a Geometria Analítica

1. **HALIM**, Felix; **HALIM**, Steve. *Competitive Programming 3*, 2010.
2. **LAAKSONEN**, Antti. *Competitive Programmer's Handbook*, 2018.
3. **De BERG**, Mark; **CHEONG**, Otfried. *Computational Geometry: Algorithms and Applications*, 2008.
4. Jason Turner. *Negative Zero*. Youtube, 2017<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>[https://www.youtube.com/watch?v=18v-fb\\_TepU](https://www.youtube.com/watch?v=18v-fb_TepU)