

Grafos

Árvores: Fundamentos

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Definição de árvore

Definição de árvore

★ Uma árvore é um grafo não-direcionado, conectado e acíclico com N vértices e $N - 1$ arestas

Definição de árvore

- ★ Uma árvore é um grafo não-direcionado, conectado e acíclico com N vértices e $N - 1$ arestas
- ★ A remoção de qualquer aresta divide a árvore em dois componentes

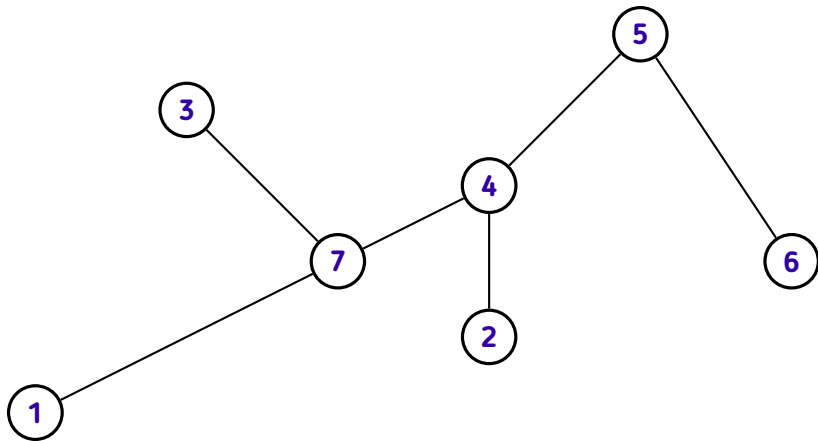
Definição de árvore

- ★ Uma árvore é um grafo não-direcionado, conectado e acíclico com N vértices e $N - 1$ arestas
- ★ A remoção de qualquer aresta divide a árvore em dois componentes
- ★ A adição de uma aresta cria um ciclo, descaracterizando a árvore

Definição de árvore

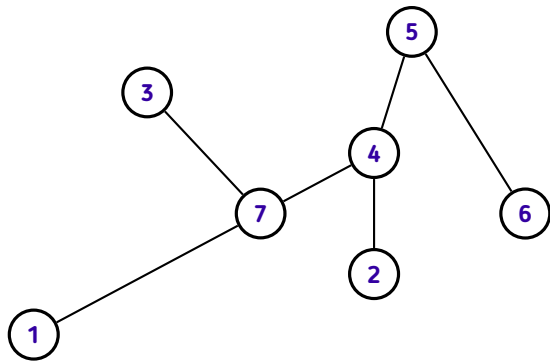
- ★ Uma árvore é um grafo não-direcionado, conectado e acíclico com N vértices e $N - 1$ arestas
- ★ A remoção de qualquer aresta divide a árvore em dois componentes
- ★ A adição de uma aresta cria um ciclo, descaracterizando a árvore
- ★ Para quaisquer vértices u e v da árvore existe um caminho único de u a v

Exemplo de árvore



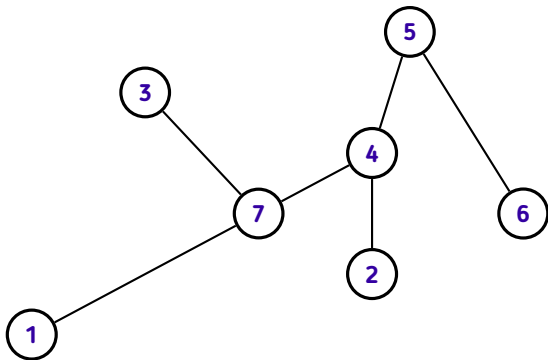
Árvores enraizadas

Árvores enraizadas



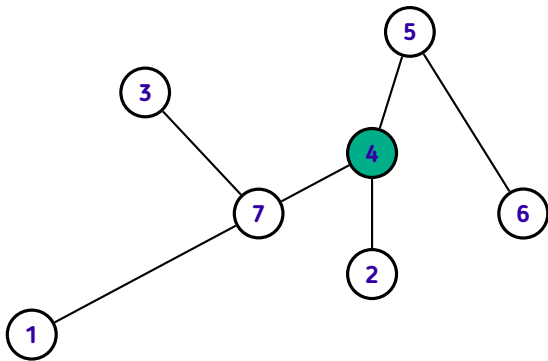
Árvores enraizadas

Um nó deve ser escolhido como raiz



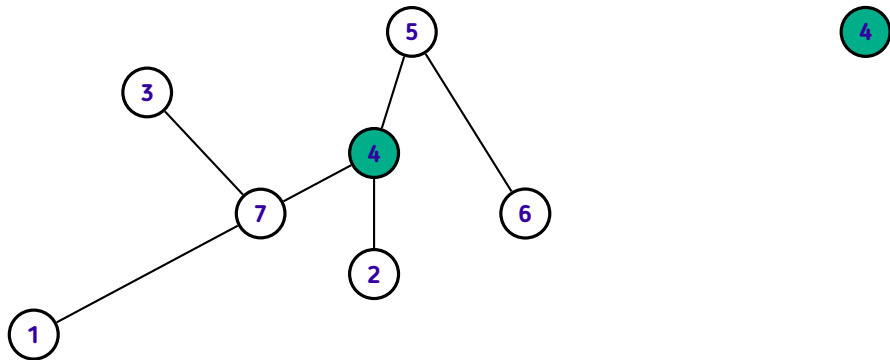
Árvores enraizadas

Um nó deve ser escolhido como raiz



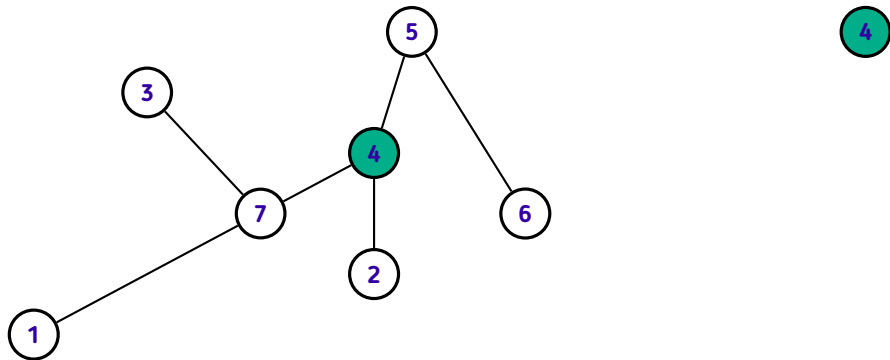
Árvores enraizadas

Um nó deve ser escolhido como raiz



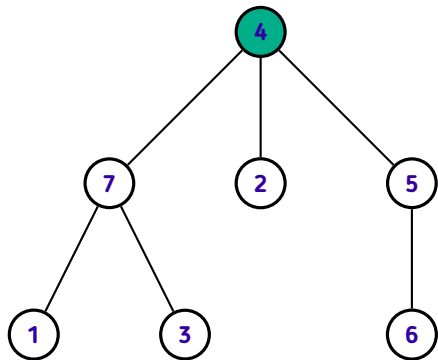
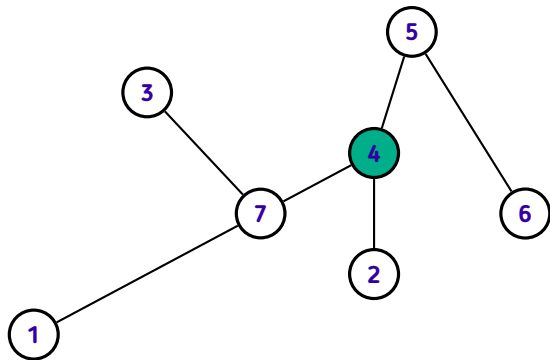
Árvores enraizadas

Os demais são organizados em níveis, de acordo com sua distância à raiz



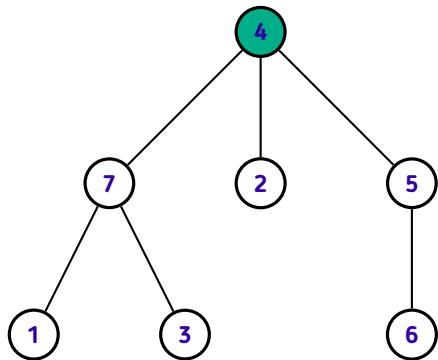
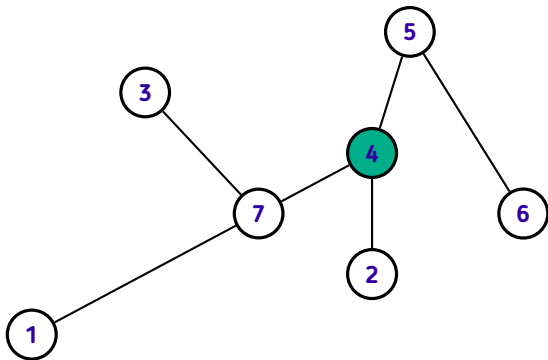
Árvores enraizadas

Os demais são organizados em níveis, de acordo com sua distância à raiz



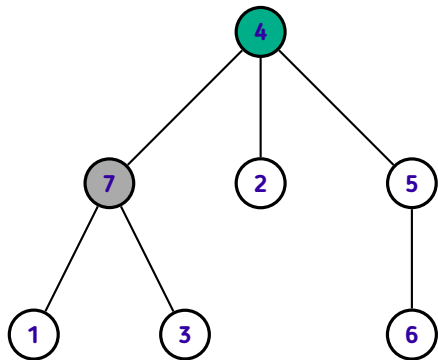
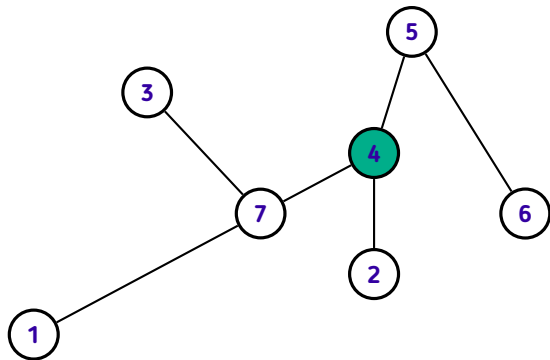
Árvores enraizadas

Filhos são vizinhos que estão no nível imediatamente inferior



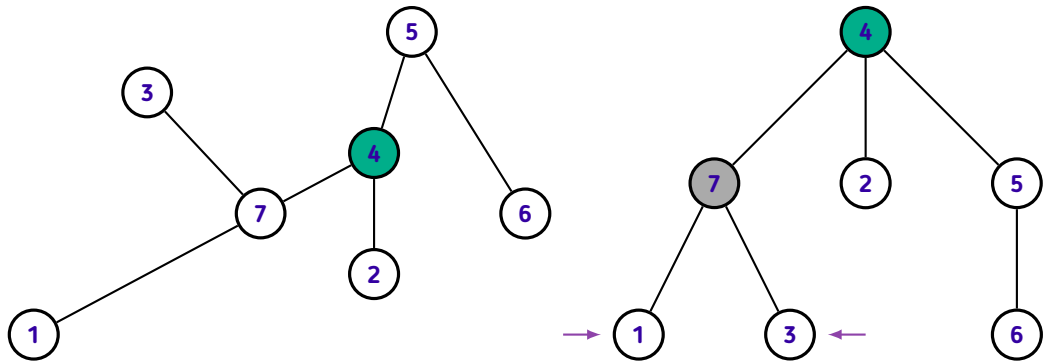
Árvores enraizadas

Filhos são vizinhos que estão no nível imediatamente inferior



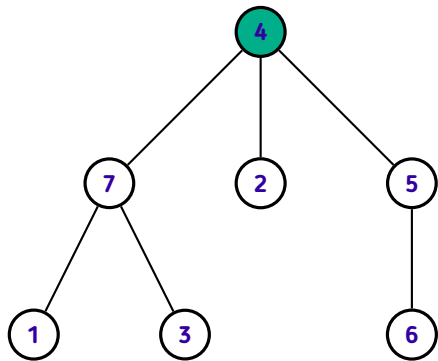
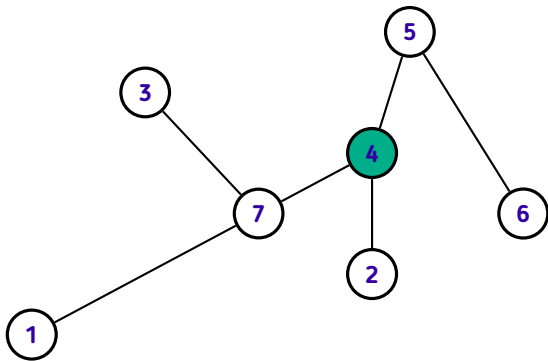
Árvores enraizadas

Filhos são vizinhos que estão no nível imediatamente inferior



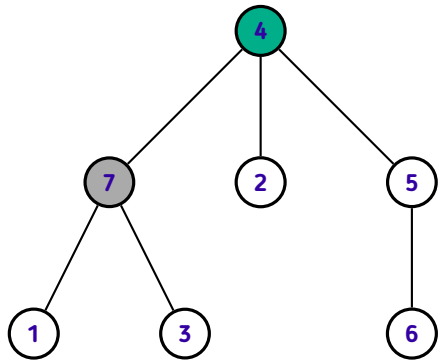
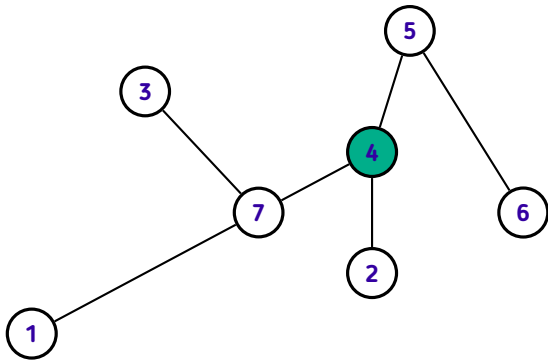
Árvores enraizadas

Pai é o nó do nível imediatamente acima



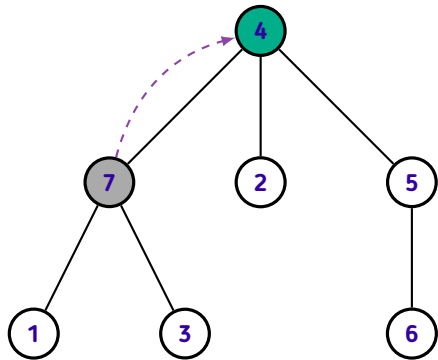
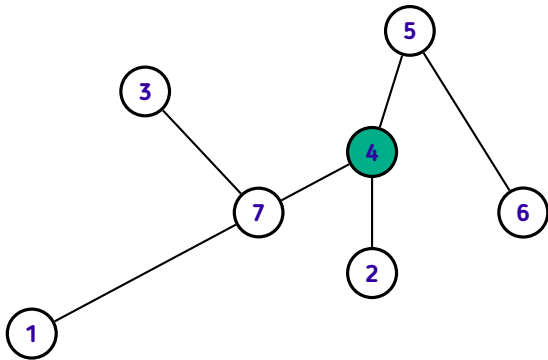
Árvores enraizadas

Pai é o nó do nível imediatamente acima



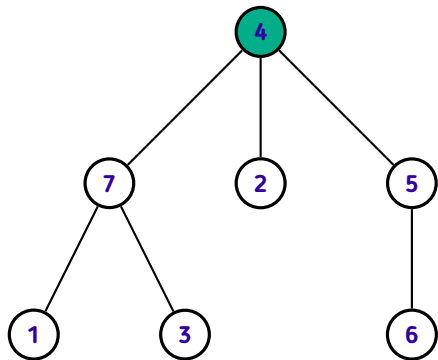
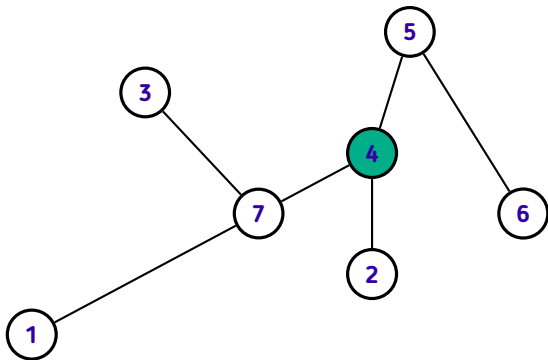
Árvores enraizadas

Pai é o nó do nível imediatamente acima



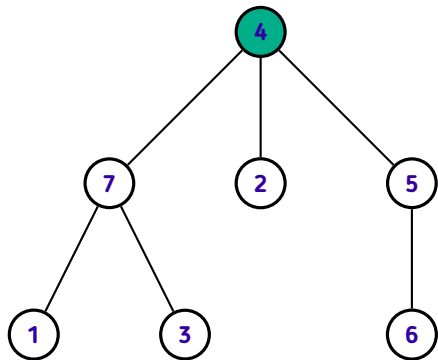
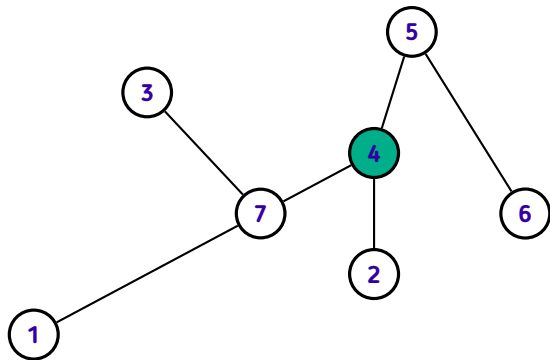
Árvores enraizadas

A raiz não tem pai!



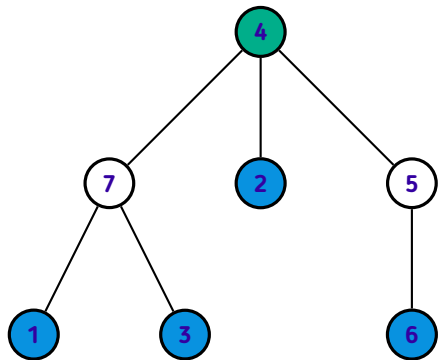
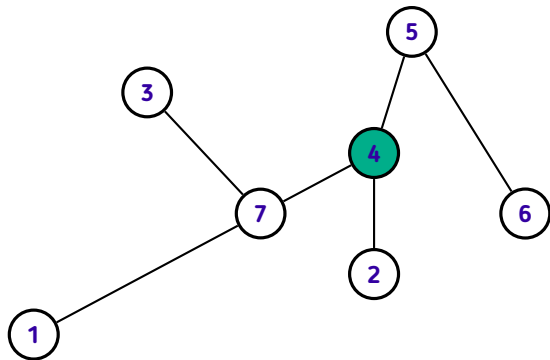
Árvores enraizadas

Folhas são nós com apenas um vizinho (sem filhos)



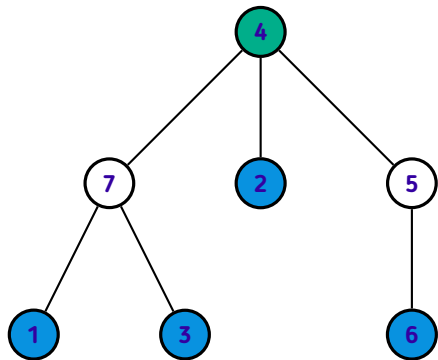
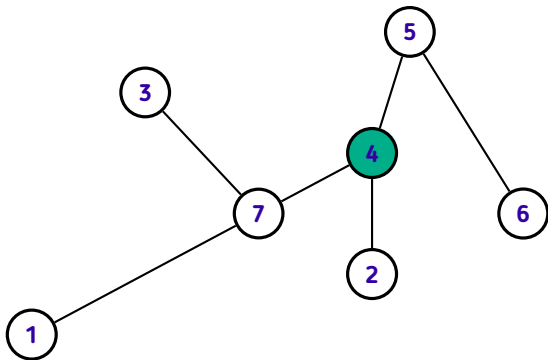
Árvores enraizadas

Folhas são nós com apenas um vizinho (sem filhos)



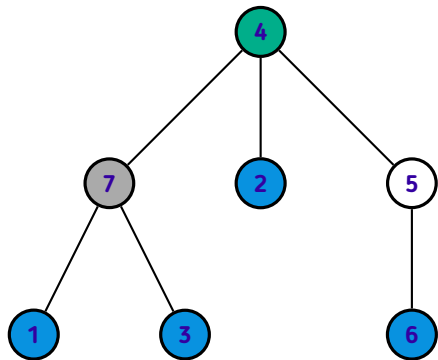
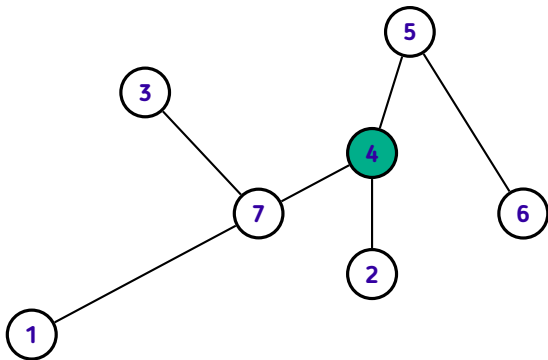
Árvores enraizadas

Cada nó pode ser interpretado como raiz de uma subárvore



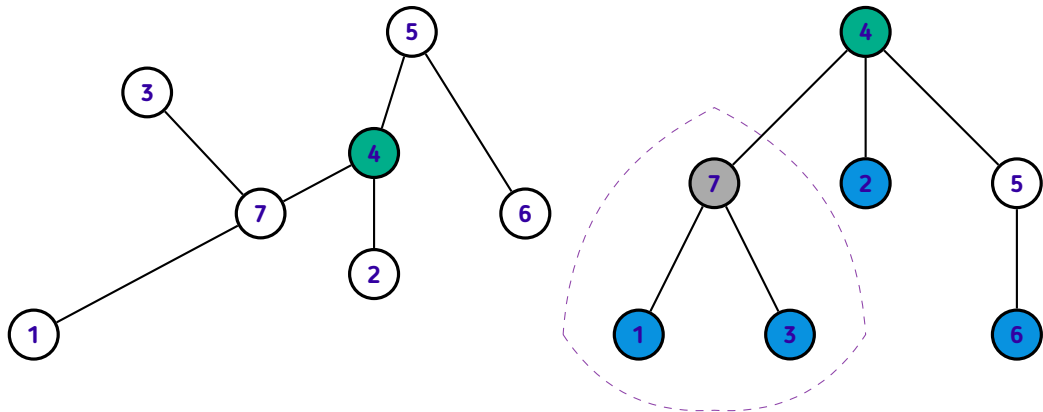
Árvores enraizadas

Cada nó pode ser interpretado como raiz de uma subárvore



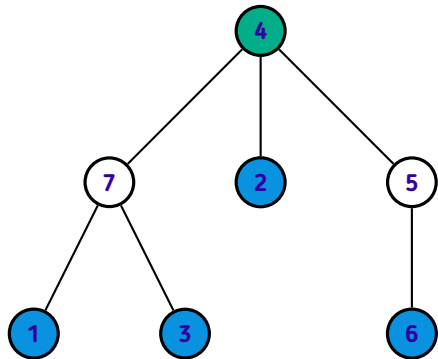
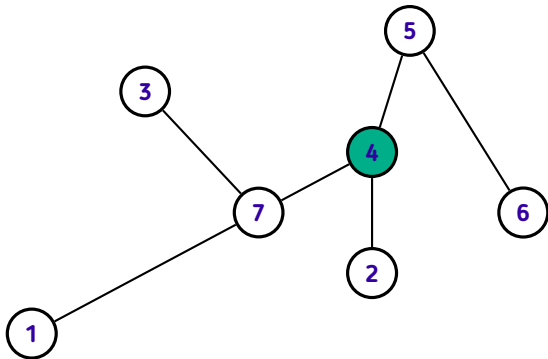
Árvores enraizadas

Cada nó pode ser interpretado como raiz de uma subárvore



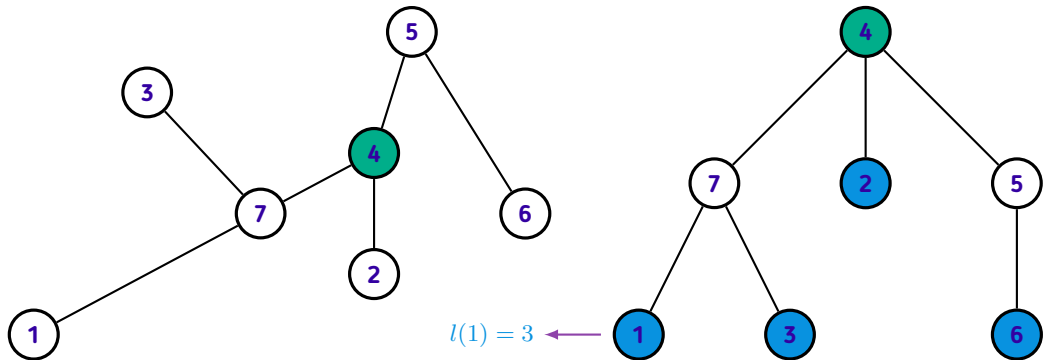
Árvores enraizadas

O nível $l(u)$ do nó u é igual ao número de nós no caminho de u até a raiz



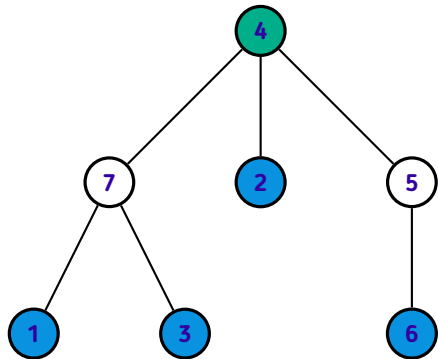
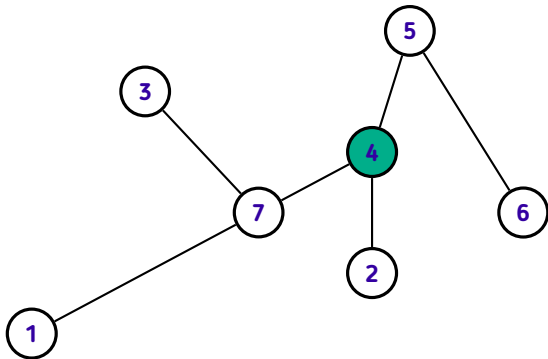
Árvores enraizadas

O nível $l(u)$ do nó u é igual ao número de nós no caminho de u até a raiz



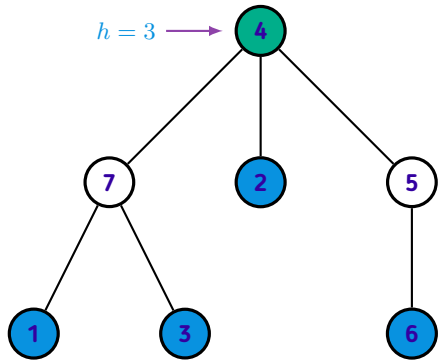
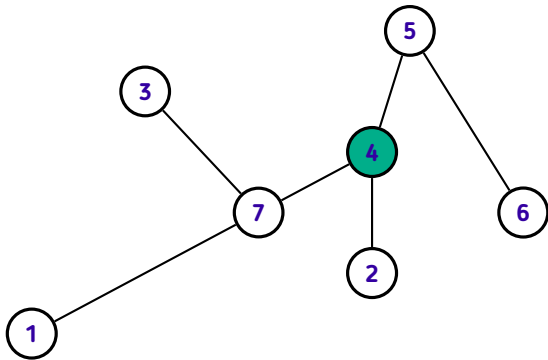
Árvores enraizadas

A altura h é igual ao máximo entre os níveis de todos os nós



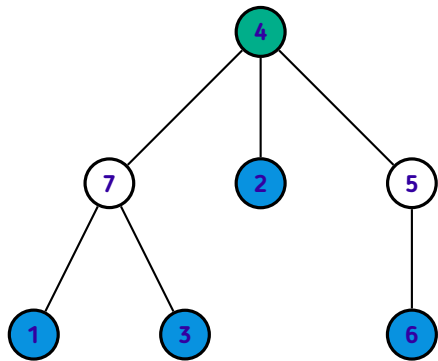
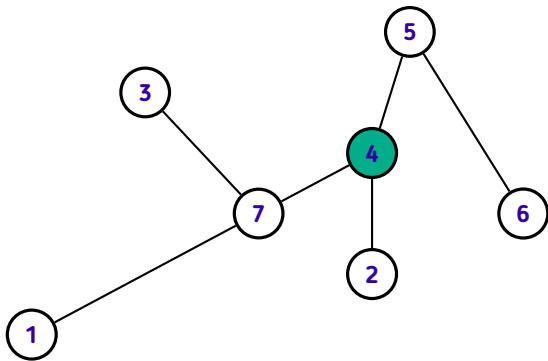
Árvores enraizadas

A altura h é igual ao máximo entre os níveis de todos os nós



Árvores enraizadas

Uma árvore com um único nó tem altura 1



Árvores enraizadas

Uma árvore com um único nó tem altura 1



Árvores enraizadas

Árvores vazias tem altura igual a zero



Árvores enraizadas

Árvores vazias tem altura igual a zero

Definição formal de árvore

Definição formal de árvore

1. Uma estrutura vazia é uma árvore

Definição formal de árvore

1. Uma estrutura vazia é uma árvore
2. Se T_1, T_2, \dots, T_k são árvores disjuntas, então a estrutura cuja raiz tem como filhos as raízes de T_1, T_2, \dots, T_k também é uma árvore

Definição formal de árvore

1. Uma estrutura vazia é uma árvore
2. Se T_1, T_2, \dots, T_k são árvores disjuntas, então a estrutura cuja raiz tem como filhos as raízes de T_1, T_2, \dots, T_k também é uma árvore
3. Apenas estruturas geradas pelas regras 1 e 2 são árvores

Referências

1. DROZDEK, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
2. HALIM, Felix; HALIM, Steve. *Competitive Programming 3*, 2010.
3. LAAKSONEN, Antti. *Competitive Programmer's Handbook*, 2018.
4. SKIENA, Steven; REVILLA, Miguel. *Programming Challenges*, 2003.
5. Wikipédia. *Tree (graph theory)*, acesso em 06/08/2021.