Codeforces Beta Round #7

Problem C: Line

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Codeforces Beta Round #7 – Problem C: Line

Problema

Uma reta no plano é descrita pela equação $Ax + By + C = 0$. Você deve encontrar qualquer ponto desta reta cujas coordenadas são números inteiros entre $-5 \cdot 10^{18}$ to $5 \cdot 10^{18}$ inclusive, ou determinar que tais pontos não existem.

Entrada

A primeira linha contém três inteiros A, B and C $(-2 \cdot 10^9 \leq A, B, C \leq 2 \cdot 10^9)$ – que correspondem aos coeficientes da equação da reta. É garantido que $A^2 + B^2 > 0$.

Saída

Se tal ponto existe, imprima suas coordenadas, caso contrário imprima -1.

Exemplo de entradas e saídas

Entrada

```
2 5 3
```

Saída

```
6 -3
```

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas
- Os limites do problema impedem uma solução por busca completa: seriam, no pior caso, mais de 10^{19} candidatos para o valor de x

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas
- Os limites do problema impedem uma solução por busca completa: seriam, no pior caso, mais de 10^{19} candidatos para o valor de x
- A equação geral da reta pode ser reescrita como

$$Ax + By = -C$$

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas
- Os limites do problema impedem uma solução por busca completa: seriam, no pior caso, mais de 10^{19} candidatos para o valor de x
- A equação geral da reta pode ser reescrita como

$$Ax + By = -C$$

- Ainda assim, são duas variáveis para uma única equação. Como proceder neste caso?

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas
- Os limites do problema impedem uma solução por busca completa: seriam, no pior caso, mais de 10^{19} candidatos para o valor de x
- A equação geral da reta pode ser reescrita como

$$Ax + By = -C$$

- Ainda assim, são duas variáveis para uma única equação. Como proceder neste caso?
- Este problema, na verdade, equivale a uma equação diofantina

Observações sobre o problema

- A condição $A^2 + B^2 > 0$ indica que ambos coeficientes não são ambos nulos, de modo que as retas da entrada não são degeneradas
- Os limites do problema impedem uma solução por busca completa: seriam, no pior caso, mais de 10^{19} candidatos para o valor de x
- A equação geral da reta pode ser reescrita como

$$Ax + By = -C$$

- Ainda assim, são duas variáveis para uma única equação. Como proceder neste caso?
- Este problema, na verdade, equivale a uma equação diofantina
- Equações diofantinas são equações cujas soluções deve ser inteiras

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C
- Para encontrar uma solução, caso exista, deve ser utilizado o algoritmo de Euclides estendido

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C
- Para encontrar uma solução, caso exista, deve ser utilizado o algoritmo de Euclides estendido
- Ele decorre do fato de que se $A = Bq + r$, com $0 \leq r < B$, então $d = (A, B) = (B, r)$, que $(A, 0) = |A|$, e que existem x_0, y_0 inteiros tais que $d = Ax_0 + By_0$

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C
- Para encontrar uma solução, caso exista, deve ser utilizado o algoritmo de Euclides estendido
- Ele decorre do fato de que se $A = Bq + r$, com $0 \leq r < B$, então $d = (A, B) = (B, r)$, que $(A, 0) = |A|$, e que existem x_0, y_0 inteiros tais que $d = Ax_0 + By_0$
- No caso base, $d = |A|, x_0 = \pm 1, y_0 = 0$, onde o sinal de x_0 é igual ao sinal de A

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C
- Para encontrar uma solução, caso exista, deve ser utilizado o algoritmo de Euclides estendido
- Ele decorre do fato de que se $A = Bq + r$, com $0 \leq r < B$, então $d = (A, B) = (B, r)$, que $(A, 0) = |A|$, e que existem x_0, y_0 inteiros tais que $d = Ax_0 + By_0$
- No caso base, $d = |A|, x_0 = \pm 1, y_0 = 0$, onde o sinal de x_0 é igual ao sinal de A
- No caso geral, $Ax_0 + By_0 = Bx_1 + ry_1$, o que nos dá

$$x_0 = y_1, \quad y_0 = x_1 - qy_1,$$

pois $r = A - Bq$

Equações Diofantinas Lineares

- As equações diofantinas lineares, com duas variáveis x e y, são as mais comuns, e já foram amplamente estudadas
- Para que tal equação tenha solução, o maior divisor comum $d = (A, B)$ de A e B deve dividir também o coeficiente C
- Para encontrar uma solução, caso exista, deve ser utilizado o algoritmo de Euclides estendido
- Ele decorre do fato de que se $A = Bq + r$, com $0 \leq r < B$, então $d = (A, B) = (B, r)$, que $(A, 0) = |A|$, e que existem x_0, y_0 inteiros tais que $d = Ax_0 + By_0$
- No caso base, $d = |A|, x_0 = \pm 1, y_0 = 0$, onde o sinal de x_0 é igual ao sinal de A
- No caso geral, $Ax_0 + By_0 = Bx_1 + ry_1$, o que nos dá

$$x_0 = y_1, \quad y_0 = x_1 - qy_1,$$

  pois $r = A - Bq$
- Daí $x = kx_0, y = ky_0$, onde $k = -C/d$

Solução AC com complexidade $O(\log(A+B))$

```cpp
#include <iostream>

using ll = long long;

ll ext_gcd(ll a, ll b, ll& x, ll& y)
{
    if (b == 0) {
        x = 1;
        y = 0;
        return a;
    }

    ll x1, y1, d = ext_gcd(b, a % b, x1, y1);

    x = y1;
    y = x1 - y1*(a / b);

    return d;
}
```

Solução AC com complexidade $O(\log(A+B))$

```cpp
int main() {
    ll A, B, C;
    std::cin >> A >> B >> C;

    ll x, y, d = ext_gcd(A, B, x, y);

    if (C % d) {
        std::cout << -1 << '\n';
        return 0;
    }

    ll k = -C / d;
    x *= k;
    y *= k;

    std::cout << x << " " << y << '\n';

    return 0;
}
```