Grafos

Árvores: Travessias

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

DFS em árvores

DFS em árvores

- **A estrutura das árvores simplifica a implementação da DFS**

DFS em árvores

- A estrutura das árvores simplifica a implementação da DFS

- Por conta da ausência de ciclos, a DFS em árvores dispensa o registro dos vértices já visitados

DFS em árvores

- ⋆ **A estrutura das árvores simplifica a implementação da DFS**

- ⋆ **Por conta da ausência de ciclos, a DFS em árvores dispensa o registro dos vértices já visitados**

- ⋆ **Este registro é substituído por um parâmetro extra, com o vértice p que antecedeu u na travessia**

DFS em árvores

- ⋆ **A estrutura das árvores simplifica a implementação da DFS**
- ⋆ **Por conta da ausência de ciclos, a DFS em árvores dispensa o registro dos vértices já visitados**
- ⋆ **Este registro é substituído por um parâmetro extra, com o vértice p que antecedeu u na travessia**
- ⋆ **A complexidade de memória se reduz de $O(V)$ para $O(1)$**

DFS em árvores

- ⋆ **A estrutura das árvores simplifica a implementação da DFS**
- ⋆ **Por conta da ausência de ciclos, a DFS em árvores dispensa o registro dos vértices já visitados**
- ⋆ **Este registro é substituído por um parâmetro extra, com o vértice p que antecedeu u na travessia**
- ⋆ **A complexidade de memória se reduz de $O(V)$ para $O(1)$**
- ⋆ **Na primeira chamada, $p = 0$ (ou algum sentinela apropriado)**

```cpp
void dfs(int u, int p)
{
    // visita/processa u

    for (auto v : adj[u])
        if (v != p)
            dfs(v, u);
}
```

Números de nós na subárvore

Números de nós na subárvore

- ⋆ **A DFS, em conjunto com técnicas de programação dinâmica, permite computar em $O(N)$ algumas características da árvore**

Números de nós na subárvore

⋆ **A DFS, em conjunto com técnicas de programação dinâmica, permite computar em $O(N)$ algumas características da árvore**

⋆ **Um exemplo seria o número de nós $\text{nodes}[u]$ da subárvore cuja raiz é u**

Números de nós na subárvore

⋆ **A DFS, em conjunto com técnicas de programação dinâmica, permite computar em $O(N)$ algumas características da árvore**

⋆ **Um exemplo seria o número de nós** $\text{nodes}[u]$ **da subárvore cuja raiz é** u

⋆ **Se** u **é folha, então** $\text{nodes}[u] = 1$

Números de nós na subárvore

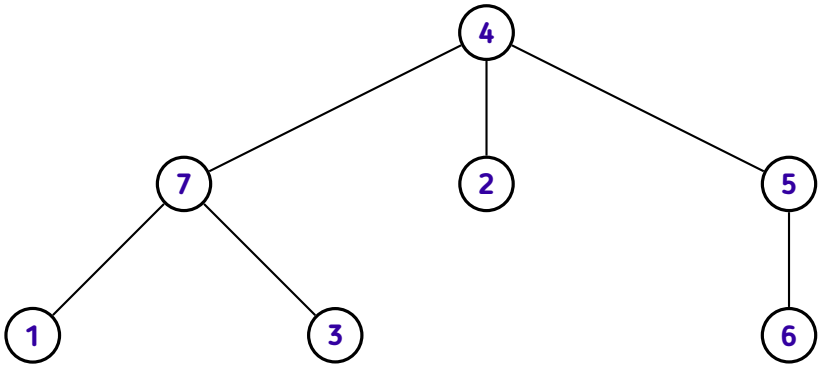
⋆ **A DFS, em conjunto com técnicas de programação dinâmica, permite computar em $O(N)$ algumas características da árvore**

⋆ **Um exemplo seria o número de nós** $\mathsf{nodes}[u]$ **da subárvore cuja raiz é** u

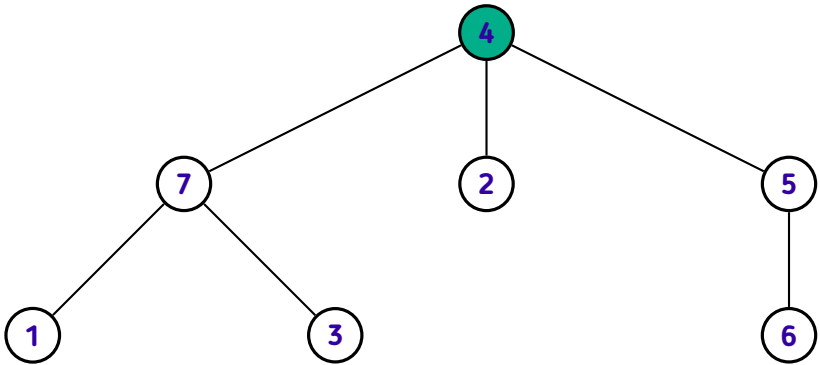
⋆ **Se** u **é folha, então** $\mathsf{nodes}[u] = 1$

⋆ **Caso contrário,**

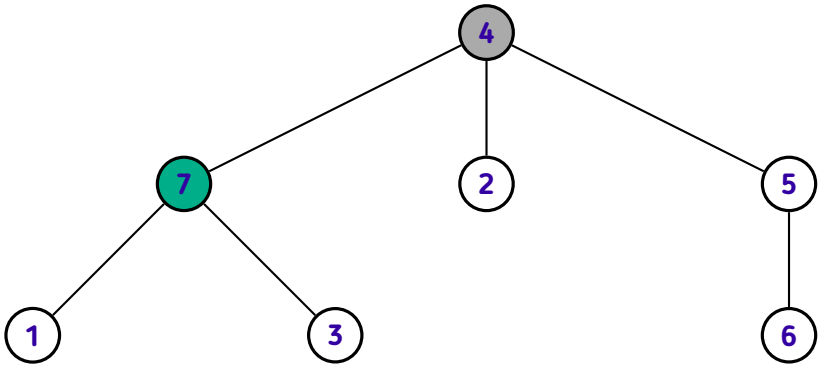
$$\mathsf{nodes}[u] = 1 + \sum_{v \in \mathsf{adj}[u]} \mathsf{nodes}[v]$$



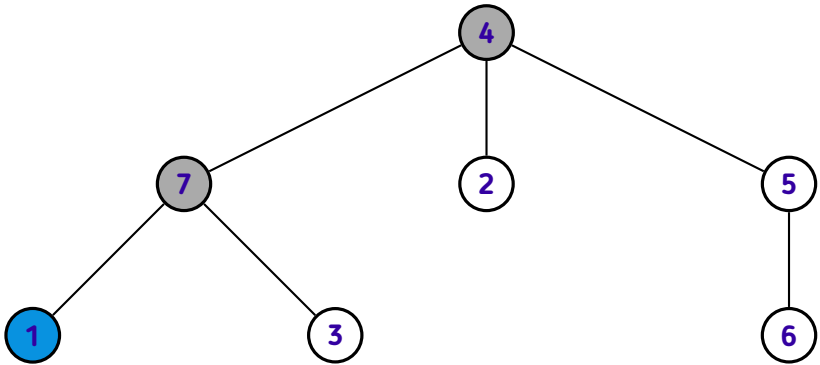
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	-	-	-	-	-	-	-



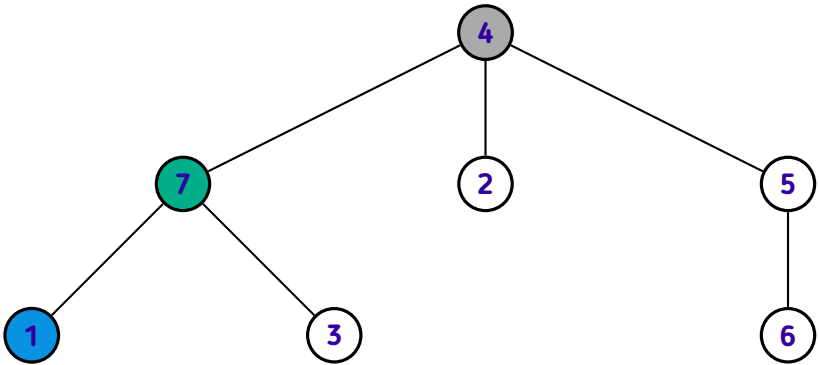
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	-	-	-	1	-	-	-



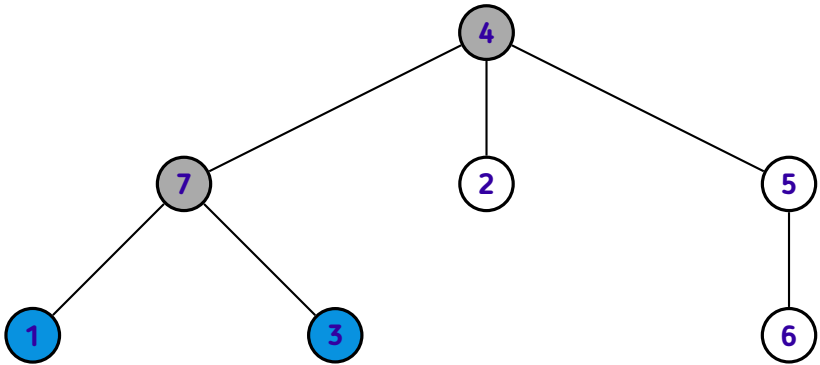
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	-	-	-	1	-	-	1



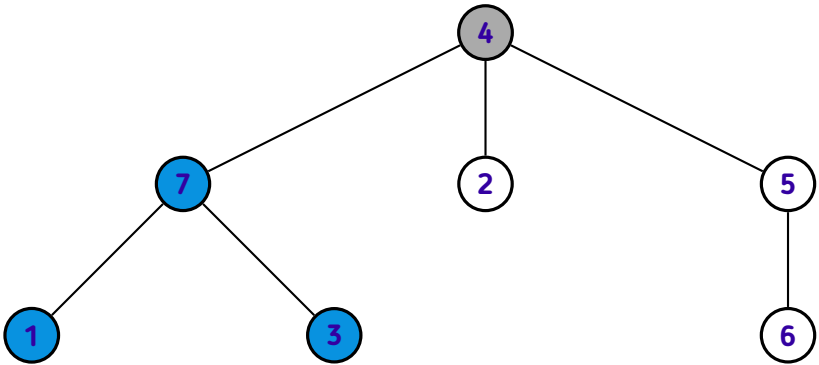
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	-	-	1	-	-	1



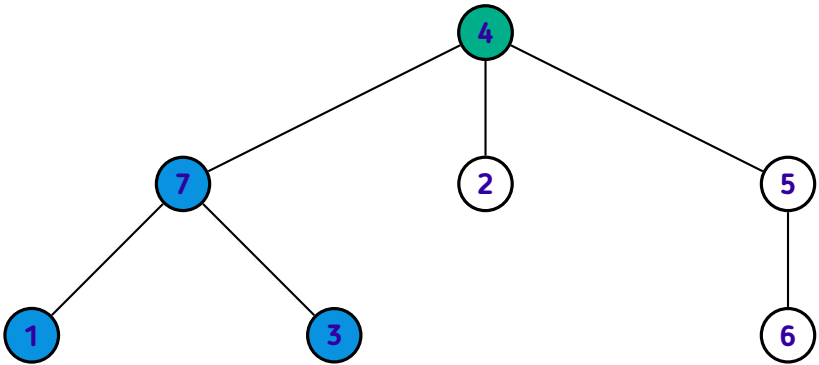
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	-	-	1	-	-	2



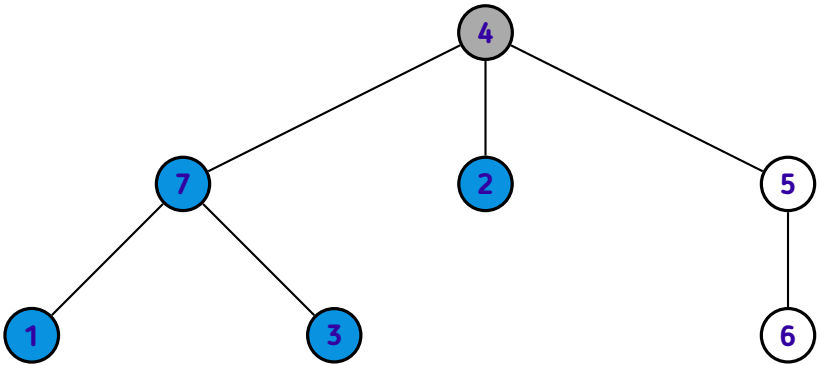
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	-	1	1	-	-	2



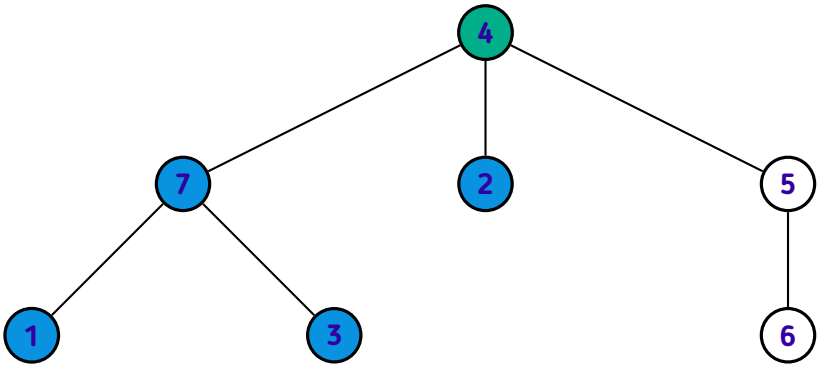
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	-	1	1	-	-	3



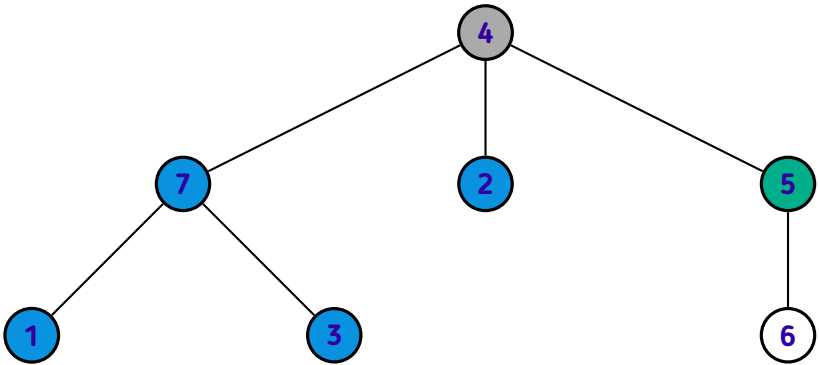
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	-	1	4	-	-	3



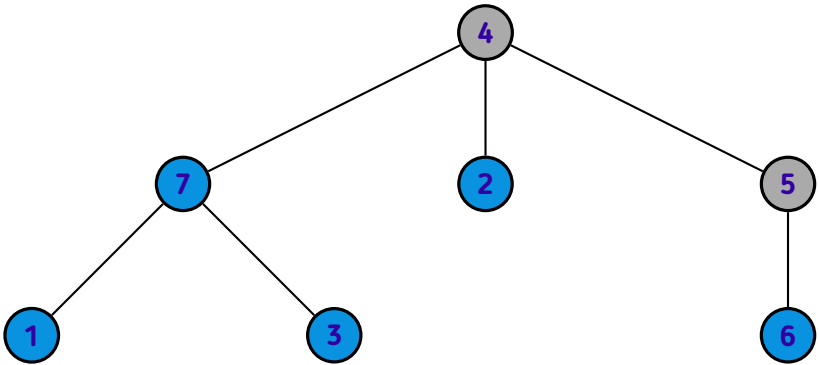
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	4	-	-	3



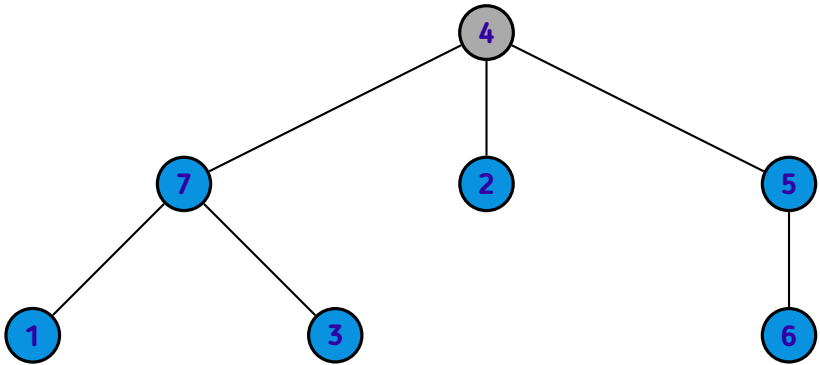
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	**5**	-	-	3



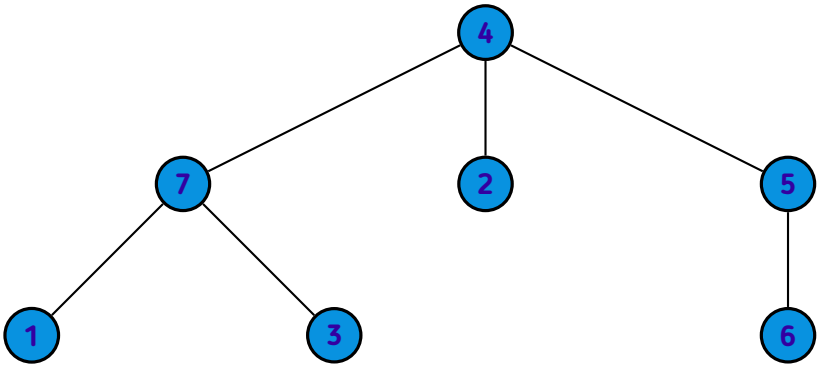
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	5	1	-	3



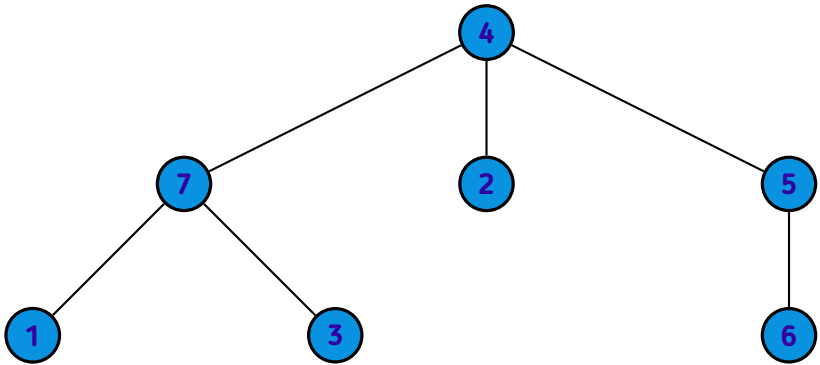
	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	5	1	**1**	3



	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	5	**2**	1	3



	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	**7**	2	1	3



	1	2	3	4	5	6	7
nodes$[u] =$	1	1	1	7	2	1	3

```cpp
void dfs(int u, int p, vector<int>& ns)
{
    for (auto v : adj[u])
    {
        if (v == p)
            continue;

        dfs(v, u, ns);
        ns[u] += ns[v];
    }
}

vector<int> nodes(int u, int N)
{
    vector<int> ns(N + 1, 1);

    dfs(u, 0, ns);

    return ns;
}
```

Maior caminho até uma folha

Maior caminho até uma folha

⋆ **Outra aplicação de DFS com DP é o cálculo do tamanho, em arestas, do maior caminho** $\mathsf{toLeaf}[u]$ **de** u **até uma folha**

Maior caminho até uma folha

⋆ **Outra aplicação de DFS com DP é o cálculo do tamanho, em arestas, do maior caminho** $\mathsf{toLeaf}[u]$ **de** u **até uma folha**

⋆ **Se** u **for uma folha, então** $\mathsf{toLeaf}[u] = 0$

Maior caminho até uma folha

⋆ **Outra aplicação de DFS com DP é o cálculo do tamanho, em arestas, do maior caminho** $\mathsf{toLeaf}[u]$ **de** u **até uma folha**

⋆ **Se** u **for uma folha, então** $\mathsf{toLeaf}[u] = 0$

⋆ **Caso contrário,**

$$\mathsf{toLeaf}[u] = 1 + \max_{v \in \mathsf{adj[u]}} \{ \mathsf{toLeaf}[v] \}$$

Maior caminho até uma folha

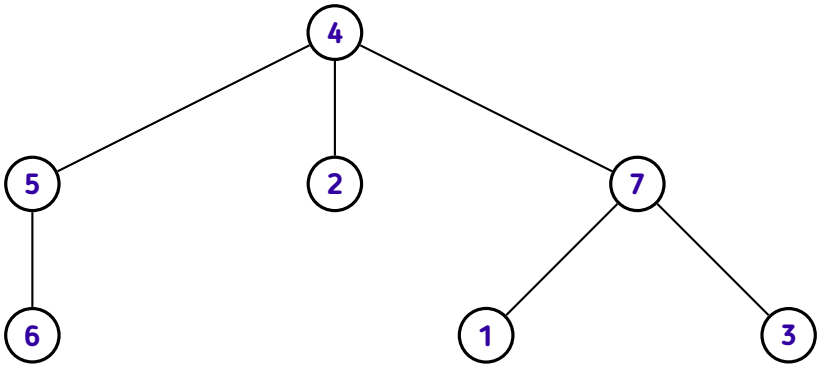
⋆ **Outra aplicação de DFS com DP é o cálculo do tamanho, em arestas, do maior caminho** $\mathsf{toLeaf}[u]$ **de** u **até uma folha**

⋆ **Se** u **for uma folha, então** $\mathsf{toLeaf}[u] = 0$

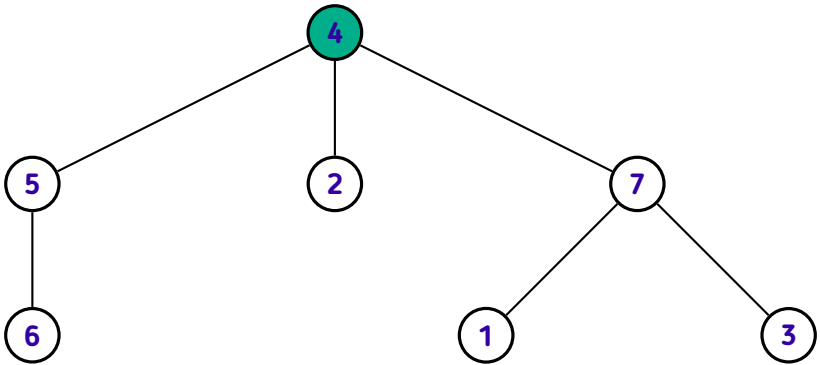
⋆ **Caso contrário,**

$$\mathsf{toLeaf}[u] = 1 + \max_{v \in \mathsf{adj[u]}} \{ \mathsf{toLeaf}[v] \}$$

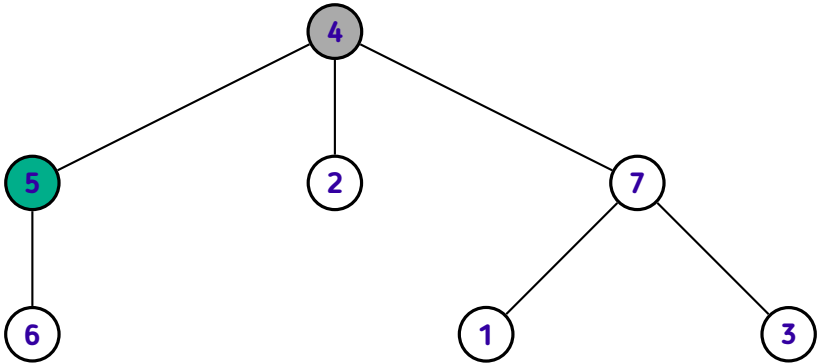
⋆ **Este algoritmo pode ser adaptado para computar o tamanho como soma dos pesos das arestas do caminho que vai de** u **até a folha**



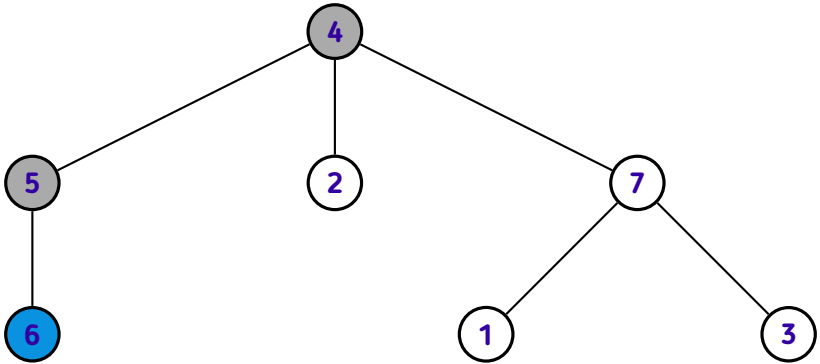
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	-	-	-	-	-	-



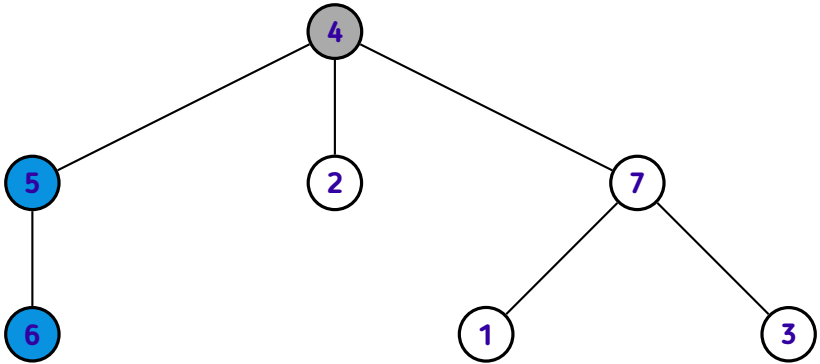
	1	2	3	4	5	6	7
$\text{toLeaf}[u] =$	-	-	-	-	-	-	-



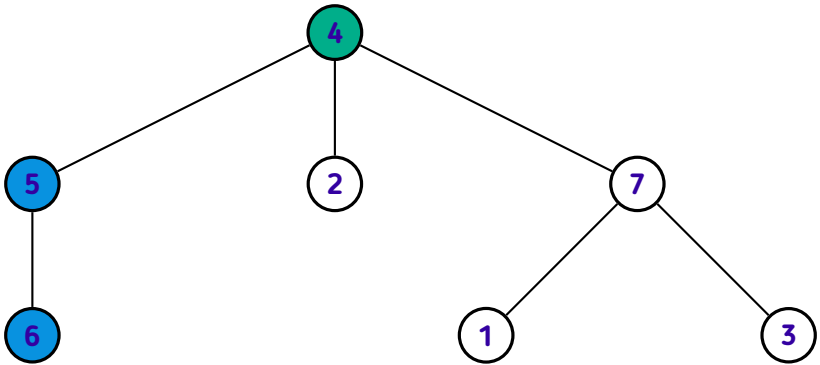
	1	2	3	4	5	6	7
$\text{toLeaf}[u] =$	-	-	-	-	-	-	-



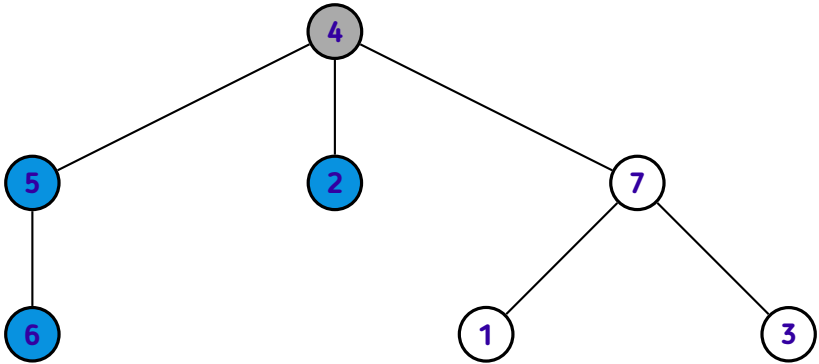
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	-	-	-	-	0	-



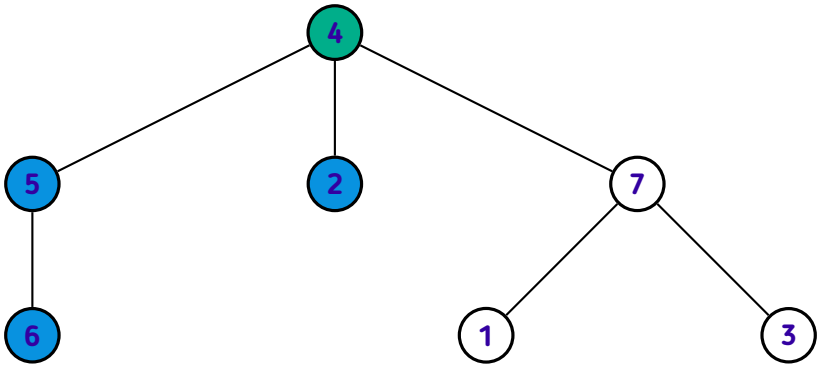
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	-	-	-	1	0	-



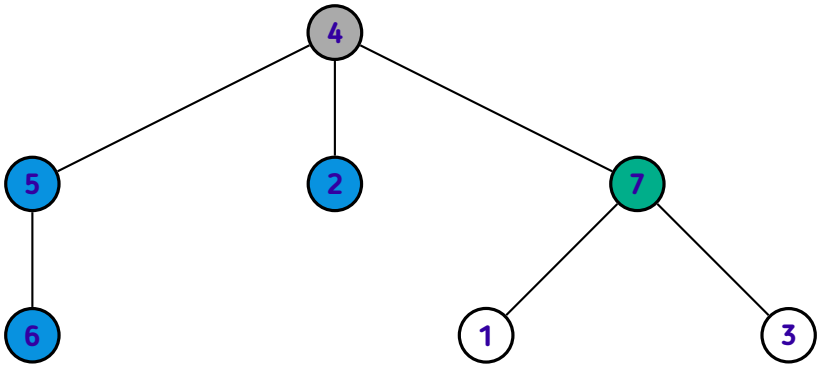
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	-	-	2	1	0	-



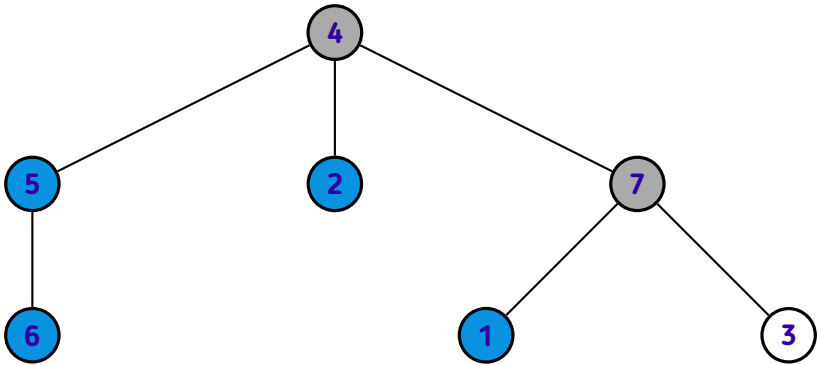
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	0	-	2	1	0	-



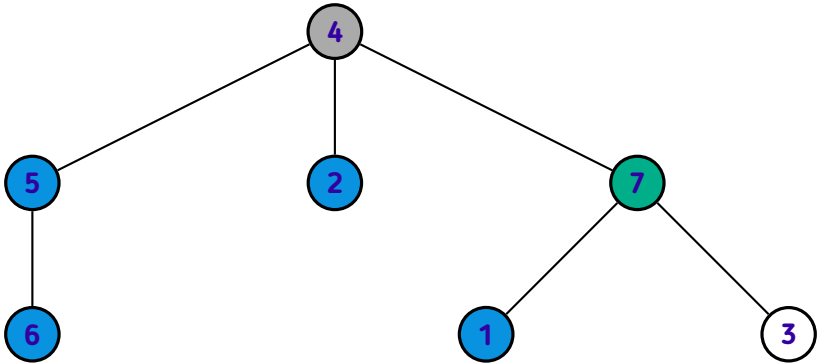
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	0	-	2	1	0	-



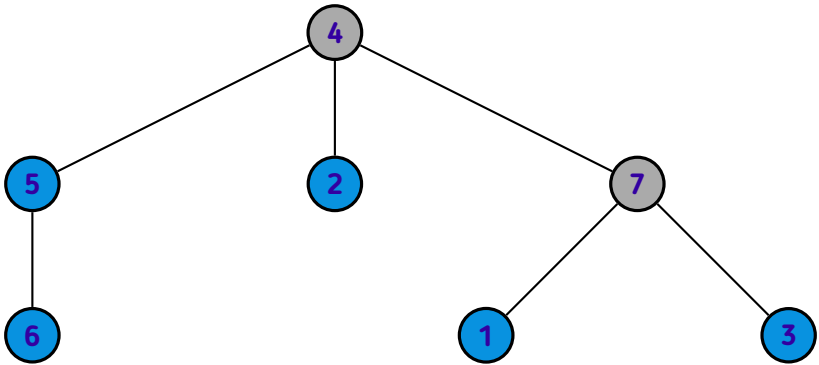
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	-	0	-	2	1	0	-



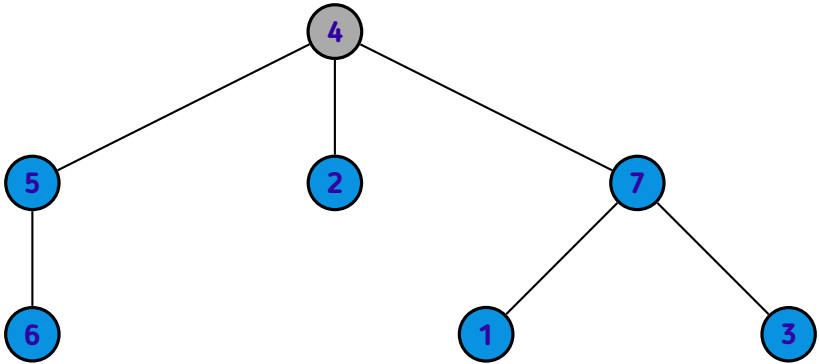
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	**0**	0	-	2	1	0	-



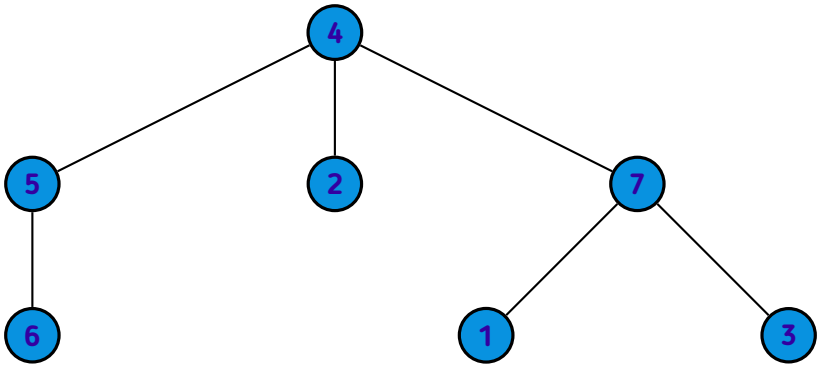
	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	0	0	-	2	1	0	0



	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	0	0	**0**	2	1	0	0



	1	2	3	4	5	6	7
$\text{toLeaf}[u] =$	0	0	0	2	1	0	**1**



	1	2	3	4	5	6	7
toLeaf$[u] =$	0	0	0	2	1	0	1

```cpp
void dfs(int u, int p, vector<int>& tl)
{
    for (auto v : adj[u])
    {
        if (v == p)
            continue;

        dfs(v, u, tl);
        tl[u] = max(tl[u], 1 + tl[v]);
    }
}

vector<int> to_leaf(int u, int N)
{
    vector<int> tl(N + 1, 0);

    dfs(u, 0, tl);

    return tl;
}
```

Problemas sugeridos

1. **AtCoder Beginner Contest 126 – Problem D: Even Relation**
2. **Codeforces Beta Round #87 (Div. 1 Only) – Problem A: Party**
3. **Codeforces Round #660 (Div. 2) – Problem C: Uncle Bogdan and Country Happiness**
4. **OJ 10459 – The Tree Root**

Referências

1. **DROZDEK**, **Adam**. ***Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.**
2. **HALIM**, **Felix**; **HALIM**, **Steve**. ***Competitive Programming 3*, 2010.**
3. **LAAKSONEN**, **Antti**. ***Competitive Programmer's Handbook*, 2018.**
4. **SKIENA**, **Steven**; **REVILLA**, **Miguel**. ***Programming Challenges*, 2003.**
5. **Wikipédia. *Tree (graph theory)*, acesso em 06/08/2021.**