

# Grafos

*Árvore Geradora Mínima: Definição*

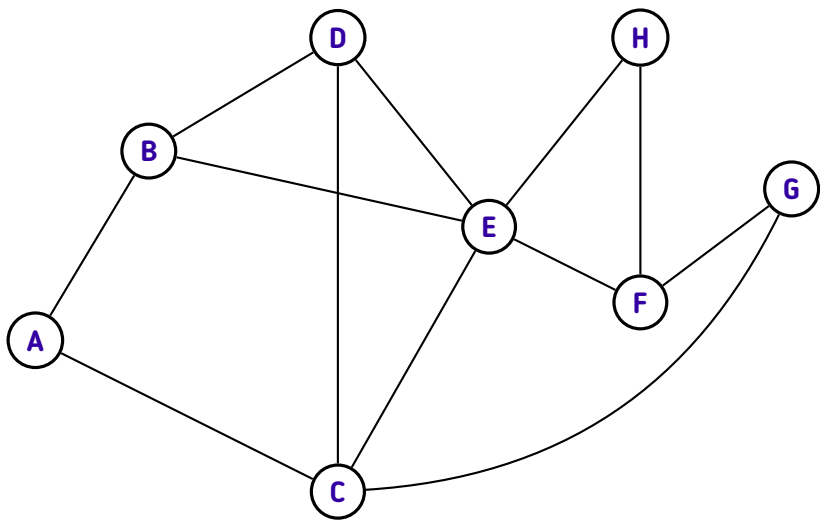
**Prof. Edson Alves**

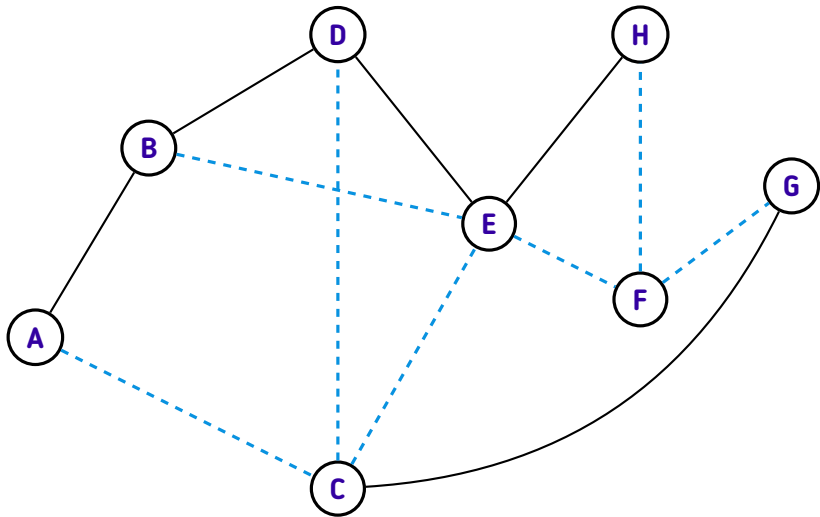
**Faculdade UnB Gama**

## **Árvores geradoras**

## Árvores geradoras

Seja  $G(V, E)$  um grafo. Uma **árvore geradora de  $G$**  é um subgrafo  $T(V, E')$  de  $G$  tal que  $T$  é uma árvore que contém todos os vértices de  $G$ .





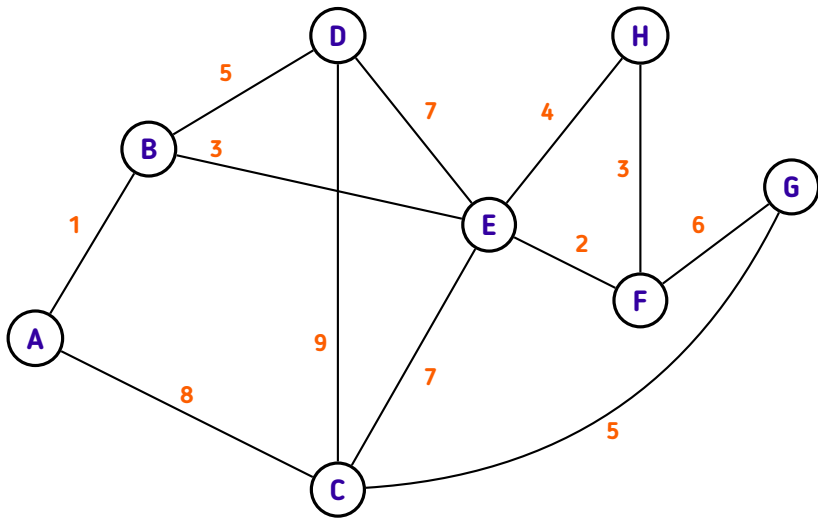
## Árvore mínima geradora

## Árvore mínima geradora

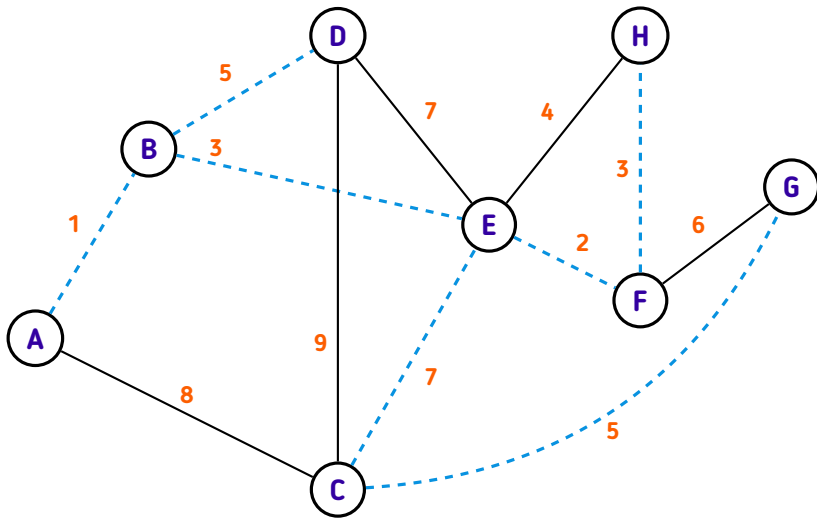
Seja  $G(V, E)$  um grafo ponderado. Uma árvore geradora  $T(V, E')$  de  $G$  é uma árvore mínima geradora (MST) de  $G$  se a soma

$$c(T) = \sum_{e \in E'} w(e)$$

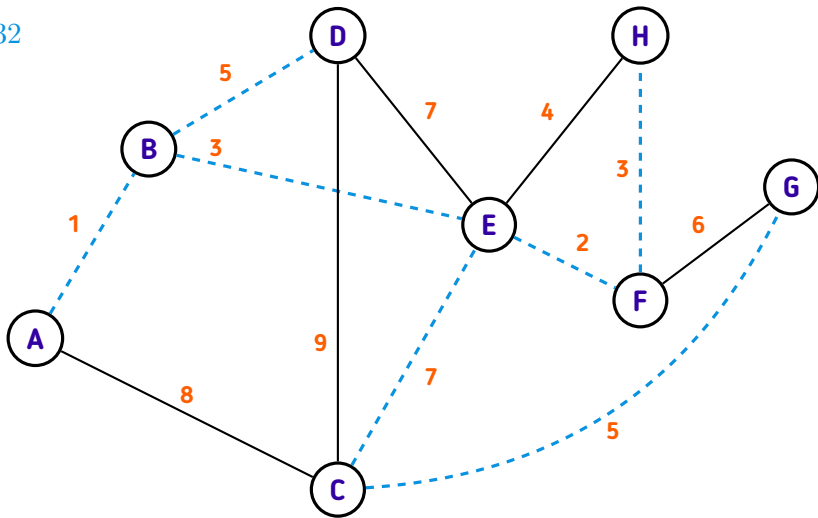
é mínima.







$$c(T) = 32$$



## **Propriedades da árvore mínima geradora**

## Propriedades da árvore mínima geradora

- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos

## Propriedades da árvore mínima geradora

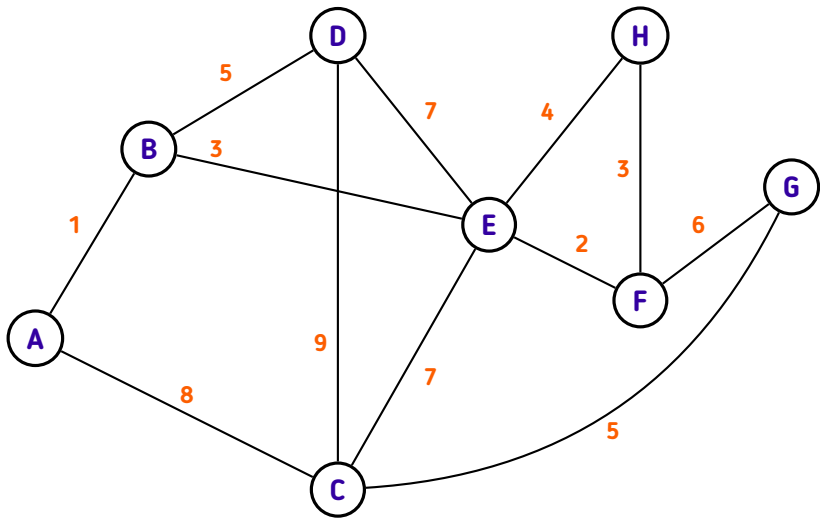
- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas

## Propriedades da árvore mínima geradora

- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas
- ★ A árvore máxima geradora pode ser obtida invertendo os sinais dos pesos de todas as arestas

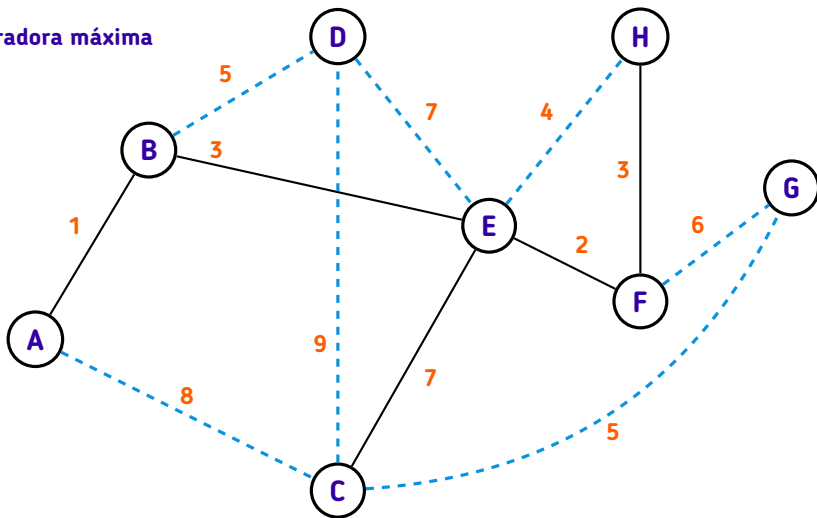
# Propriedades da árvore mínima geradora

- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas
- ★ A árvore máxima geradora pode ser obtida invertendo os sinais dos pesos de todas as arestas
- ★ A MST minimiza o peso máximo das arestas, quando consideradas todas as árvores geradoras (minimax)





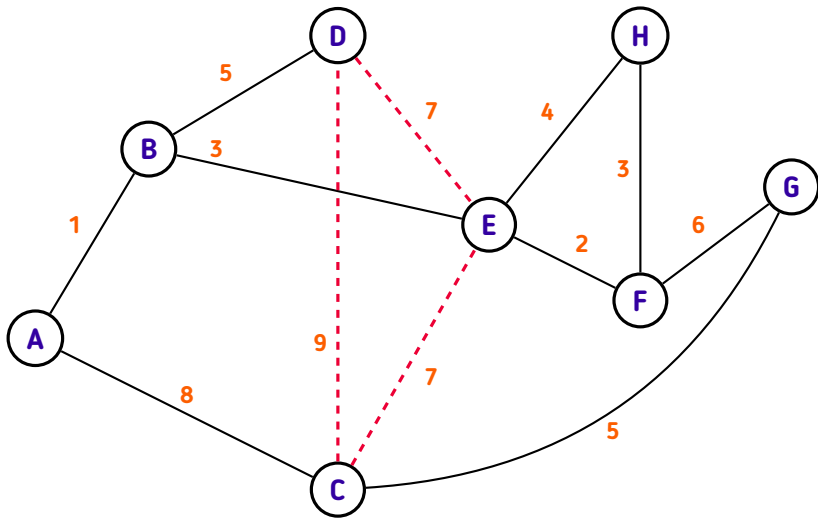
Árvore geradora máxima



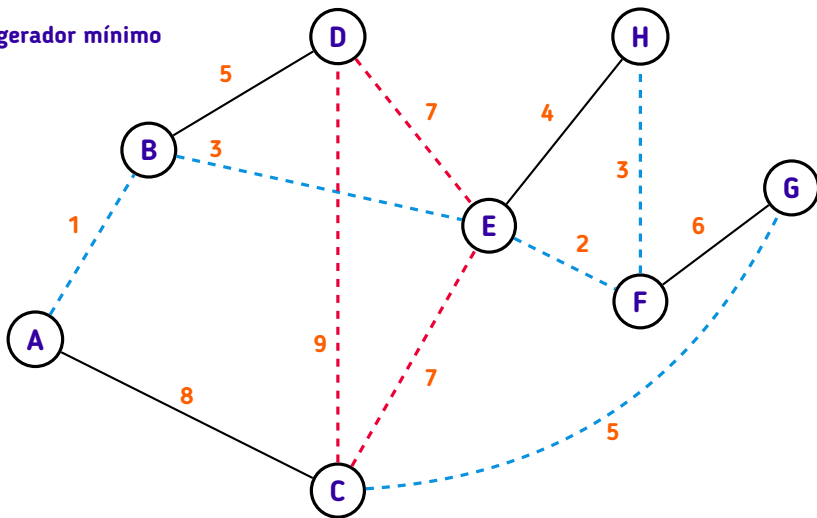
## **Subgrafo gerador mínimo**

## Subgrafo gerador mínimo

Seja  $G(V, E)$  um grafo ponderado e  $X \subset E$ . O subgrafo gerador mínimo  $S_X(V, E')$  de  $G$  é o subgrafo de  $S_X$  de  $G$ , de custo mínimo, tal que  $X \subseteq E'$ .

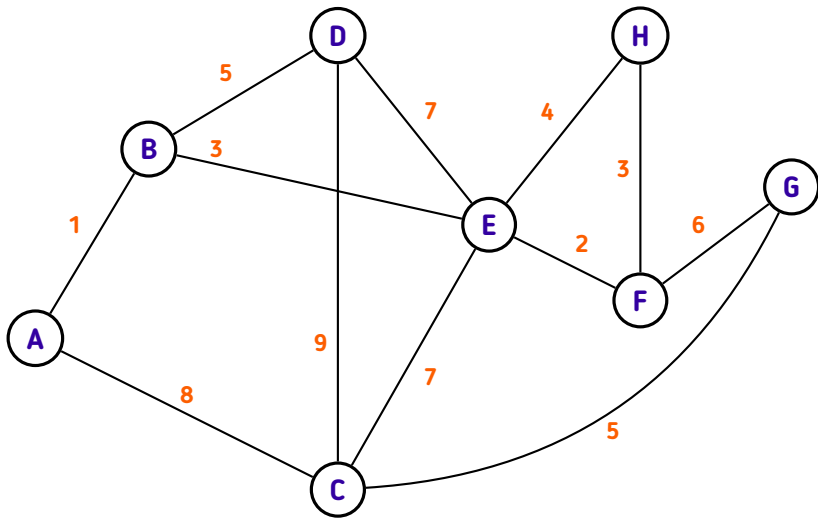


Subgrafo gerador mínimo

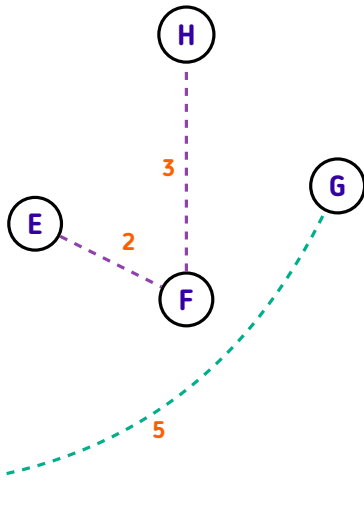
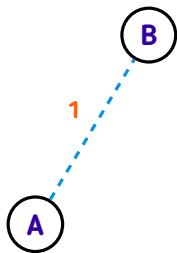


## Floresta geradora mínima

Seja  $G(V, E)$  um grafo ponderado. A floresta mínima geradora  $F_k$  de  $G$  é um subgrafo  $F_k(V, E')$  de  $G$ , de custo mínimo, formado por exatamente  $k$  componentes conectados, sendo cada componente conectado uma árvore.



Floresta mínima geradora  $F_4$





## Referências

1. CP-Algorithm. *Minimum spanning tree – Kruskall's algorithm*, acesso em 24/08/2021.
2. DROZDEK, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
3. HALIM, Felix; HALIM, Steve. *Competitive Programming 3*, 2010.
4. LAAKSONEN, Antti. *Competitive Programmer's Handbook*, 2018.
5. SKIENA, Steven; REVILLA, Miguel. *Programming Challenges*, 2003.