

# Geometria Computacional

Pontos

---

Prof. Edson Alves

2018

Faculdade UnB Gama

1. Definição de ponto
2. Comparação entre pontos

## Definição de ponto

---

# Definição

- Ponto é um termo primitivo da geometria
- No primeiro livro dos elementos, Euclides define ponto como “*a point is that which has no part*”, que numa tradução livre diz que “ponto é aquilo de que nada é parte”
- Os pontos são elementos adimensionais, isto é, não tem dimensão alguma
- Em C/C++, pontos podem ser representados como classes ou estruturas, como pares ou como vetores
- Cada representação possível tem suas vantagens e desvantagens

# Representação de pontos como classes

- Representar um ponto utilizando uma classe ou estrutura tem a vantagem da legibilidade
- A sintaxe para o uso é mais natural
- Porém esta representação demanda a implementação dos operadores relacionais para comparações entre pontos
- O uso de estruturas simplifica a implementação, uma vez que em competição não há necessidade de encapsulamento dos membros
- O tipo usado para representar os valores das coordenadas pode ser parametrizado, permitindo o uso da mesma implementação seja com inteiros, seja com pontos flutuantes

## Exemplo de implementação de ponto usando uma estrutura

```
1  #include <iostream>
2
3  template<typename T>
4  struct Point {
5      T x, y;
6
7      Point(T xv = 0, T yv = 0) : x(xv), y(yv) {}
8  };
9
10 int main()
11 {
12     Point<int> p(1, 2), q; // Declaração
13     p = q;                // Atribuição
14
15     if (p < q) {          // Erro de compilação: operador < não definido!
16         p.x = q.y;
17     }
18
19     return 0;
20 }
```

# Representação de pontos como pares

- A biblioteca padrão do C++ possui o tipo paramétrico `pair`, que pode ser usado para representar pontos
- Usar pares do C++ tem como vantagem herdar os operadores de comparação dos tipos escolhidos
- A desvantagem é a notação, que utiliza `first` e `second` para acessar as duas coordenadas, ao invés de `x` e `y`, como nas classes e estruturas
- Esta desvantagem pode ser contornada usando-se as seguintes definições de pré-processador:

```
1 #define x first
2 #define y second
```

- Esta solução deve ser utilizada com cuidado, pois pode gerar efeitos colaterais indesejados
- Além disso, pares podem ser utilizados diretamente para representar pontos tridimensionais

# Exemplo de implementação de ponto usando pares

```
1 #include <iostream>
2
3 using Point = std::pair<int, int>; // C++11
4
5 #define x first
6 #define y second
7
8 int main()
9 {
10     Point p(1, 2), q;           // Declaração
11     p = q;                     // Atribuição
12
13     if (p < q) {                // Ok! Operador < para ints utilizado
14         p.x = q.y;
15     }
16
17     return 0;
18 }
```



# Representação de pontos como vetores

- Representar pontos como vetores bidimensionais permite a travessia de conjuntos de pontos em laços por coordenada
- Além disso, é a implementação mais curta para pontos multidimensionais
- Porém, a legibilidade fica comprometida, uma vez que as coordenadas são acessadas por índices
- Esta representação não herda a atribuição, e ainda pode gerar confusão com o uso de operadores relacionais

# Exemplo de implementação de ponto usando vetores

```
1 #include <iostream>
2
3 using Point = double[2];
4
5 int main()
6 {
7     Point p, q {0, 0}; // Declaração
8     p = q;             // Erro de compilação: atribuição não definida
9
10    if (p < q) {        // Perigo: comparação entre endereços de ponteiros
11        p[0] = q[1];    // O código compila sem erros
12    }
13
14    return 0;
15 }
```

## Comparação entre pontos

---

# Operadores relacionais

- Os operadores relacionais que estarão disponíveis dependem da representação escolhida
- Os operadores fundamentais são a igualdade (operador `==`) e a desigualdade (operador `!=`)
- Os operadores `<` e `>` também podem ser definidos, embora a semântica destas comparações dependa do contexto e da implementação utilizada
- Mesmo no caso dos pares, que herda a igualdade, é importante implementá-la caso o tipo utilizado para armazenar as coordenadas seja de ponto flutuante, para que use o limiar comentado anteriormente

## Exemplo de implementação da igualdade

```
1 #include <iostream>
2 #include <cmath>
3
4 const double EPS { 1e-9 };
5
6 bool equals(double a, double b) {
7     return fabs(a - b) < EPS;
8 }
9
10 template<typename T>
11 struct Point {
12     T x, y;
13
14     Point(T xv = 0, T yv = 0) : x(xv), y(yv) {}
15
16     bool operator==(const Point& p) const {
17         if (std::is_floating_point<T>::value)
18             return equals(x, p.x) && equals(y, p.y);
19         else
20             return x == p.x && y == p.y;
21     }
```

# Exemplo de implementação da igualdade

```
22
23     bool operator!=(const Point& p) const
24     {
25         return not (*this == p);
26     }
27 };
28
29 int main()
30 {
31     Point<double> p(1, 2), q(3*1.0/3, 3); // Declaração
32
33     if (p == q)
34         p.x = q.y;
35
36     std::cout << "p = (" << p.x << ", " << p.y << ")\n";
37
38     return 0;
39 }
```

1. **HALIM**, Felix; **HALIM**, Steve. *Competitive Programming 3*, 2010.
2. **LAAKSONEN**, Antti. *Competitive Programmer's Handbook*, 2018.
3. **De BERG**, Mark; **CHEONG**, Otfried. *Computational Geometry: Algorithms and Applications*, 2008.
4. David E. Joyce. *Euclid's Elements*. Acesso em 15/02/2019<sup>1</sup>
5. Wikipédia. *Geometria Euclidiana*. Acesso em 15/02/2019<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup><https://mathcs.clarku.edu/~djoyce/elements/bookI/defI1.html>

<sup>2</sup>[https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria\\_euclidiana](https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_euclidiana)