

Árvores Múltiplas

Árvores-B

Prof. Edson Alves - UnB/FGA

2019

1. Árvores-B

Árvores-B

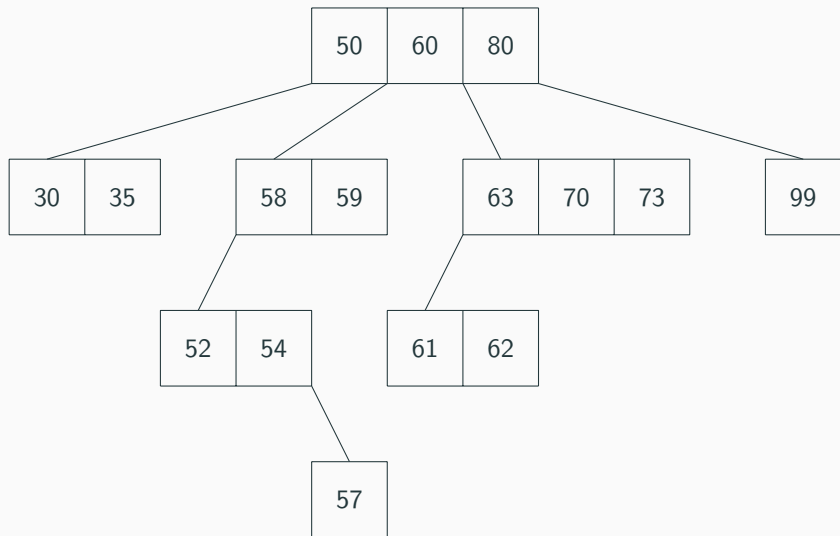
- Segundo a definição formal de árvores, não há restrição quanto ao número de filhos que um nó pode ter
- Uma árvore múltipla de ordem m é um árvore cujos nós possuem, no máximo, m filhos
- As árvores binárias de busca que são árvores múltiplas de ordem 2 que impõem condições sobre as chaves dos nós com o intuito de agilizar o processo de busca.
- As árvores binárias de busca podem ser generalizadas como árvores de busca de ordem m

Definição

Uma árvore de busca de ordem m é uma árvore que satisfaz as seguintes condições:

1. Cada nó tem, no máximo, m filhos e $m - 1$ chaves.
2. As chaves de cada nó são armazenadas em ordem crescente.
3. As chaves dos i primeiros filhos são menores do que a chave i .
4. As chaves dos $m - i$ últimos filhos são maiores do que a chave i .

Exemplo de árvore de busca de ordem 4



Notas sobre árvores de busca de ordem m

- As árvores de busca de ordem m tem o mesmo objetivo das árvores de busca binárias: aumentar a eficiência da rotina de busca
- Observe que, em cada nó, é preciso localizar, a partir da informação a ser encontrada e das chaves armazenadas, identificar o filho que dará sequência a busca
- A ordenação das chaves permite esta identificação em ordem $O(\log m)$, desde que o contêiner que armazena as chaves permita a busca binária
- Assim como as árvores binárias de busca, as árvores de busca de ordem m também podem ter problemas relativos ao balanceamento
- Para evitar tal problemas, existem especializações destas árvores, como as árvores-B

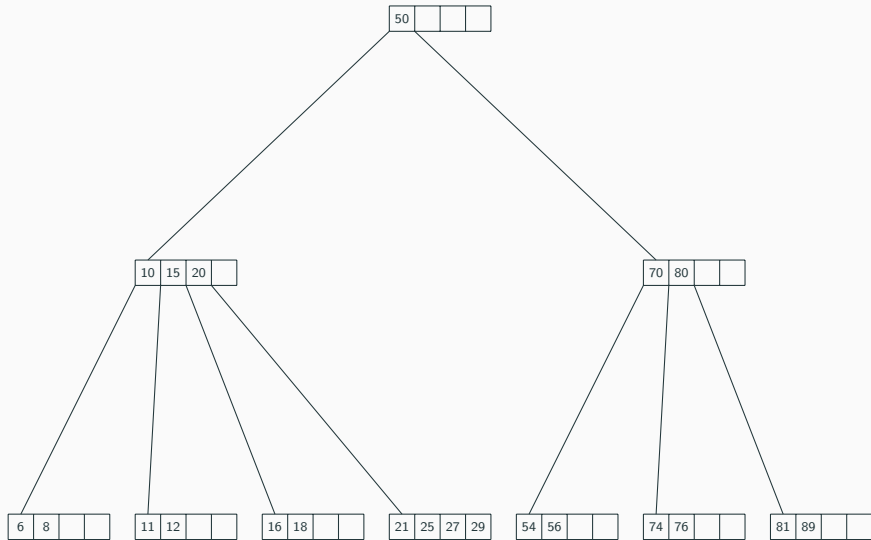
Definição de Árvores-B

Definição

Uma árvore-B de ordem m é uma árvore de busca de ordem m com as seguintes propriedades:

1. A raiz tem, no mínimo, dois filhos, caso não seja uma folha.
2. Cada nó que não é nem folha nem raiz tem $k - 1$ chaves e k ponteiros para subárvores, onde $\lceil m/2 \rceil \leq k \leq m$.
3. Cada folha tem $k - 1$ chaves, onde $\lceil m/2 \rceil \leq k \leq m$.
4. Todas as folhas estão no mesmo nível.

Exemplo de árvore-B de ordem 5



- As árvores-B foram propostas por Bayer e McCreigh em 1972.
- O número de chaves armazenadas em uma árvore-B é proporcional a metade de sua capacidade máxima
- Devido às suas propriedades, uma árvore-B tem poucos níveis
- Uma árvore-B está sempre perfeitamente balanceada
- Um nó de uma árvore-B possui dois contêineres: um para armazenar as $m - 1$ chaves e outro para os m ponteiros para os filhos
- Na implementação dos nós de árvores-B costuma-se adicionar informações extras que facilitem a manutenção da árvore, como o número de chaves do nó e uma indicação se o nó é folha ou não

Exemplo de implementação de uma árvore-B

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 template<typename T, int M>
4 class BTree {
5 private:
6     struct Node {
7         bool leaf;
8         int n;
9         T keys[M - 1];
10        Node *children[M];
11    };
12
13    Node *root;
14
15    const Node * search(const Node *node, const T& info) const
16    {
17        if (node == nullptr)
18            return node;
19
20        auto i = std::lower_bound(node->keys, node->keys + node->n, info)
21            - node->keys;
```

Exemplo de implementação de uma árvore-B

```
22
23     if (i == node->n or node->keys[i] > info)
24         return search(node->children[i], info);
25
26     return node;
27 }
28
29 public:
30     BTree() : root(nullptr) {}
31
32     // Complexidade  $O(N \log N \log M)$ 
33     bool search(const T& info) const
34     {
35         return search(root, info) != nullptr;
36     }
37
```

1. **DROZDEK**, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
2. myUSF. [Algorithm Visualization – B-Trees](#), acesso em 29/04/2019.
3. Wikipedia. [B-tree](#), acesso em 29/04/2019.