

Matemática

Malhas

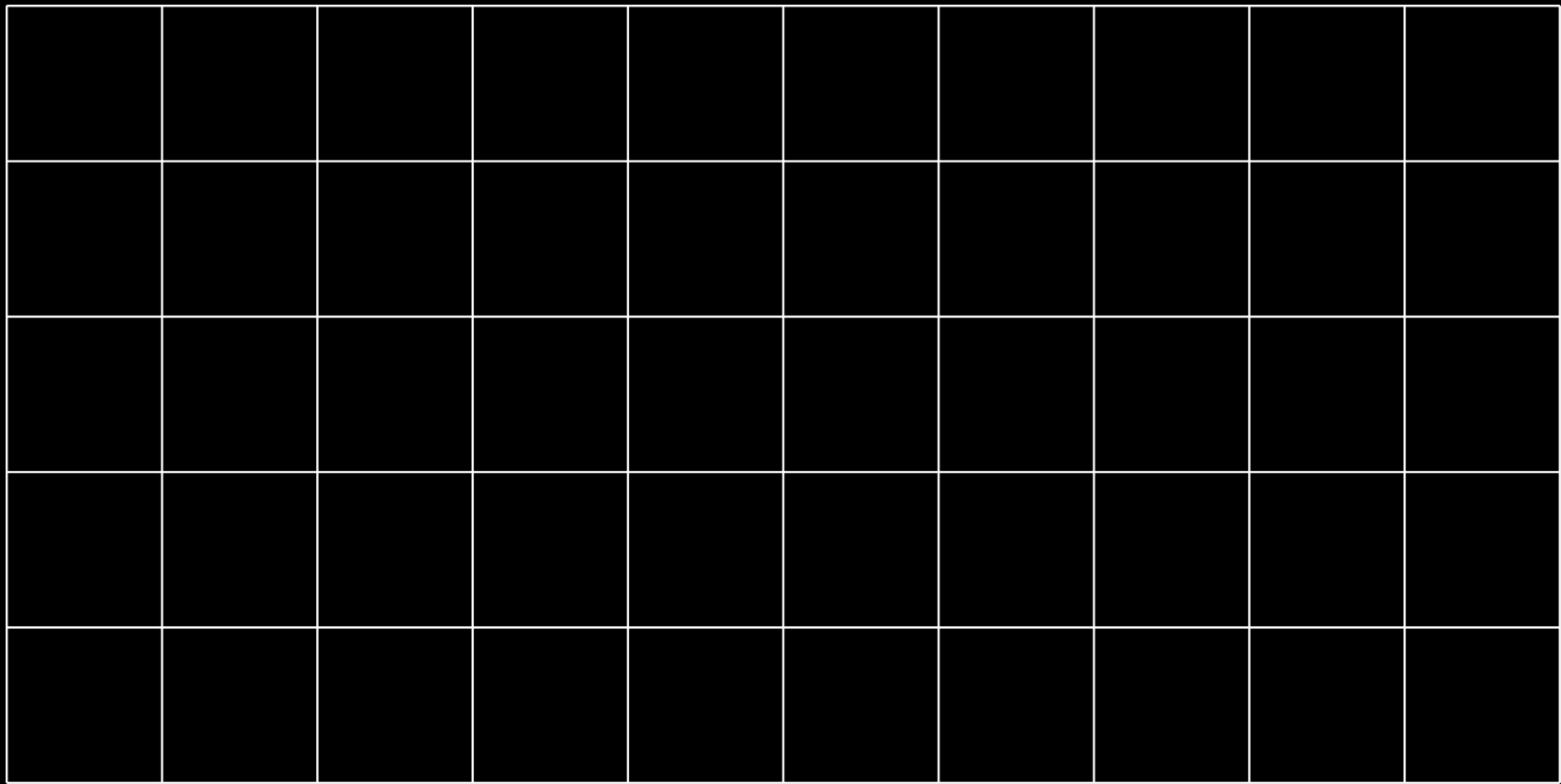
Prof. Edson Alves
Faculdade UnB Gama

Definição

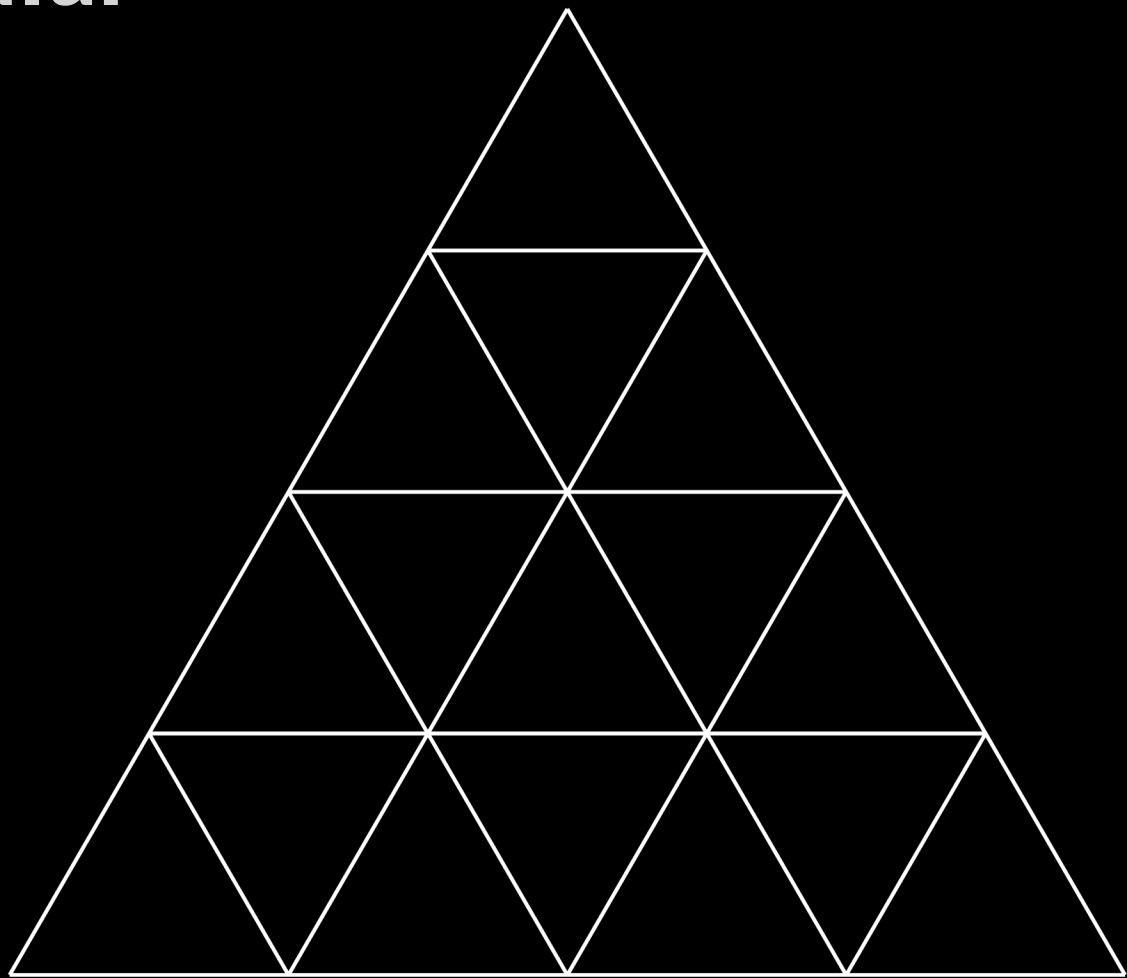
Uma malha, em geral, se refere a dois ou mais conjuntos de retas paralelas no plano, igualmente espaçadas, em ângulos específicos, ou a interseção de tais retas.

Mas malhas mais comuns são as quadradas, triangulares e hexagonais.

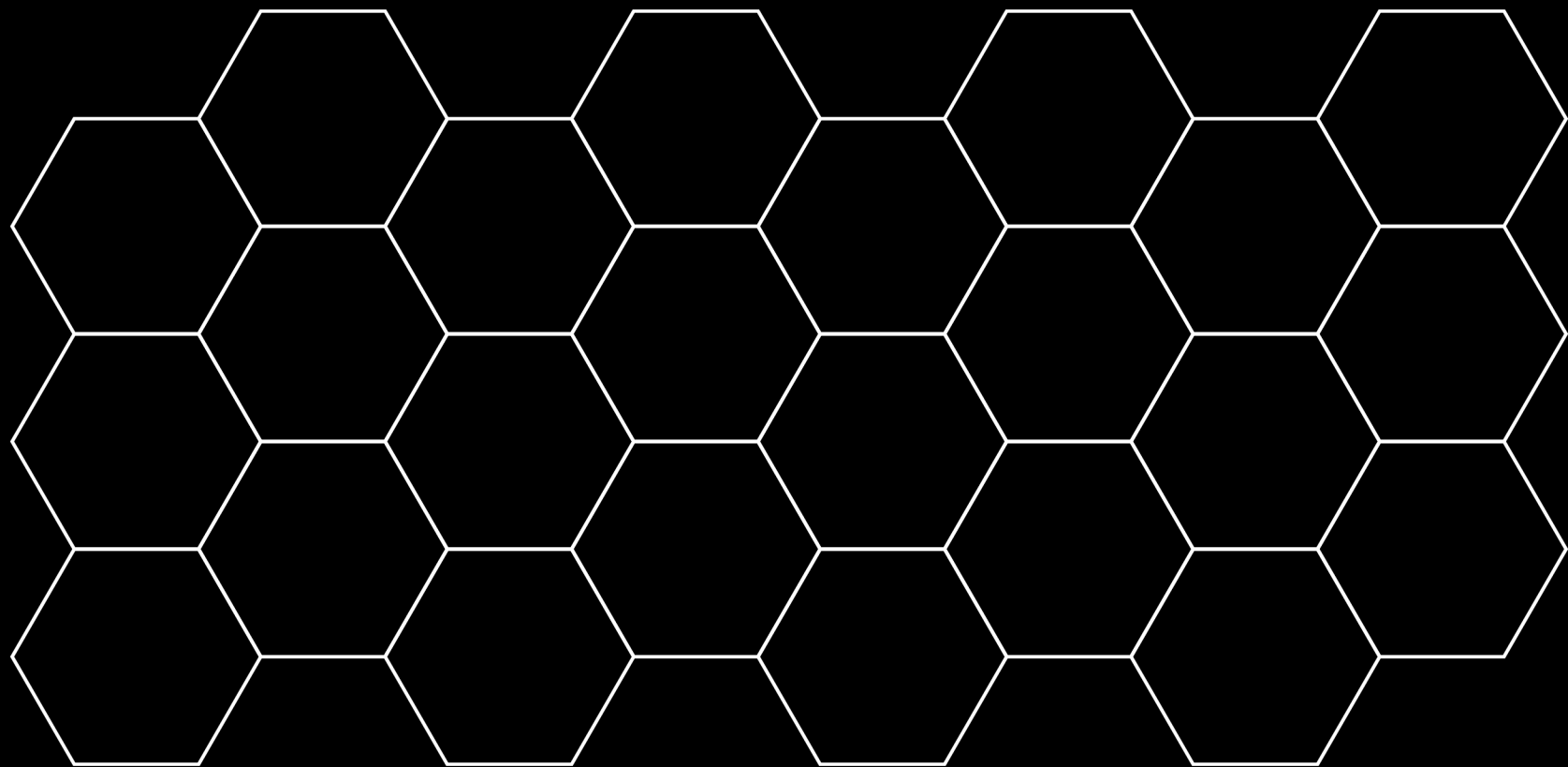
Malha quadrada



Malha triangular



Malha hexagonal



Malhas e sistemas de coordenadas

- As malhas podem induzir um sistema de coordenadas e uma ordenação entre seus elementos básicos
- O sistema de coordenadas e a ordenação também podem ser arbitrários
- Conhecida a ordenação utilizada, duas questões se tornam relevantes:
 1. qual é a coordenada do n -ésimo ponto?
 2. as coordenadas dadas corresponde a qual ponto da ordenação?
- Responder estas perguntas dependem ou de uma observação atenta dos padrões gerados pelo sistema de coordenadas ou pela ordenação
- Em alguns casos é possível utilizar uma simulação para responder tais questões

Exemplo: Zigue-zague em malhas quadradas

(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)
(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)

Coordenadas

21	22	23	24	25
20	19	18	17	16
11	12	13	14	15
10	9	8	7	6
1	2	3	4	5

Ordenação

Exemplo: Zigue-zague em malhas quadradas

- Neste exemplo, o sistema de coordenadas é idêntico ao sistema cartesiano, onde as linhas são representadas pelas primeiras coordenadas do par, e as colunas pelas segundas coordenadas
- A ordenação inicia no canto inferior esquerdo e avança até o fim da linha
- Ao subir para a próxima linha, a ordenação segue em sentido oposto, do final para o início da próxima linha, e assim por diante
- É possível simular esta ordenação por meio de um vetor de direção \vec{u}
- Inicialmente, $\vec{u} = (0, 1)$

Exemplo: Zigue-zague em malhas quadradas

- Sempre que os limites da malha forem atingidos, o vetor dever ser rotacionado em 180°
- É possível, porém, determinar a posição n referente à coordenada (x, y) por meio da expressão

$$n = (x - 1)W + y,$$

se x é ímpar, e

$$n = (x - 1)W + (W - y + 1),$$

se y é par, onde W é o número de pontos por linha

Exemplo: Zigue-zague em malhas quadradas

- Também é possível determinar as coordenadas do n -ésimo ponto
- Este ponto estará na linha

$$x = \left\lfloor \frac{n-1}{W} \right\rfloor + 1$$

e, se x é ímpar, na coluna

$$y = [(n-1) \bmod W] + 1,$$

- Se x é par, então

$$y = W - [(n-1) \bmod W]$$

Implementação do zigue-zague em malhas quadradas

```
int position(int x, int y, int W)
{
    return (x - 1)*W + (x % 2 ? y : W - y + 1);
}

void coordinates(int n, int& x, int& y, int W, int)
{
    x = ((n - 1) / W) + 1;
    y = x % 2 ? ((n - 1) % W) + 1 : W - ((n - 1) % W);
}
```

Problemas

- OJ
 1. [264 - Count on Cantor](#)
 2. [10182 - Bee Maja](#)
 3. [10233 - Dermuba Triangle](#)
 4. [10620 - A Flea on a Chessboard](#)
 5. [10964 - Strange Planet](#)

Referências

1. Wolfram MathWorld. [Grid](#). Acesso em 04/02/2021.
2. Wolfram MathWorld. [Hexagonal Grid](#). Acesso em 04/02/2021.
3. Wolfram MathWorld. [Triangular Grid](#). Acesso em 04/02/2021.