OJ 10991

Region

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

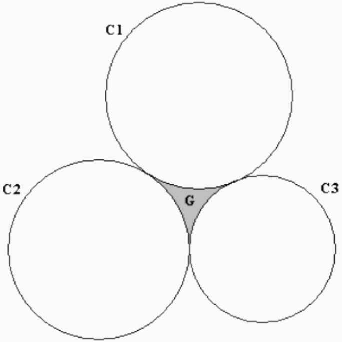
OJ 10991 – Region

Problema

From the figure on the right, it is clear that C1, C2 and C3 circles are touching each other.
Consider,

- C1 circle have R1 radius.
- C2 circle have R2 radius.
- C3 circle have R3 radius.

Write a program that will calculate the area of shaded region G.



Entrada e saída

Input

The first line will contain an integer k $(1 \leq k \leq 1000)$ which is the number of cases to solve. Each of the following k lines will contain three floating point number $R1$ $(1 \leq R1 \leq 1000)$, $R2$ $(1 \leq R2 \leq 1000)$ and $R3$ $(1 \leq R3 \leq 1000)$.

Output

For each line of input, generate one line of output containing the area of G rounded to six decimal digits after the decimal point. Floating-point errors will be ignored by special judge program.

Exemplo de entradas e saídas

Sample Input

```
2
5.70 1.00 7.89
478.61 759.84 28.36
```

Sample Output

```
1.2243
2361.0058
```

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

- A área do triângulo T contém a região G e mais três setores gerados pelos ângulos opostos a cada um destes lados

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

- A área do triângulo T contém a região G e mais três setores gerados pelos ângulos opostos a cada um destes lados
- O ângulo oposto a um lado pode ser obtido através da Lei dos Cossenos

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

- A área do triângulo T contém a região G e mais três setores gerados pelos ângulos opostos a cada um destes lados
- O ângulo oposto a um lado pode ser obtido através da Lei dos Cossenos
- Por exemplo, o ângulo α oposto ao lado a é dado por

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

- A área do triângulo T contém a região G e mais três setores gerados pelos ângulos opostos a cada um destes lados
- O ângulo oposto a um lado pode ser obtido através da Lei dos Cossenos
- Por exemplo, o ângulo α oposto ao lado a é dado por

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

- A área de cada setor é igual a metade do produto do ângulo pelo quadrado do raio

Solução $O(k)$

- A solução parte da observação que os centros dos círculos formam um triângulo T cujos lados são dados por

$$a = R2 + R3, \quad b = R1 + R3, \quad c = R1 + R2$$

- A área do triângulo T contém a região G e mais três setores gerados pelos ângulos opostos a cada um destes lados
- O ângulo oposto a um lado pode ser obtido através da Lei dos Cossenos
- Por exemplo, o ângulo α oposto ao lado a é dado por

$$\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

- A área de cada setor é igual a metade do produto do ângulo pelo quadrado do raio
- Logo a área G é igual a área de T menos a área dos três setores

Solução com complexidade $O(k)$

```cpp
double solve(double r1, double r2, double r3)
{
    auto a = r2 + r3;
    auto b = r1 + r3;
    auto c = r1 + r2;
    auto s = (a + b + c)/2.0;
    auto T = sqrt(s*(s - a)*(s - b)*(s - c));

    auto oa = acos((a*a - b*b - c*c)/(-2*b*c));
    auto Sa = 0.5*oa*r1*r1;
    auto ob = acos((b*b - a*a - c*c)/(-2*a*c));
    auto Sb = 0.5*ob*r2*r2;
    auto oc = acos((c*c - b*b - a*a)/(-2*b*a));
    auto Sc = 0.5*oc*r3*r3;

    auto G = T - Sa - Sb - Sc;

    return G;
}
```