

# SPOJ DAGCNT2

*Counting in a DAG*

**Prof. Edson Alves**

**Faculdade UnB Gama**

*You are given a weighted DAG. For each vertex, calculate the sum of the weights of the vertices within its reach (including itself).*

**A você é dado um DAG ponderado. Para cada vértice, compute a soma dos pesos dos vértices que são atingíveis a partir deste vértice (inclusive o próprio vértice).**

## Input

*The first line contains an integer  $T$ , denoting the number of test cases.*

*For each test case, the first line contains two positive integers  $n$  and  $m$ , denoting the number of vertices and the number of edges in the DAG.*

*The second line contains  $n$  positive integers  $w_1, \dots, w_n$ , denoting the weights of vertices.*

*The next  $m$  lines contain two positive integers  $u, v$ , denoting an edge from  $u$  to  $v$ .*

## Output

*For each test case, print a line consisting of  $n$  numbers, denoting the sum for each vertex.*

## Entrada

A primeira linha contém um inteiro  $T$ , o qual indica o número de casos de teste.

A primeira linha de um caso de teste contém dois inteiros positivos  $n$  e  $m$ , representando o número de vértices e o número de arestas no DAG.

A segunda linha contém  $n$  inteiros positivos  $w_1, \dots, w_n$ , que representam os pesos dos vértices.

As próximas  $m$  linhas contém dois inteiros positivos  $u, v$ , indicando uma aresta de  $u$  a  $v$ .

## Saída

Para cada caso de teste imprima uma linha contendo  $n$  números, que correspondem à soma para cada vértice.

## Constraints

**Input Set 1:**  $T \leq 40, n \leq 100, m \leq 10000$

**Input Set 2:**  $T \leq 2, n \leq 1000, m \leq 500000$

**Input Set 3:**  $T \leq 2, n \leq 20000, m \leq 500000$

**The weights are no more than 1000.**

## Restrições

**Conjunto de entradas 1:**  $T \leq 40, n \leq 100, m \leq 10000$

**Conjunto de entradas 2:**  $T \leq 2, n \leq 1000, m \leq 500000$

**Conjunto de entradas 3:**  $T \leq 2, n \leq 20000, m \leq 500000$

**Os pesos não são maiores do que 1000.**

## **Exemplo de entrada e saída**



## Exemplo de entrada e saída

4 3

## Exemplo de entrada e saída

4 3



*# de vértices*

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
↑  
*# de arestas*

## Exemplo de entrada e saída

4 3

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990  
↑  
 $w_1$

1

2

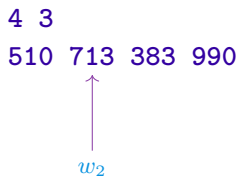
3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990

$w_2$



A diagram illustrating a weight  $w_2$  (in blue) pointing upwards to the second column of a 2x4 matrix. The matrix is shown in purple text. The first row contains the values 4 and 3, and the second row contains 510, 713, 383, and 990. The weight  $w_2$  is positioned below the first column, with an arrow pointing to the second column.

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990



$w_3$

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3

510 713 383 990

$w_4$

1

2

3

4



## Exemplo de entrada e saída

4 3

510 713 383 990

4 1

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3

510 713 383 990

4 1



*u*

1

2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990  
4 1  
↑  
 $v$

1

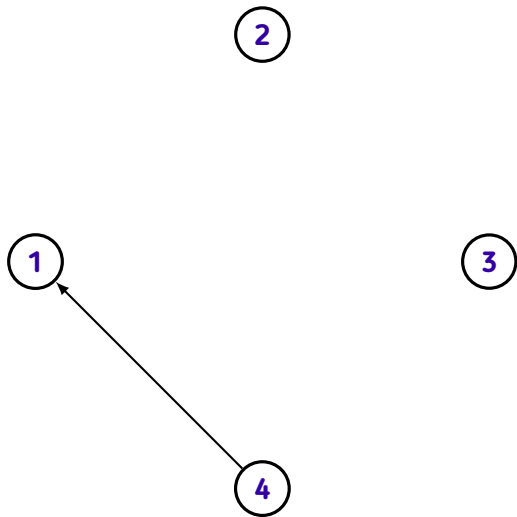
2

3

4

## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990  
4 1  
↑  
 $v$



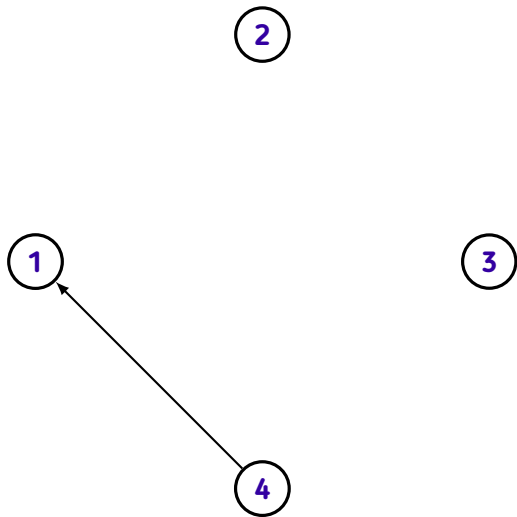
## Exemplo de entrada e saída

4 3

510 713 383 990

4 1

4 2



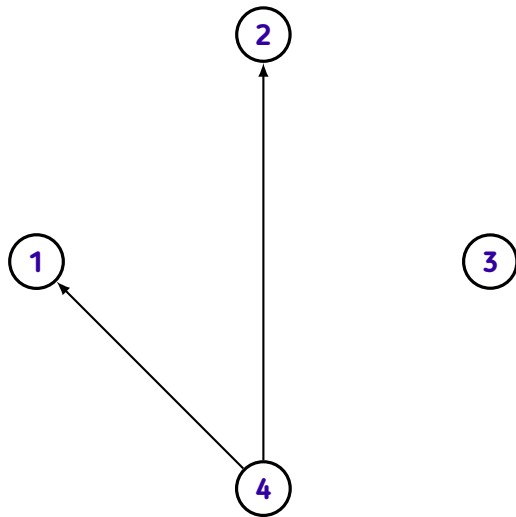
## Exemplo de entrada e saída

4 3

510 713 383 990

4 1

4 2



## Exemplo de entrada e saída

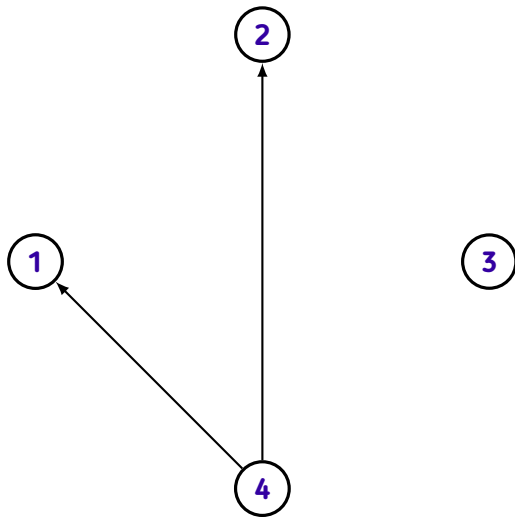
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

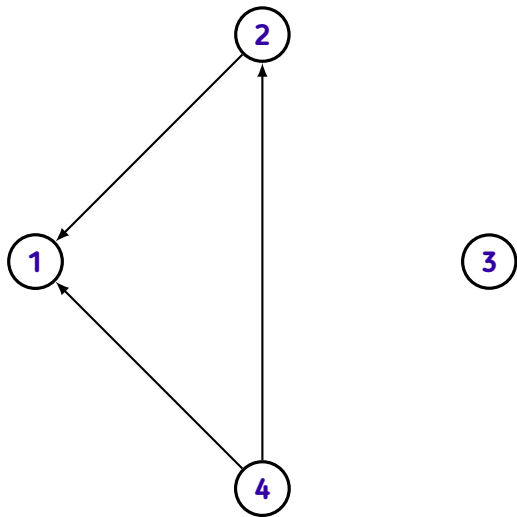
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1





## Exemplo de entrada e saída

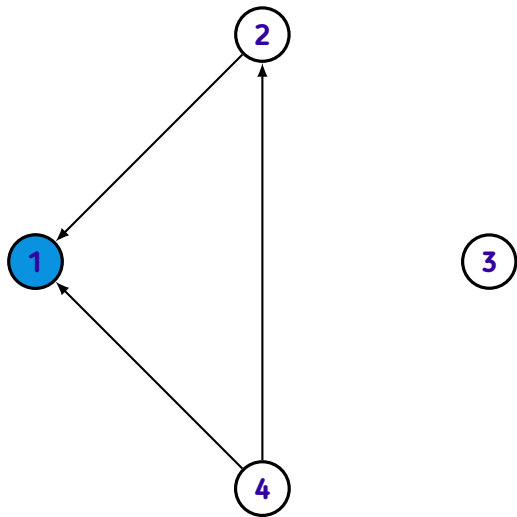
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

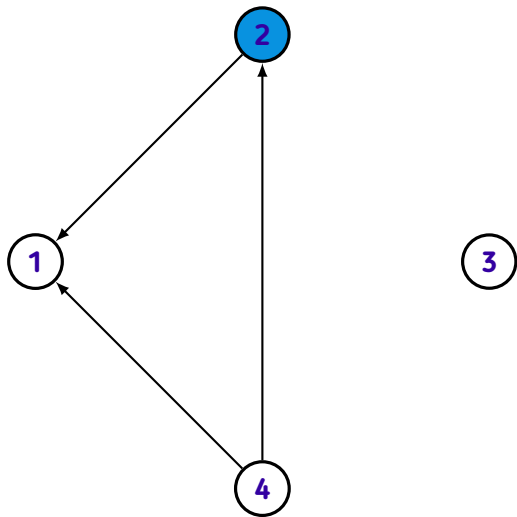
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

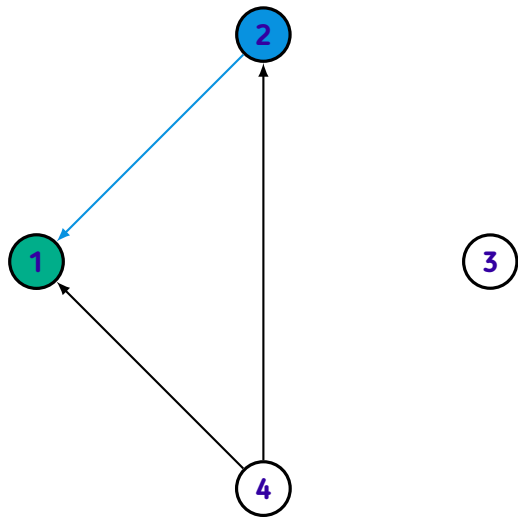
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

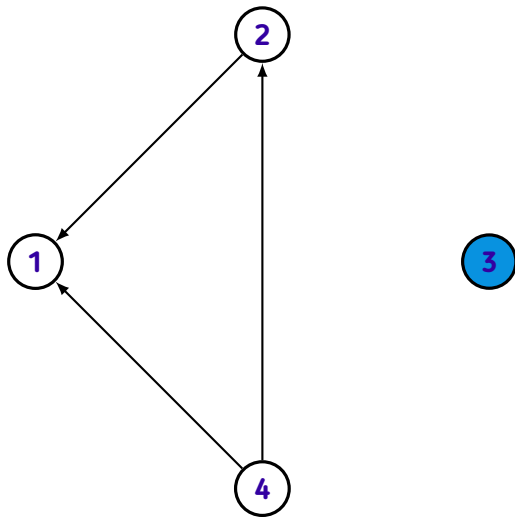
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

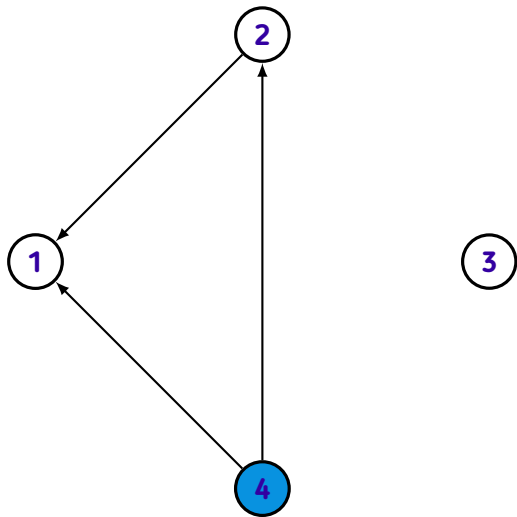
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

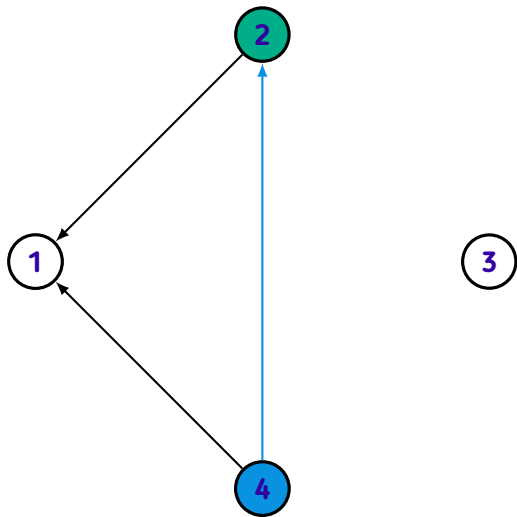
4 3

510 713 383 990

4 1

4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

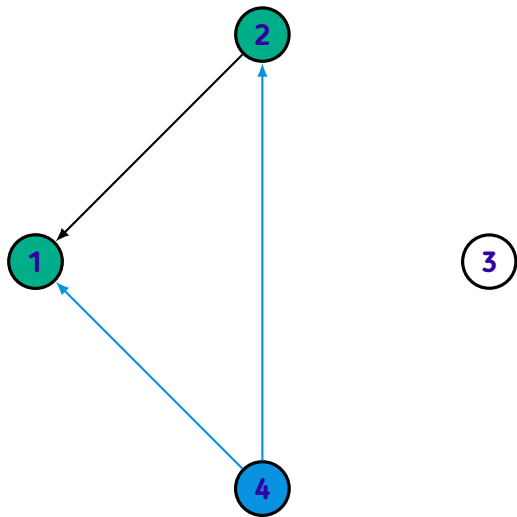
4 3

510 713 383 990

4 1

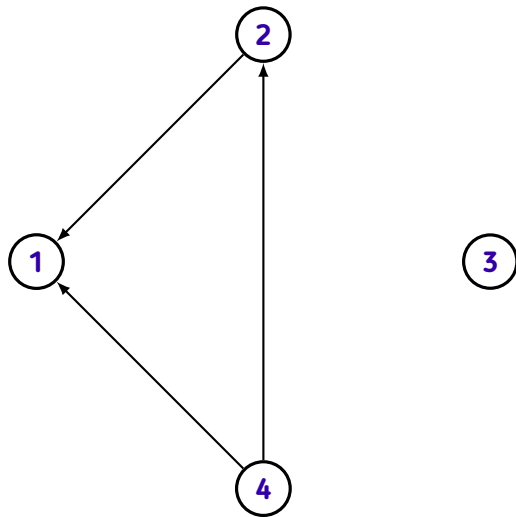
4 2

2 1



## Exemplo de entrada e saída

4 3  
510 713 383 990  
4 1  
4 2  
2 1  
↓  
510 1223 383 2213





## **Solução**

## Solução

- ★ Uma travessia pode determinar o alcance do vértice  $u$  e determinar a soma desejada

## Solução

- ★ Uma travessia pode determinar o alcance do vértice  $u$  e determinar a soma desejada
- ★ Seriam  $N$  travessias, cada uma realizada em  $O(N + M)$

## Solução

- ★ Uma travessia pode determinar o alcance do vértice  $u$  e determinar a soma desejada
- ★ Seriam  $N$  travessias, cada uma realizada em  $O(N + M)$
- ★ A complexidade desta solução é  $O(N^2 + NM)$

## Solução

- ★ Uma travessia pode determinar o alcance do vértice  $u$  e determinar a soma desejada
- ★ Seriam  $N$  travessias, cada uma realizada em  $O(N + M)$
- ★ A complexidade desta solução é  $O(N^2 + NM)$
- ★ Veredito: TLE!

## Solução

★ Contudo, com as devidas otimizações, é possível obter um veredito AC com uma solução com complexidade  $O(N^2 + NM)$

## Solução

- ★ Contudo, com as devidas otimizações, é possível obter um veredito AC com uma solução com complexidade  $O(N^2 + NM)$
- ★ A primeira providência é utilizar I/O eficiente (`printf()`/`scanf()`)

## Solução

- ★ Contudo, com as devidas otimizações, é possível obter um veredito AC com uma solução com complexidade  $O(N^2 + NM)$
- ★ A primeira providência é utilizar I/O eficiente (`printf()`/`scanf()`)
- ★ Devido a natureza do problema, não é possível utilizar uma DP que use as somas como estado do problema



## Solução

- ★ Contudo, com as devidas otimizações, é possível obter um veredito AC com uma solução com complexidade  $O(N^2 + NM)$
- ★ A primeira providência é utilizar I/O eficiente (`printf()`/`scanf()`)
- ★ Devido a natureza do problema, não é possível utilizar uma DP que use as somas como estado do problema
- ★ Isto porque, se um vértice  $u$  atingir  $v$  por mais de um caminho, o peso de  $v$  seria totalizado mais de uma vez

## Solução

★ Seja  $R[u]$  o conjunto dos vértices alcançáveis a partir de  $u$

## Solução

- ★ Seja  $R[u]$  o conjunto dos vértices alcançáveis a partir de  $u$
- ★ Se o grau de saída de  $u$  é igual a zero, então  $R[u] = \{ u \}$

## Solução

- ★ Seja  $R[u]$  o conjunto do vértices alcançáveis a partir de  $u$
- ★ Se o grau de saída de  $u$  é igual a zero, então  $R[u] = \{ u \}$
- ★ Caso contrário, se os estados forem computados na ordem inversa da ordenação topológica, então

$$R[u] = \{ u \} \cup \{ R[v_1] \cup R[v_2] \cup \dots, R[v_k] \}, \quad \forall (u, v_i) \in E$$

## Solução

★ Seja  $R[u]$  o conjunto do vértices alcançáveis a partir de  $u$

★ Se o grau de saída de  $u$  é igual a zero, então  $R[u] = \{ u \}$

★ Caso contrário, se os estados forem computados na ordem inversa da ordenação topológica, então

$$R[u] = \{ u \} \cup \{ R[v_1] \cup R[v_2] \cup \dots, R[v_k] \}, \quad \forall (u, v_i) \in E$$

★ Dadas as restrições de tempo,  $R[u]$  deve ser representado por um **bitset**

## Solução

- ★ Além disso, a implementação deste *bitset* deve ser customizada

## Solução

- ★ Além disso, a implementação deste **bitset** deve ser customizada
- ★ Se os elementos são representados em  $R[u]$  por seus índices na ordenação topológica, a união pode ser feita de forma mais eficiente

## Solução

- ★ Além disso, a implementação deste **bitset** deve ser customizada
- ★ Se os elementos são representados em  $R[u]$  por seus índices na ordenação topológica, a união pode ser feita de forma mais eficiente
- ★ Isto porque todo vértice  $v$  alcançável a partir do vértice  $u$  o sucederá na ordenação topológica



## Solução

- ★ Além disso, a implementação deste **bitset** deve ser customizada
- ★ Se os elementos são representados em  $R[u]$  por seus índices na ordenação topológica, a união pode ser feita de forma mais eficiente
- ★ Isto porque todo vértice  $v$  alcançável a partir do vértice  $u$  o sucederá na ordenação topológica
- ★ Assim, ao contrário do **bitset** do C++, é possível unir  $R[u]$  e  $R[v_i]$  somente até o índice de  $u$  na ordenação topológica

```
void solve(int N)
{
    auto o = reverse_topological_sort(N);

    for (int i = 0; i < N; ++i) {
        auto u = o[i];
        setbit(R, u, i);

        for (auto v : adj[u])
            sets_union(R, u, v, i);
    }

    for (int u = 1; u <= N; ++u) {
        ans[u] = 0;

        for (int i = 0; i < N; ++i)
            if (getbit(R, u, i))
                ans[u] += cost[o[i]];
    }
}
```

```
#define setbit(R, u, pos) R[u][pos >> 5] |= (1U << (pos & 0x1f))  
#define getbit(R, u, pos) R[u][pos >> 5] & (1U << (pos & 0x1f))  
#define sets_union(R, u, v, pos) for (int k = 0; k <= (pos >> 5); ++k) \  
    { R[u][k] |= R[v][k]; }
```