

Grafos

Árvore Geradora Mínima: Definição

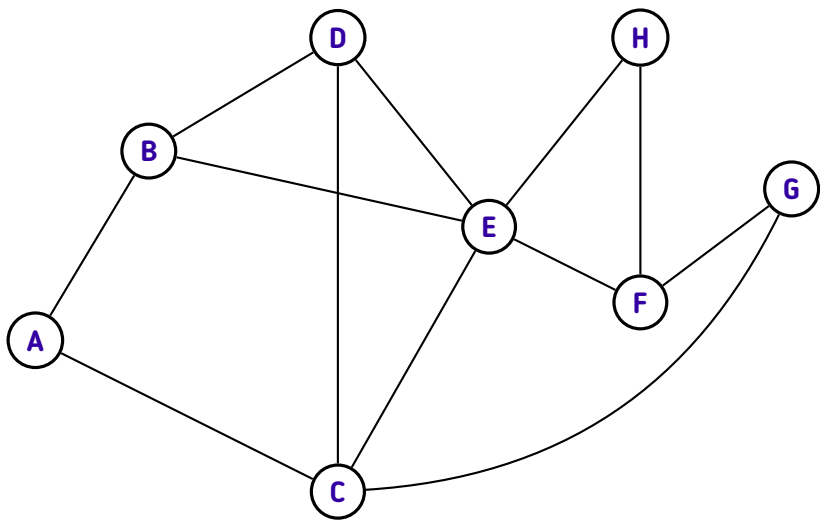
Prof. Edson Alves

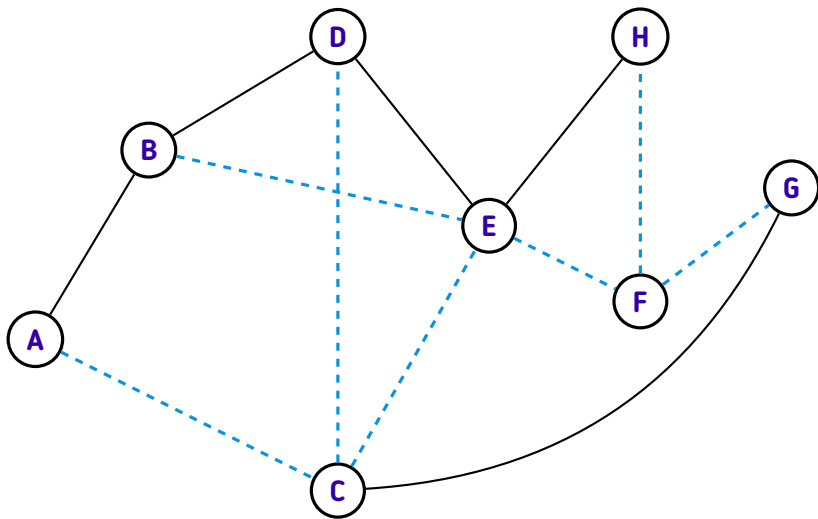
Faculdade UnB Gama

Árvores geradoras

Árvores geradoras

Seja $G(V, E)$ um grafo. Uma **árvore geradora de G** é um subgrafo $T(V, E')$ de G tal que T é uma árvore que contém todos os vértices de G .





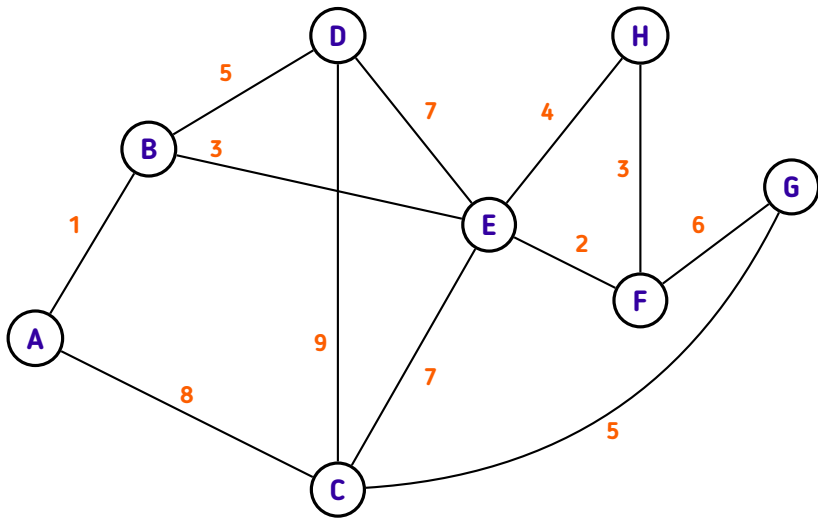
Árvore mínima geradora

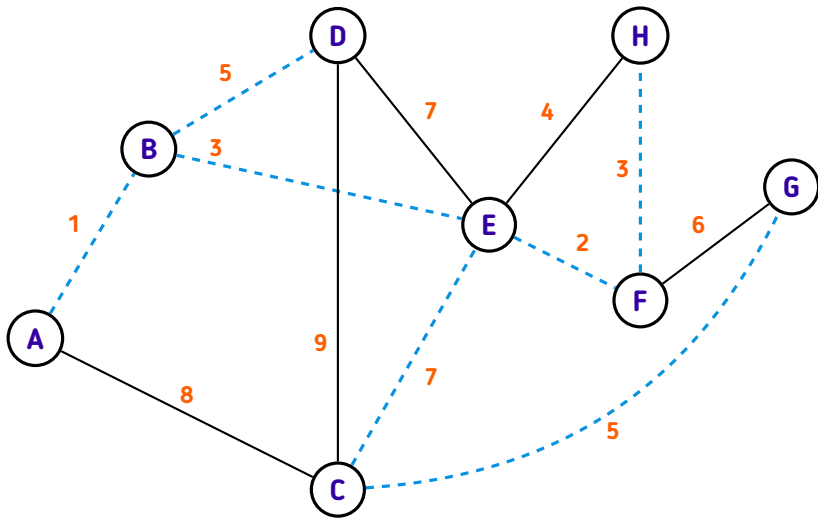
Árvore mínima geradora

Seja $G(V, E)$ um grafo ponderado. Uma árvore geradora $T(V, E')$ de G é uma árvore mínima geradora (MST) de G se a soma

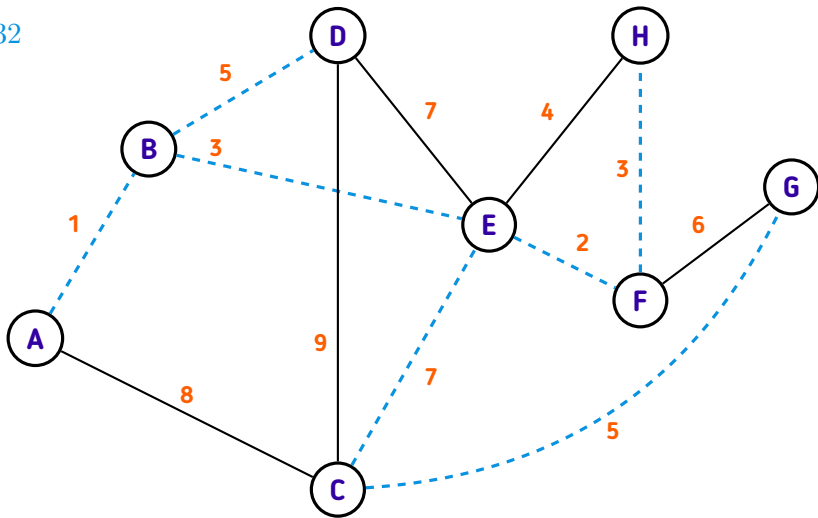
$$c(T) = \sum_{e \in E'} w(e)$$

é mínima.





$$c(T) = 32$$



Propriedades da árvore mínima geradora

Propriedades da árvore mínima geradora

- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos

Propriedades da árvore mínima geradora

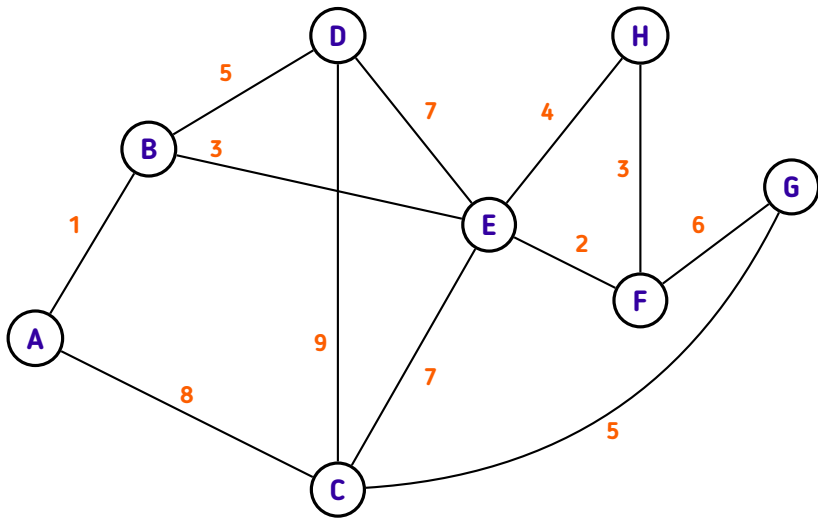
- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas

Propriedades da árvore mínima geradora

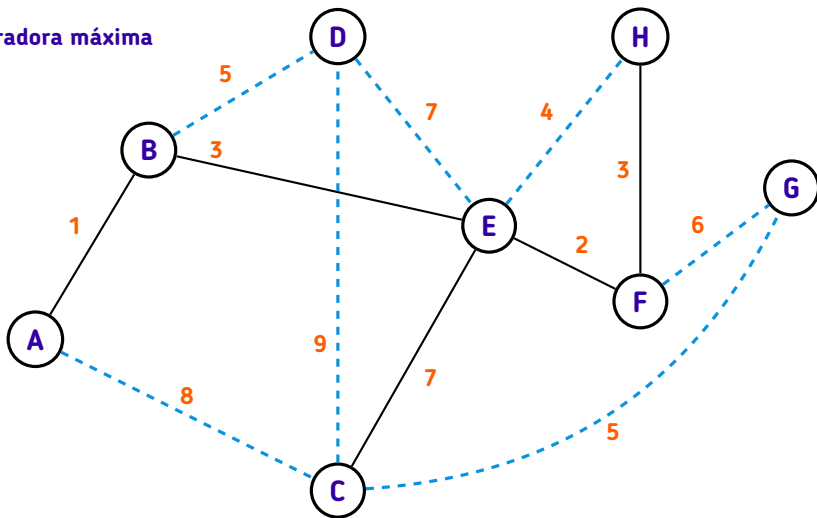
- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas
- ★ A árvore máxima geradora pode ser obtida invertendo os sinais dos pesos de todas as arestas

Propriedades da árvore mínima geradora

- ★ A MST é única apenas se todos os pesos forem distintos
- ★ A MST minimiza o produto dos pesos, se as arestas forem positivas
- ★ A árvore máxima geradora pode ser obtida invertendo os sinais dos pesos de todas as arestas
- ★ A MST minimiza o peso máximo das arestas, quando consideradas todas as árvores geradoras (minimax)



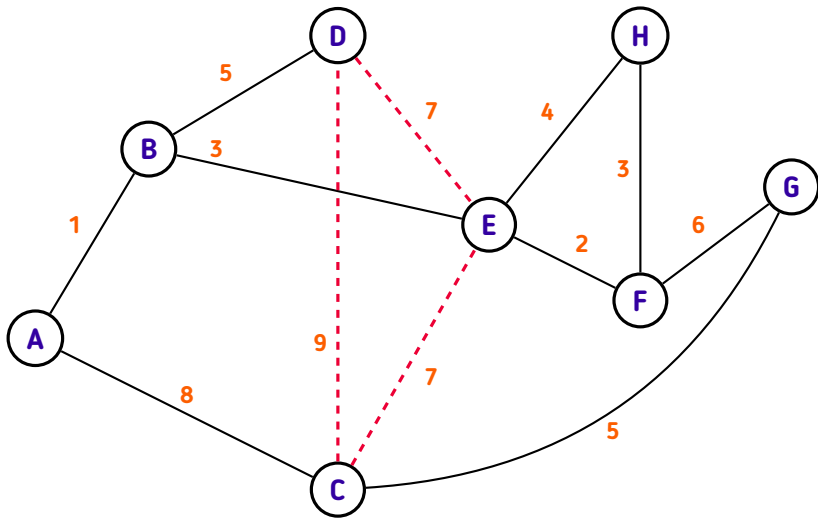
Árvore geradora máxima



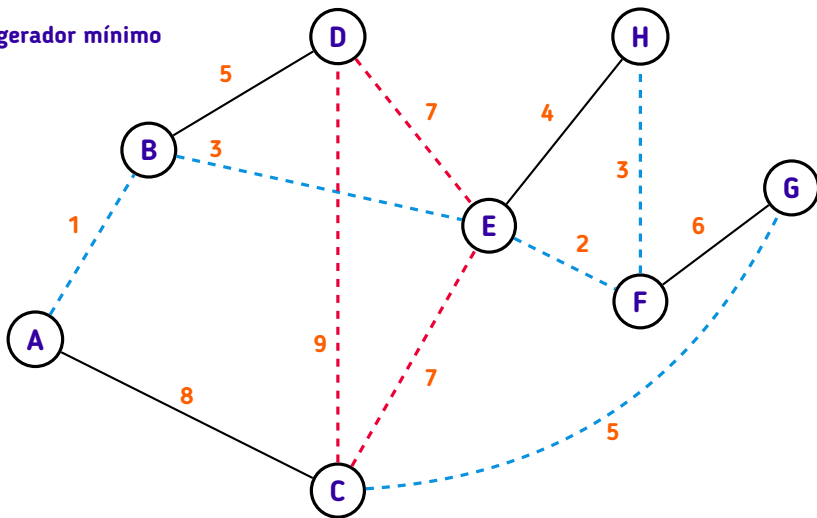
Subgrafo gerador mínimo

Subgrafo gerador mínimo

Seja $G(V, E)$ um grafo ponderado e $X \subset E$. O subgrafo gerador mínimo $S_X(V, E')$ de G é o subgrafo de S_X de G , de custo mínimo, tal que $X \subseteq E'$.

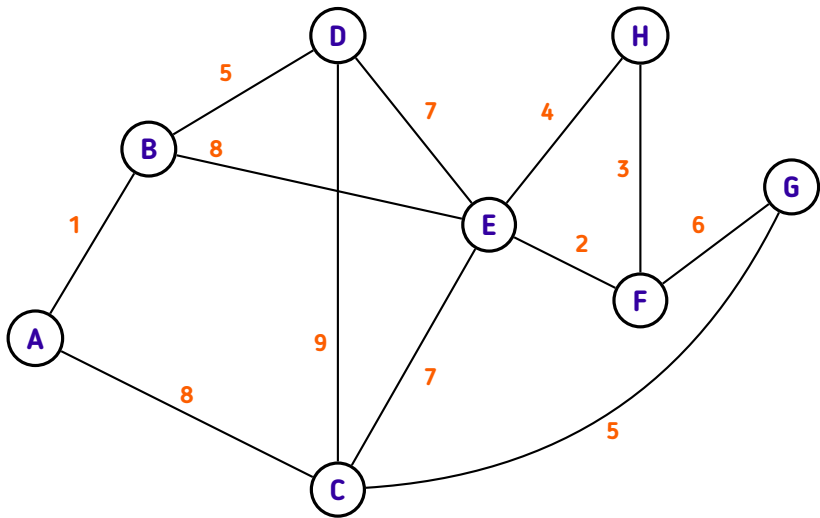


Subgrafo gerador mínimo

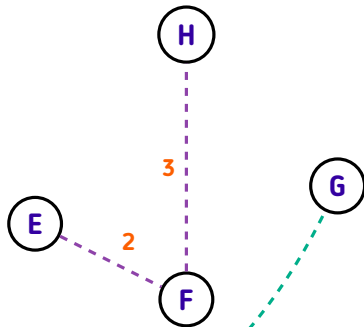
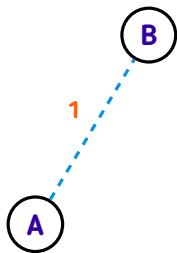


Floresta geradora mínima

Seja $G(V, E)$ um grafo ponderado. A floresta mínima geradora F_k de G é um subgrafo $F_k(V, E')$ de G , de custo mínimo, formado por exatamente k componentes conectados, sendo cada componente conectado uma árvore.



Floresta mínima geradora F_4



Referências

1. CP-Algorithm. *Minimum spanning tree – Kruskall's algorithm*, acesso em 24/08/2021.
2. DROZDEK, Adam. *Algoritmos e Estruturas de Dados em C++*, 2002.
3. HALIM, Felix; HALIM, Steve. *Competitive Programming 3*, 2010.
4. LAAKSONEN, Antti. *Competitive Programmer's Handbook*, 2018.
5. SKIENA, Steven; REVILLA, Miguel. *Programming Challenges*, 2003.