

# OJ 10369

*Arctic Network*

**Prof. Edson Alves**

***Faculdade UnB Gama***

The Department of National Defence (DND) wishes to connect several northern outposts by a wireless network. Two different communication technologies are to be used in establishing the network: every outpost will have a radio transceiver and some outposts will in addition have a satellite channel.

Any two outposts with a satellite channel can communicate via the satellite, regardless of their location. Otherwise, two outposts can communicate by radio only if the distance between them does not exceed  $D$ , which depends of the power of the transceivers. Higher power yields higher  $D$  but costs more. Due to purchasing and maintenance considerations, the transceivers at the outposts must be identical; that is, the value of  $D$  is the same for every pair of outposts.

Your job is to determine the minimum  $D$  required for the transceivers. There must be at least one communication path (direct or indirect) between every pair of outposts.

O Departamento de Defesa Nacional (DDN) deseja conectar vários postos avançados do norte através de uma rede sem fio. Duas tecnologias de comunicação diferentes serão utilizadas para estabelecer a rede: todo posto terá um transmissor via rádio e alguns postos terão um canal via satélite adicional.

Quaisquer dois postos com canais via satélite podem se comunicar, independentemente de suas localizações. Caso contrário, dois postos podem se comunicar via rádio somente se a distância entre eles não excede  $D$ , o qual depende da potência dos transmissores. Maior potência leva a um maior valor de  $D$ , porém o custo também aumenta. Devido a fatores relacionados a compra e manutenção, todos os transmissores dos postos serão idênticos; isto é, o valor de  $D$  é o mesmo para qualquer par de postos.

Seu trabalho é determinar o valor mínimo de  $D$ . Deve haver no mínimo um canal de comunicação (direto ou indireto) entre qualquer par de postos.

## Input

*The first line of input contains  $N$ , the number of test cases. The first line of each test case contains  $1 \leq S \leq 100$ , the number of satellite channels, and  $S < P \leq 500$ , the number of outposts.  $P$  lines follow, giving the  $(x, y)$  coordinates of each outpost in km (coordinates are integers between 0 and 10.000).*

## Output

*For each case, output should consist of a single line giving the minimum  $D$  required to connect the network. Output should be specified to 2 decimal points.*

## Entrada

A primeira linha da entrada contém  $N$ , o número de casos de teste. A primeira linha de cada caso de teste contém  $1 \leq S \leq 100$ , o número de canais de satélite, e  $S < P \leq 500$ , o número de postos. As  $P$  linhas seguintes contém as coordenadas  $(x, y)$  de cada posto, em km (coordenadas são inteiros entre 0 e 10.000).

## Saída

Para cada caso de teste, imprima uma única linha com o valor mínimo de  $D$  necessário para conectar a rede. A saída deve ser dada com 2 casas decimais.

## **Exemplo de entrada e saída**

## Exemplo de entrada e saída

2 4

## Exemplo de entrada e saída

2 4



*# de canais de satélite*



## Exemplo de entrada e saída

2 4  
↑  
*# de postos*

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

## Exemplo de entrada e saída

2 4  
0 100  
↑  
 $x$

## Exemplo de entrada e saída

2 4  
0 100  
↑  
*y*

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

1

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

0 300

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

0 300

2

1

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

0 300

0 600

2

1



## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

0 300

0 600

3

2

1

## Exemplo de entrada e saída

3

2 4

0 100

0 300

0 600

150 750

2

1

## Exemplo de entrada e saída

2 4

0 100

0 300

0 600

150 750

3

2

1

4

## Exemplo de entrada e saída

3

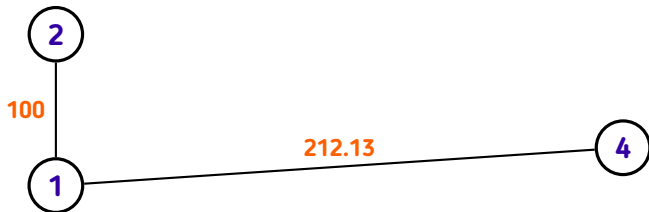
2 4

0 100

0 300

0 600

150 750



## Exemplo de entrada e saída

3

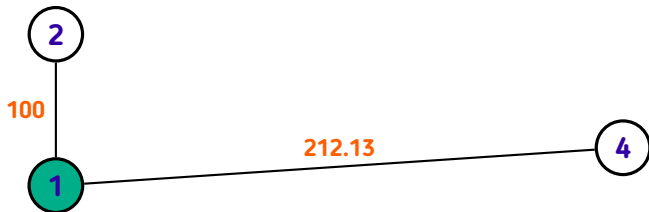
2 4

0 100

0 300

0 600

150 750



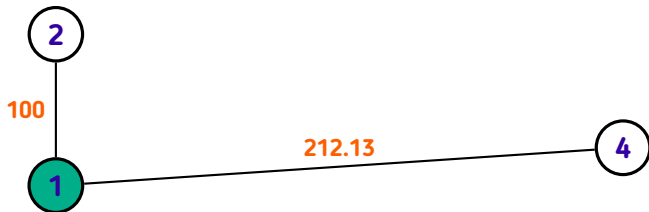
## Exemplo de entrada e saída

3

2 4  
0 100  
0 300  
0 600  
150 750



212.13



## Solução

## Solução

★ O problema pode ser modelado como um grafo  $G$  onde os postos são os vértices e as arestas são comunicações via rádio



## Solução

- ★ O problema pode ser modelado como um grafo  $G$  onde os postos são os vértices e as arestas são comunicações via rádio
- ★ Se for identificada uma floresta geradora mínima  $F_S$  de  $G$ , em cada componente um posto é escolhido para receber o canal via satélite

## Solução

- ★ O problema pode ser modelado como um grafo  $G$  onde os postos são os vértices e as arestas são comunicações via rádio
- ★ Se for identificada uma floresta geradora mínima  $F_S$  de  $G$ , em cada componente um posto é escolhido para receber o canal via satélite
- ★ Assim, se  $u$  e  $v$  estão no mesmo componente, eles se comunicam via rádio

## Solução

- ★ O problema pode ser modelado como um grafo  $G$  onde os postos são os vértices e as arestas são comunicações via rádio
- ★ Se for identificada uma floresta geradora mínima  $F_S$  de  $G$ , em cada componente um posto é escolhido para receber o canal via satélite
- ★ Assim, se  $u$  e  $v$  estão no mesmo componente, eles se comunicam via rádio
- ★ Elementos em componentes distintos se comunicam via satélite

# Solução

- ★ O problema pode ser modelado como um grafo  $G$  onde os postos são os vértices e as arestas são comunicações via rádio
- ★ Se for identificada uma floresta geradora mínima  $F_S$  de  $G$ , em cada componente um posto é escolhido para receber o canal via satélite
- ★ Assim, se  $u$  e  $v$  estão no mesmo componente, eles se comunicam via rádio
- ★ Elementos em componentes distintos se comunicam via satélite
- ★ **Cuidado:** Neste problema, o custo da floresta não é a soma dos pesos!

```
double solve(int S, int P, const vector<ii>& ps)
{
    vector<edge> es;

    for (int i = 1; i <= P; ++i)
    {
        auto [x, y] = ps[i];

        for (int j = i + 1; j <= P; ++j)
        {
            auto [z, w] = ps[j];
            auto dist = hypot(x - z, y - w);

            es.emplace_back(dist, i, j);
            es.emplace_back(dist, j, i);
        }
    }

    return msf(S, P, es);
}
```

```
double msf(int k, int N, vector<edge>& es)
{
    sort(es.begin(), es.end());

    double cost = 0;
    int cc = N;
    UnionFind udfs(N);

    for (auto [w, u, v] : es) {
        if (not udfs.same_set(u, v)) {
            cost = max(cost, w);
            udfs.union_set(u, v);

            if (--cc == k)
                return cost;
        }
    }

    return cost;
}
```