

OJ 10212

The Last Non-zero Digit

Prof. Edson Alves - UnB/FGA

OJ 10212 – The Last Non-zero Digit

In this problem you will be given two decimal integer number N, M . You will have to find the last non-zero digit of the P_M^N . This means no of permutations of N things taking M at a time.

Input

The input file contains several lines of input. Each line of the input file contains two integers N ($0 \leq N \leq 200000000$), M ($0 \leq M \leq N$). Input is terminated by end-of-file.

Output

For each line of the input file you should output a single digit, which is the last non-zero digit of P_M^N . For example, if P_M^N is 720 then the last non-zero digit is 2. So in this case your output should be 2.

Exemplo de entrada e saída

Entrada

10 10

10 5

25 6

Saída

8

4

2

Solução com complexidade $O(N \log N)$

- Simplificando a expressão da permutação, temos que

$$P_M^N = N \times (N - 1) \times (N - 2) \times \dots \times (N - M + 1)$$

- A fatoração de P_M^N pode ser obtida por meio da fatoração de cada um dos fatores do produto acima
- A cada par de 2 e 5 na fatoração temos um zero à direita na representação decimal de P_M^N
- A solução, portanto, consiste na eliminação de todos estes pares, e da extração do resto da divisão dos fatores primos restantes
- A complexidade da solução é $O(N \log N)$

Solução com complexidade $O(N \log N)$

```
5 int solve(int n, int m)
6 {
7     int ans = 1, _2s = 0, _5s = 0;
8
9     for (int i = n; i > n - m; i--)
10    {
11        int x = i;
12
13        while (x % 2 == 0)
14        {
15            _2s++;
16            x /= 2;
17        }
18    }
```

Solução com complexidade $O(N \log N)$

```
19     while (x % 5 == 0)
20     {
21         _5s++;
22         x /= 5;
23     }
24
25     ans = (ans * x) % 10;
26 }
27
28 auto _10s = min(_2s, _5s);
29
30 _2s -= _10s;
31 _5s -= _10s;
32
```

Solução com complexidade $O(N \log N)$

```
33  for (int i = 0; i < _2s; i++)
34      ans = (ans * 2) % 10;
35
36  for (int i = 0; i < _5s; i++)
37      ans = (ans * 5) % 10;
38
39  return ans;
40 }
```