Grafos

BFS 0/1

Prof. Edson Alves

Faculdade UnB Gama

Características da BFS 0/1

Características da BFS 0/1

- **Especialização do algoritmo de Dijkstra**

Características da BFS 0/1

- ⋆ **Especialização do algoritmo de Dijkstra**
- ⋆ **Aplicável em grafos cujos pesos das arestas são iguais ou a 0 ou a x**

Características da BFS 0/1

- ⋆ **Especialização do algoritmo de Dijkstra**
- ⋆ **Aplicável em grafos cujos pesos das arestas são iguais ou a 0 ou a x**
- ⋆ **O nome do algoritmo provém do caso $x = 1$**

Características da BFS 0/1

- ⋆ **Especialização do algoritmo de Dijkstra**
- ⋆ **Aplicável em grafos cujos pesos das arestas são iguais ou a 0 ou a x**
- ⋆ **O nome do algoritmo provém do caso $x = 1$**
- ⋆ **Complexidade:** $O(V + E)$

Fila x fila com prioridades

Fila x fila com prioridades

- O algoritmo de Dijkstra usa uma fila com prioridades para identificar o vértice u mais próximo de s ainda não processado

Fila x fila com prioridades

⋆ **O algoritmo de Dijkstra usa uma fila com prioridades para identificar o vértice u mais próximo de s ainda não processado**

⋆ **Com a restrição dos pesos w_i ao conjunto $\{0, 1\}$, o relaxamento terá apenas duas opções**

Fila x fila com prioridades

⋆ **O algoritmo de Dijkstra usa uma fila com prioridades para identificar o vértice u mais próximo de s ainda não processado**

⋆ **Com a restrição dos pesos w_i ao conjunto $\{0, 1\}$, o relaxamento terá apenas duas opções**

⋆ **Se (u, v) tem peso w e $\text{dist}(s, v) > \text{dist}(s, u) + w$, então após o relaxamento ou $\text{dist}(s, v) = \text{dist}(s, u)$ ou $\text{dist}(s, v) = \text{dist}(s, u) + 1$**

Fila x fila com prioridades

⋆ **O algoritmo de Dijkstra usa uma fila com prioridades para identificar o vértice u mais próximo de s ainda não processado**

⋆ **Com a restrição dos pesos w_i ao conjunto $\{0, 1\}$, o relaxamento terá apenas duas opções**

⋆ **Se (u, v) tem peso w e $\text{dist}(s, v) > \text{dist}(s, u) + w$, então após o relaxamento ou $\text{dist}(s, v) = \text{dist}(s, u)$ ou $\text{dist}(s, v) = \text{dist}(s, u) + 1$**

⋆ **Deste modo, a fila de prioridades pode ser substituída por uma fila simples**

Pseudocódigo

Pseudocódigo

Entrada: um grafo $G(V, E)$ cujos pesos $w_i \in \{0, x\}$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

Pseudocódigo

Entrada: um grafo $G(V, E)$ cujos pesos $w_i \in \{0, x\}$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

1. Faça $d[s] = 0$, $d[u] = \infty$ se $u \neq s$ e seja $Q = \{s\}$ a fila

Pseudocódigo

Entrada: um grafo $G(V, E)$ cujos pesos $w_i \in \{0, x\}$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

1. Faça $d[s] = 0$, $d[u] = \infty$ se $u \neq s$ e seja $Q = \{s\}$ a fila

2. Enquanto $Q \neq \emptyset$:
   - (a) Seja u o primeiro elemento de Q
   - (b) Se (u, v) torna $d[v] = d[u]$, insira v na primeira posição de Q
   - (c) Se (u, v) torna $d[v] = d[u] + x$, insira v na última posição de Q
   - (d) Remova u de Q

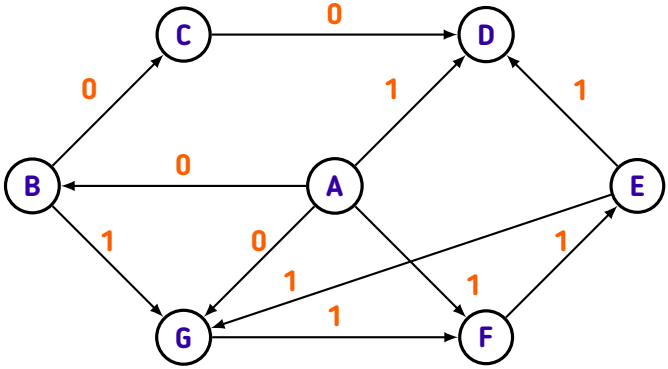
Pseudocódigo

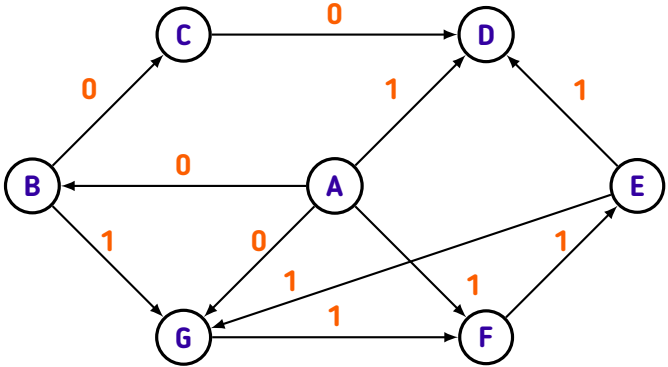
Entrada: um grafo $G(V, E)$ cujos pesos $w_i \in \{0, x\}$ e um vértice $s \in V$
Saída: um vetor d tal que $d[u]$ é a distância mínima em G entre s e u

1. Faça $d[s] = 0$, $d[u] = \infty$ se $u \neq s$ e seja $Q = \{s\}$ a fila

2. Enquanto $Q \neq \emptyset$:
   - (a) Seja u o primeiro elemento de Q
   - (b) Se (u, v) torna $d[v] = d[u]$, insira v na primeira posição de Q
   - (c) Se (u, v) torna $d[v] = d[u] + x$, insira v na última posição de Q
   - (d) Remova u de Q

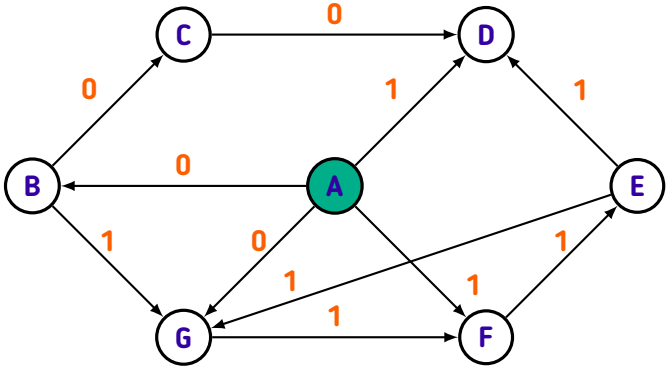
3. Retorne d


C
D
B
A
E
G
F
0
0
1
1
0
1
0
1
1
1
1



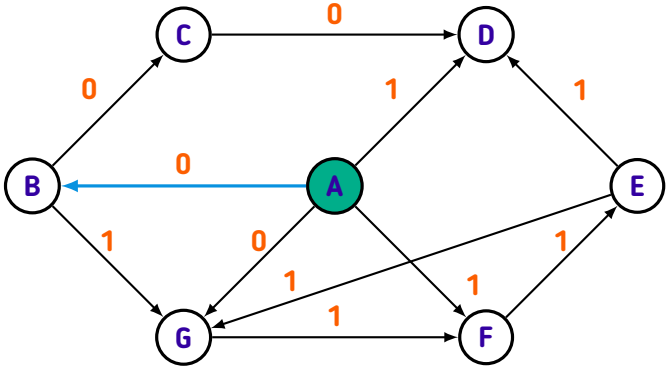
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

$Q = \{$ **A** $\}$



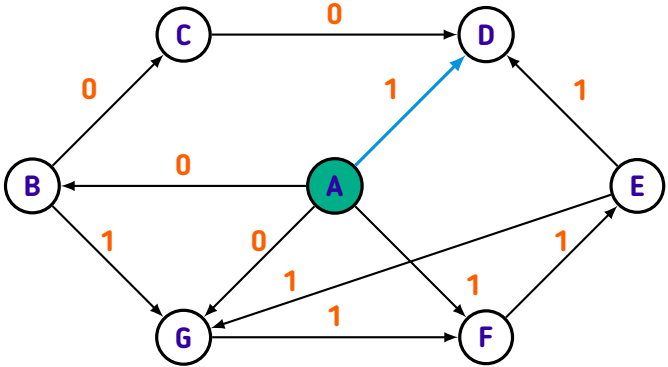
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

$Q = \{\ \}$



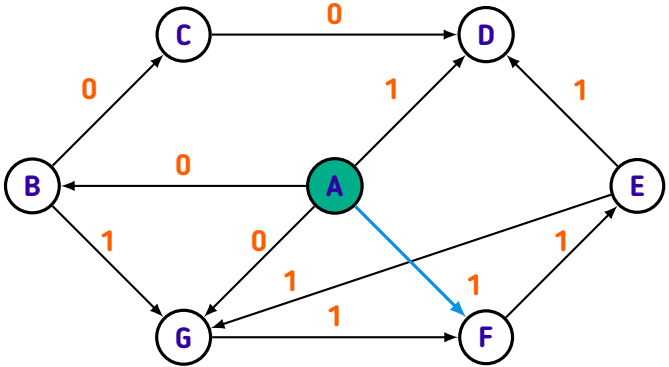
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	**0**	∞	∞	∞	∞	∞

$Q = \{$ **B** $\}$



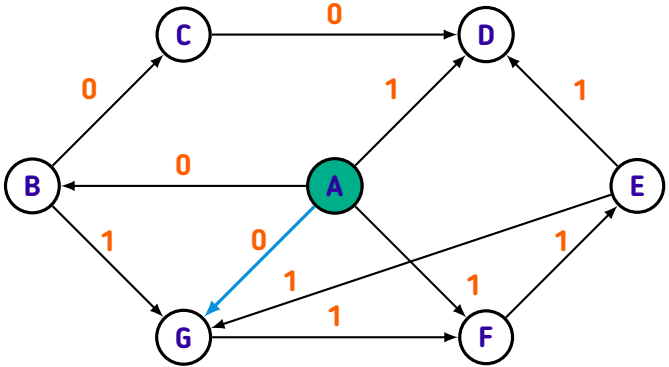
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	**1**	∞	∞	∞

$Q = \{$ **B, D** $\}$



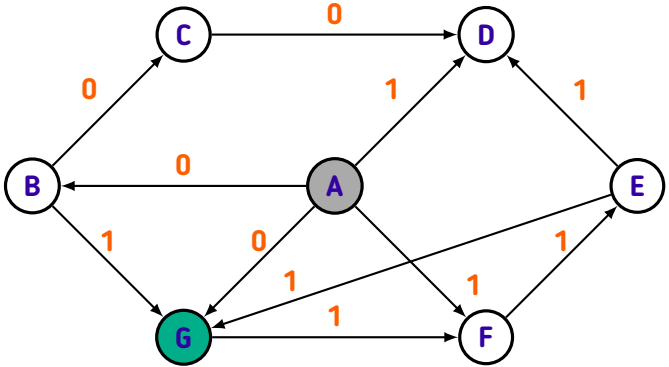
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	1	∞	**1**	∞

$Q = \{$ **B, D, F** $\}$



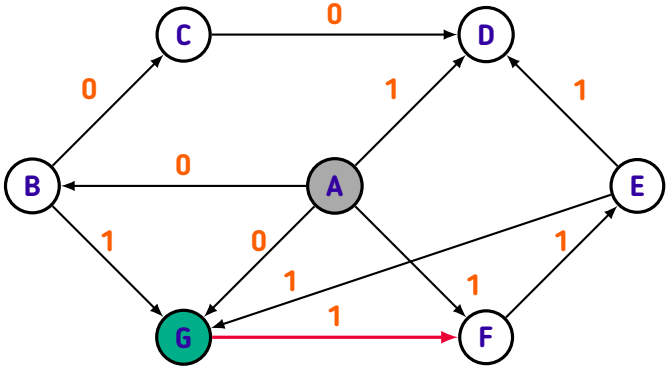
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	1	∞	1	**0**

$Q = \{$ **G, B, D, F** $\}$



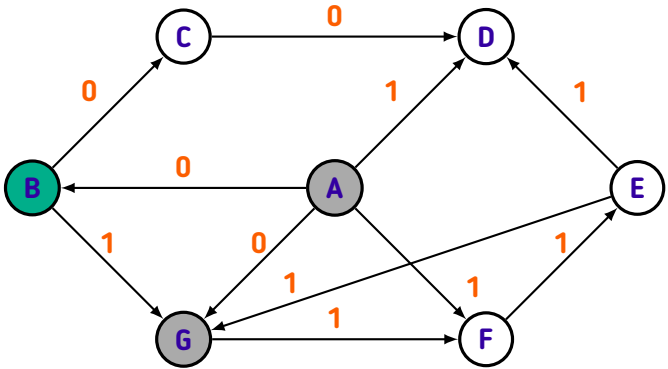
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	1	∞	1	0

$Q = \{$ **B, D, F** $\}$



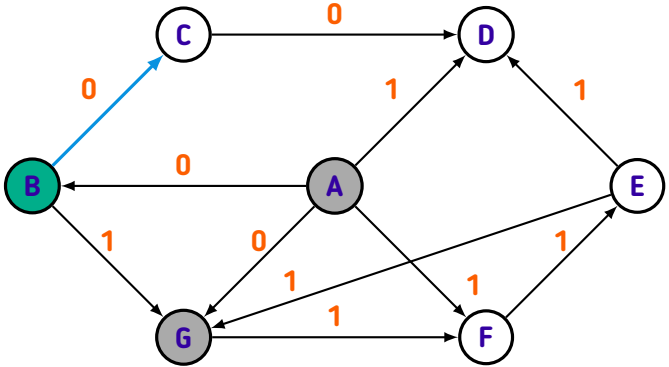
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	1	∞	1	0

$Q = \{$ **B, D, F** $\}$



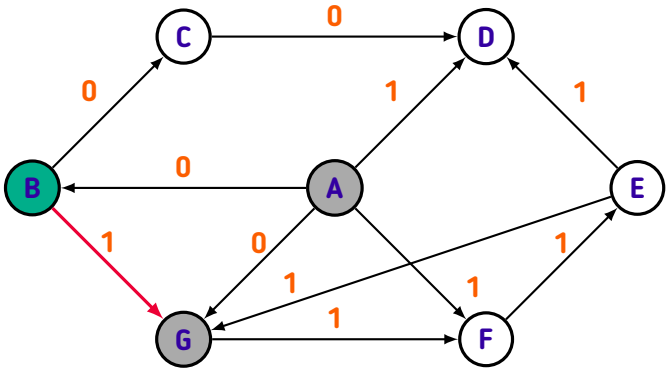
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	∞	1	∞	1	0

$Q = \{$ **D, F** $\}$



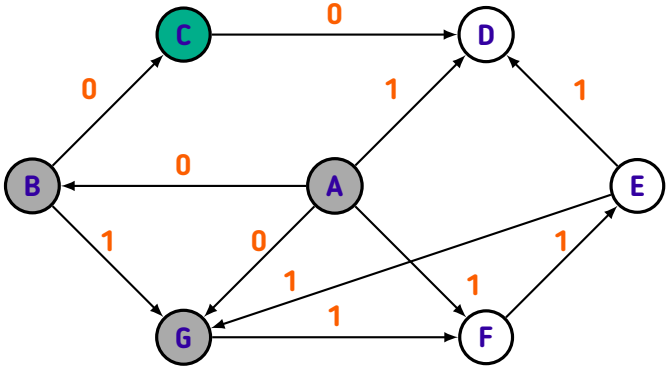
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	**0**	1	∞	1	0

$Q = \{$ **C, D, F** $\}$



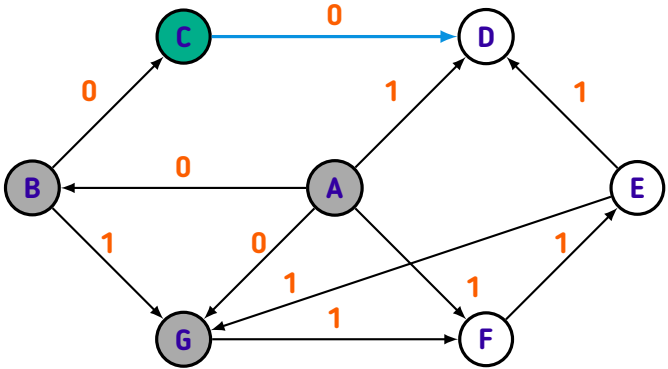
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	1	∞	1	0

$Q = \{$ **C, D, F** $\}$



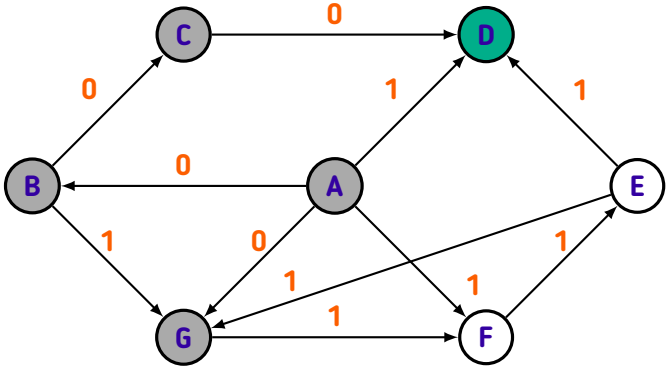
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	1	∞	1	0

$Q = \{$ **D, F** $\}$



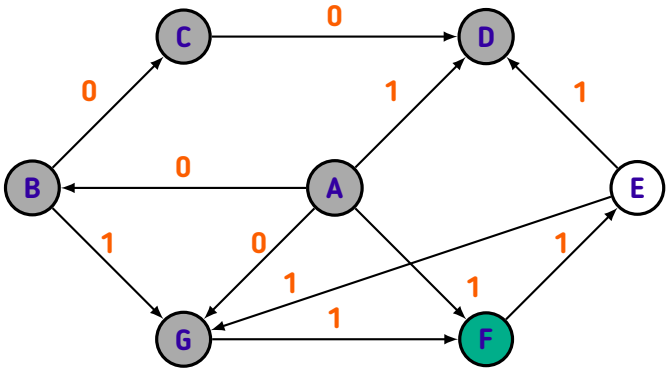
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	**0**	∞	1	0

$Q = \{$ **D, F** $\}$



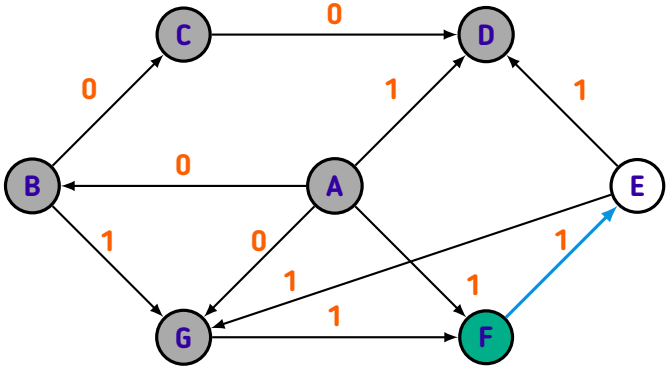
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	∞	1	0

$Q = \{$ **F** $\}$



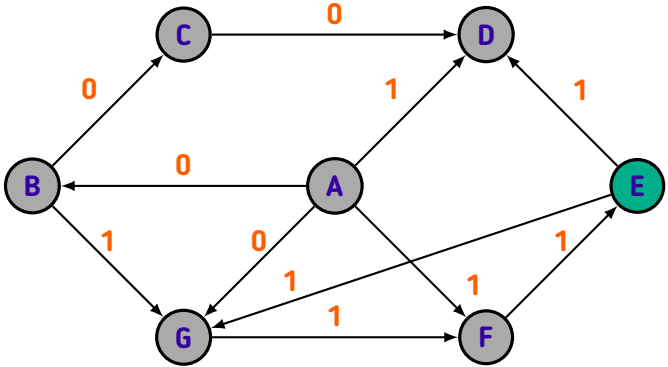
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	∞	1	0

$Q = \{\ \}$



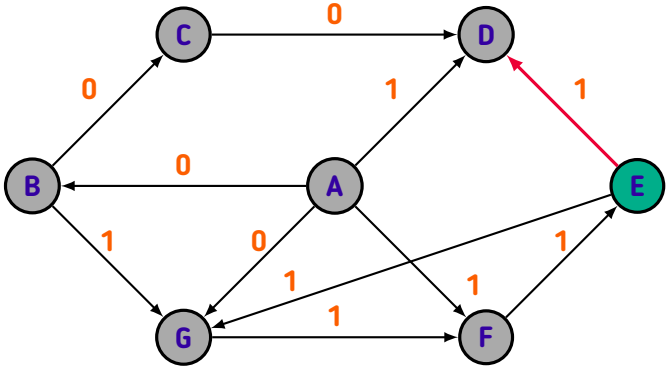
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	**2**	1	0

$Q = \{$ **E** $\}$



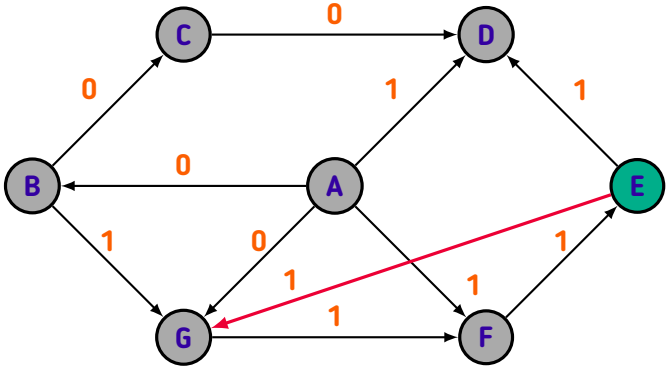
	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	2	1	0

$Q = \{\ \}$



	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	2	1	0

$Q = \{\ \}$



	A	B	C	D	E	F	G
dist(u, **A**)	0	0	0	0	2	1	0

$Q = \{\ \}$

```cpp
vector<int> bfs_01(int s, int N) {
    vector<int> dist(N + 1, oo);
    dist[s] = 0;

    deque<int> q;
    q.emplace_back(s);

    while (not q.empty()) {
        auto u = q.front();
        q.pop_front();

        for (auto [v, w] : adj[u])
            if (dist[v] > dist[u] + w) {
                dist[v] = dist[u] + w;
                w == 0 ? q.emplace_front(v) : q.emplace_back(v);
            }
    }

    return dist;
}
```

Problemas sugeridos

1. **AtCoder Beginner Contest 176 – Problem D: Wizard in Maze**
2. **Codeforces Round #516 (Div. 1) – Problem B: Labyrinth**
3. **OJ 11573 – Ocean Currents**
4. **SPOJ KATHTHI – KATHTHI**

Referências

1. **Codeforces**, ***0-1 BFS [Tutorial].*** **himanshujaju's blog, acesso em 19/07/2021.**
2. **CP-Algorithms**, ***0-1 BFS.*** **Acesso em 19/07/2021.**
3. **HALIM**, **Felix**; **HALIM**, **Steve**. ***Competitive Programming 3*****, 2010.**
4. **LAAKSONEN**, **Antti**. ***Competitive Programmer's Handbook*****, 2018.**
5. **SKIENA**, **Steven**; **REVILLA**, **Miguel**. ***Programming Challenges*****, 2003.**