

Matemática

Logaritmos

Prof. Edson Alves
Faculdade UnB Gama

Definição de logaritmo

Sejam a, x dois números reais tais que $a > 1$. Dizemos que y é o logaritmo de x na base a se $a^y = x$. **Notação:** $y = \log_a x$.

Duas importantes propriedades decorrente diretamente desta definição:

1. Como a base a é estritamente maior do que 1, o logaritmo não está definido para valores de x menores ou iguais a zero;
2. $\log_a 1 = 0$, qualquer que seja a base $a > 1$.

Propriedades dos logaritmos

Sejam a, x, y três números reais tais que $a > 1$. Vale que

$$1. \log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$2. \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$3. \log_a x^y = y \log_a x$$

Essas três propriedades são consequências diretas das propriedades da exponenciação.

Mudança de base

Sejam a, b dois números reais com maiores do que 1. Então, para qualquer x real, vale que

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Em outras palavras, os logaritmos de um real x em duas bases distintas são proporcionais a uma constante definida por ambas bases.

Logaritmos e representações numéricas

Seja n, b dois inteiros positivos com $b > 1$. A representação de n na base b é dada por

$$n = d_0 + d_1 b + d_2 b^2 + \dots + d_k b^k$$

Das propriedades dos logaritmos,

$$\log_b n \geq \log_b d_k b^k \geq \log_b b^k = k$$

Logaritmos e representações numéricas

Por outro lado,

$$\log_b n < \log_b b^{k+1} = k + 1$$

Seja $D(n, b)$ o número de dígitos de n na base b . Assim

$$D(n, b) = k + 1 = \lfloor \log_b n \rfloor + 1,$$

onde $\lfloor x \rfloor$ é o maior inteiro menor ou igual a x .

Logaritmos em C/C++

- A biblioteca `math.h` de C ou a biblioteca `cmath` do C++ oferecem funções para o cálculo de logaritmos
- A função `log(x)` computa o valor do logaritmo de x na base e ($\ln x$)
- A função `log2(x)` computa o valor do logaritmo de x na base 2
- A função `log10(x)` computa o valor do logaritmo de x na base 10
- Essas funções recebem e retornam valores do tipo `double`

Problemas

- OJ
 1. [113 - The Power of Cryptography](#)
 2. [701 - The Archeologists' Dilemma](#)
 3. [1185 - Big Number](#)
 4. [11384 - Help is needed for Dexter](#)
 5. [11847 - Cut the Silver Bar](#)

Referências

CppReference. [Common mathematical functions](#). Acesso em 05/01/2021.

Wikipédia. [Logarithm](#). Acesso em 05/01/2021.