Osvrt na predavanje:

Bezier krivulja

Fakultet: Grafički fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Kolegij: Digitalni multimedij 1

Nositelji kolegija: prof. dr. sc. Pap Klaudio

Sunositelj i izvođač nastave: doc. dr. sc. Maja Rudolf

Osvrt je napisao i podnio: Bruno Stanković

Datum: 23.03.2021. godine

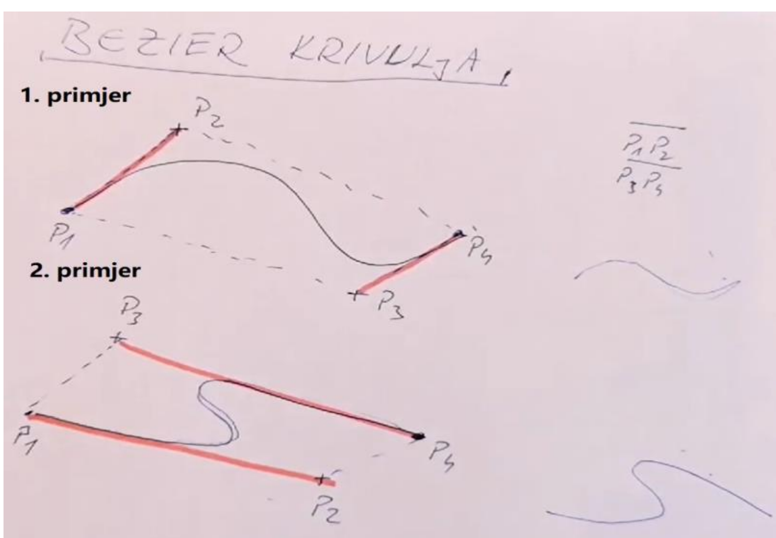
Sadržaj:

Uvod

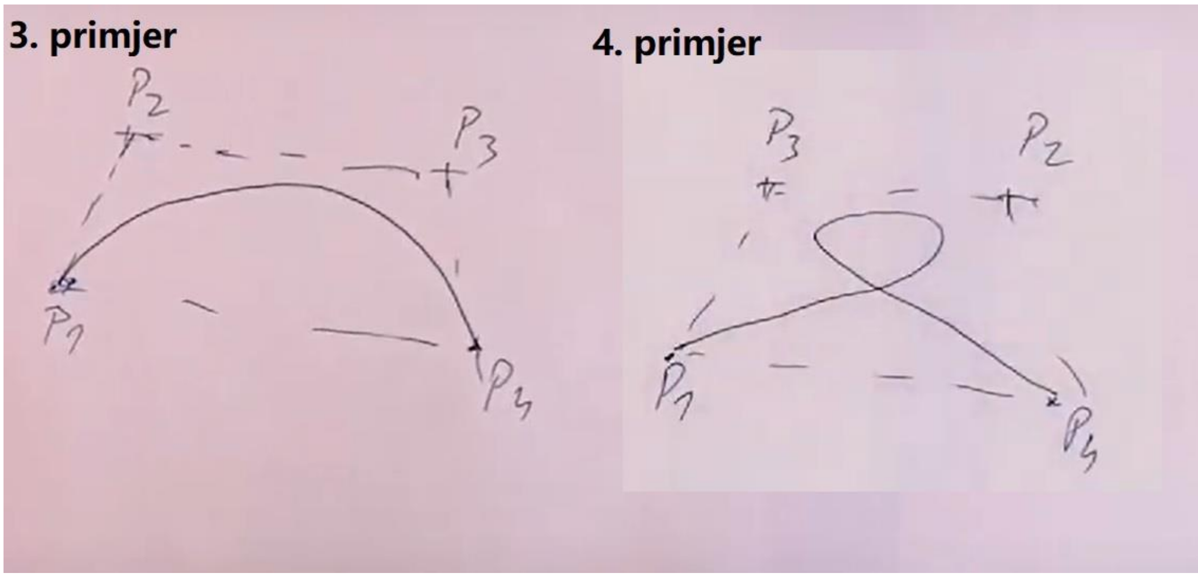
Na ovom predavanju Profesor Klaudio Pap ulazi dublje u Bezier krivulju, na primjerima nam je objasnio mehanizme prikazivanja vektorske krivulje na prikaznim tehnologijama, matematički izvod Bezier krivulje i približio nam je vrste i primjenu spojnih Bezier točkaka.

Osvrt

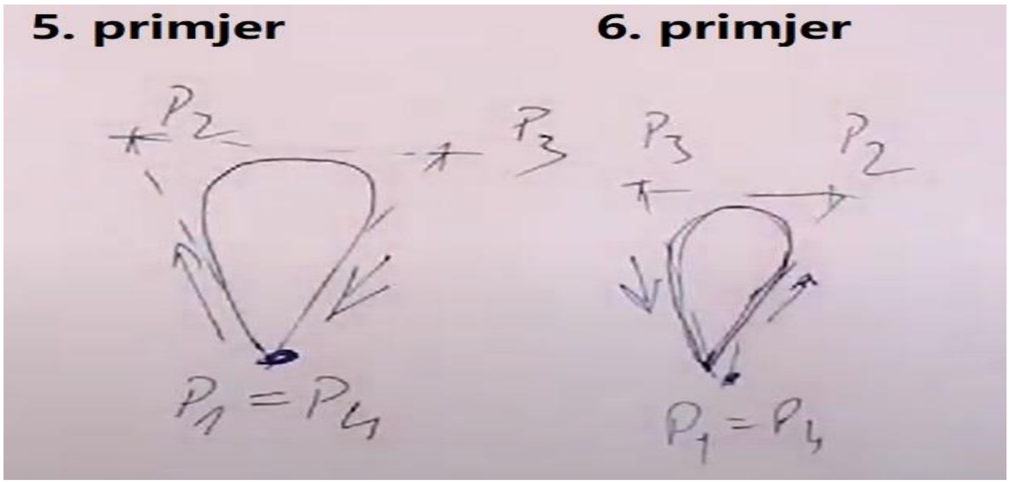
Na 1. primjeru profesor nam je objasnio da se Bezier krivulja definira kroz četiri točke (*P1, +P2, +P3, *P4) i da pomoću samo te četiri točake krivulja ima svoju punu funkcionalnost što je i glavna prednost ove krivulje u odnosu na druge. Pomoću ove četiri točke unaprijed možemo znati kako će ta krivulja izgledati. Između točaka *P1 i +P2 [dužina <u>P1P2</u>] i točaka +P3 i *P4 [dužina <u>P3P4</u>] postoji matematička veza. Zakonitost Bezier krivulje je da će se tijelo rasprostriti unutar konveksnog poligona kojeg zatvaraju te četiri točke. Dužine <u>P1P2</u> i <u>P3P4</u> su zapravo tangente na krivulju i one određuju kako će izgledati krivulja. Dužina <u>P1P2</u> je zapravo dio tangente koja određuje kako će krivulja ući u toćku *P1, isto tako dužina <u>P3P4</u> označava dio tangente koja određuje kako će krivulja ući u točku *P4. Na drugom primjeru profesor je zamijenio položaj točaka +P2 i +P3 i time objasnio da će se krivulja drugačije rasprostriti od one koju smo dobili na prvom primjeru. Pomoću ove četiri točke unaprijed možemo znati kako će ta krivulja izgledati što je i glavna prednost u usporedbi sa ostalim krivuljama iz skupine „Predvidljivih krivulja“.



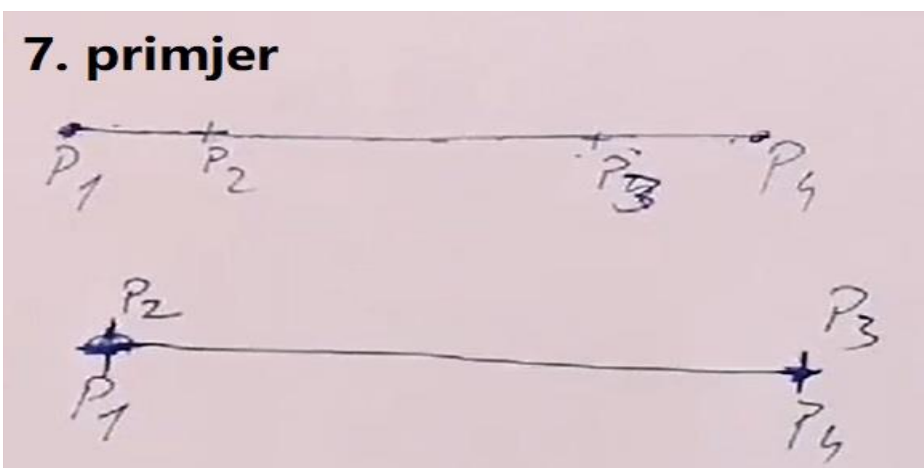
Na 3. i 4. primjeru profesor objašnjava što će se dogoditi ako na 3. primjeru točkama +P2 i +P3 zamijenimo njihova mjesta. Dogodit će se ovo što vidimo na 4. primjeru. To se često događa u vektorskim programima u kojima crtamo krivulje, i jednostavno riješenje tog problema što vidimo na 4. primjeru riješavamo na način da zamijenimo mjesta tih dviju točaka.



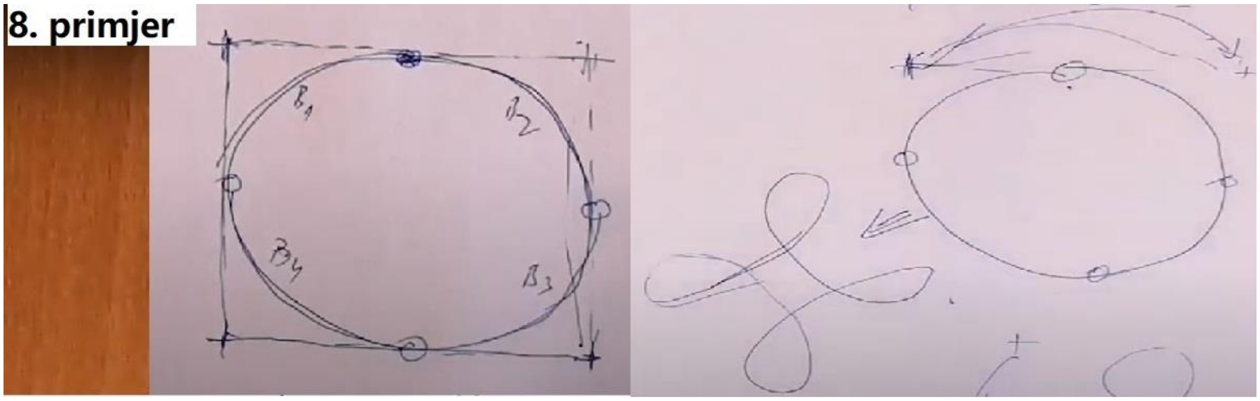
Na 5. primjeru profesor Klaudio Pap nam je objasnio što će se dogoditi ako točka *P1 i točka *P4 imaju iste koordinate. Na 6. prijmjeru smo točkama +P2 i +P3 zamijenili njihova mjesta i izgled krivulje se nije promijenio, jedino što se promijenilo je smijer krivulje, jer krivulja uvijek počinje u smijeru tangente koju označuje dužina <u>P1P2</u>.



Na 7. primjeru profesor nam objašnjava kako se crtaju dužine pomoću Bezier krivulja. Željenu dužinu ćemo dobiti tako da točke +P2 i +P3 leže na dužini koju zatvaraju točke *P1 i *P4. U pravilu se dužina crta tako da točke *P1 i +P2 imaju iste koordinate, isto tako i točke +P3 i *P4 također imaju iste koordinate.

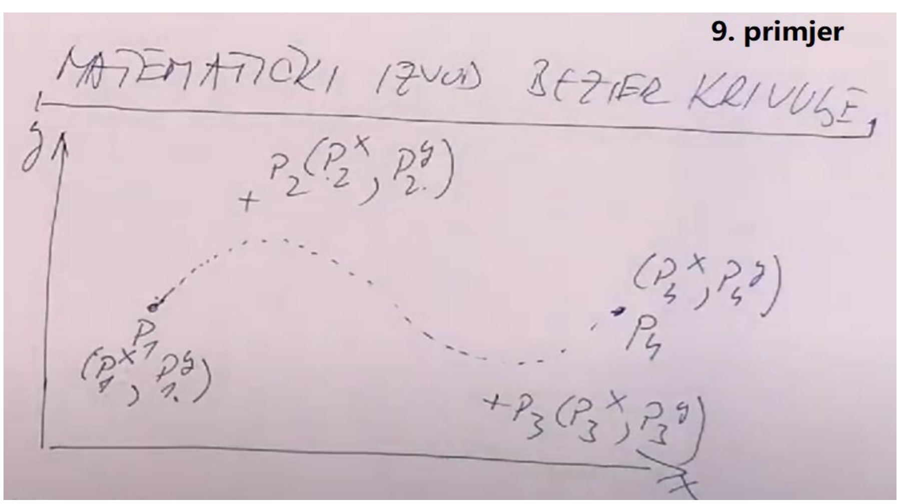


Na 8. primjeru vidimo kako se crta kružnica pomoću Bezierovih krivulja. Kružnica nastaje koristeći četiri Bezier krivulje. Na 9. primjeru vidimo što se dogodi ako zamijenimo kordinate točaka +P2 i +P3 svake Bezier krivulje te kružnice.

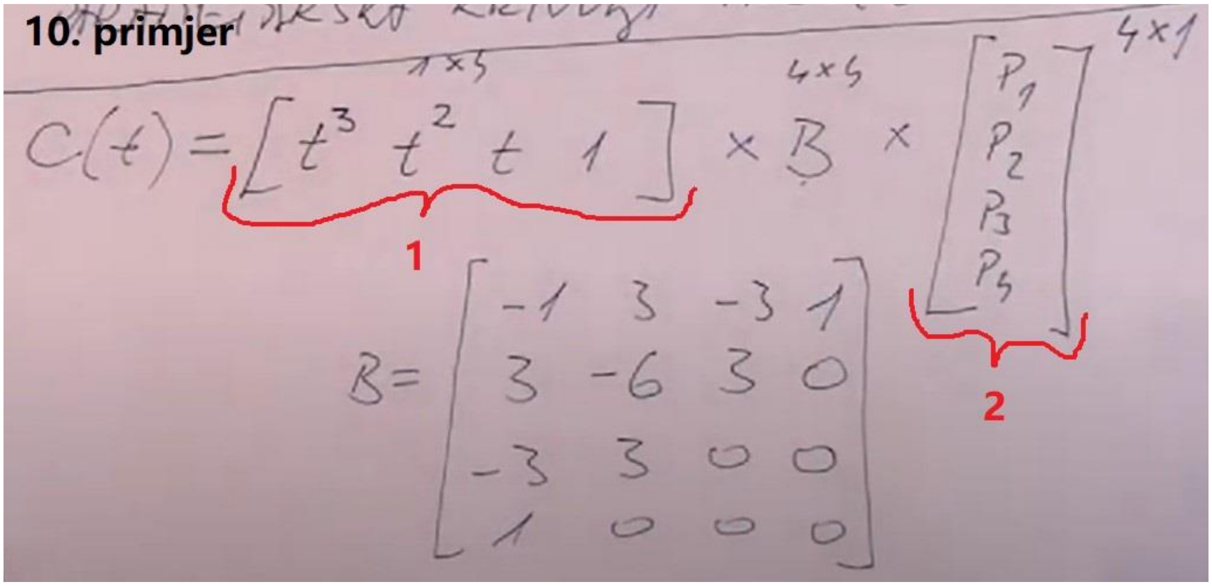


Sljedeći dio predavanja se odnosi na matematički izvod Bezier krivulja. Na 9. primjeru vidimo krivulju u kordinatnom sustavu i četiri točke koje određuju kako će izgledati Bezier krivulja. Svaka od te četiri točke ima svoju koordinatu *x* i koordinatu *y*. Znači za definiciju Bezier krivulje trebamo ukupno osam brojeva.

Bezier krivulja je parametarska krivulja trećeg stupnja. Parametarska krivulja je krivulja koja nastaje tako da se određeni parametar stavlja u „for“ petlju i sa parametrom se rađaju x i y kordinate svake od pojedinih točaka koje čine tu krivulju.



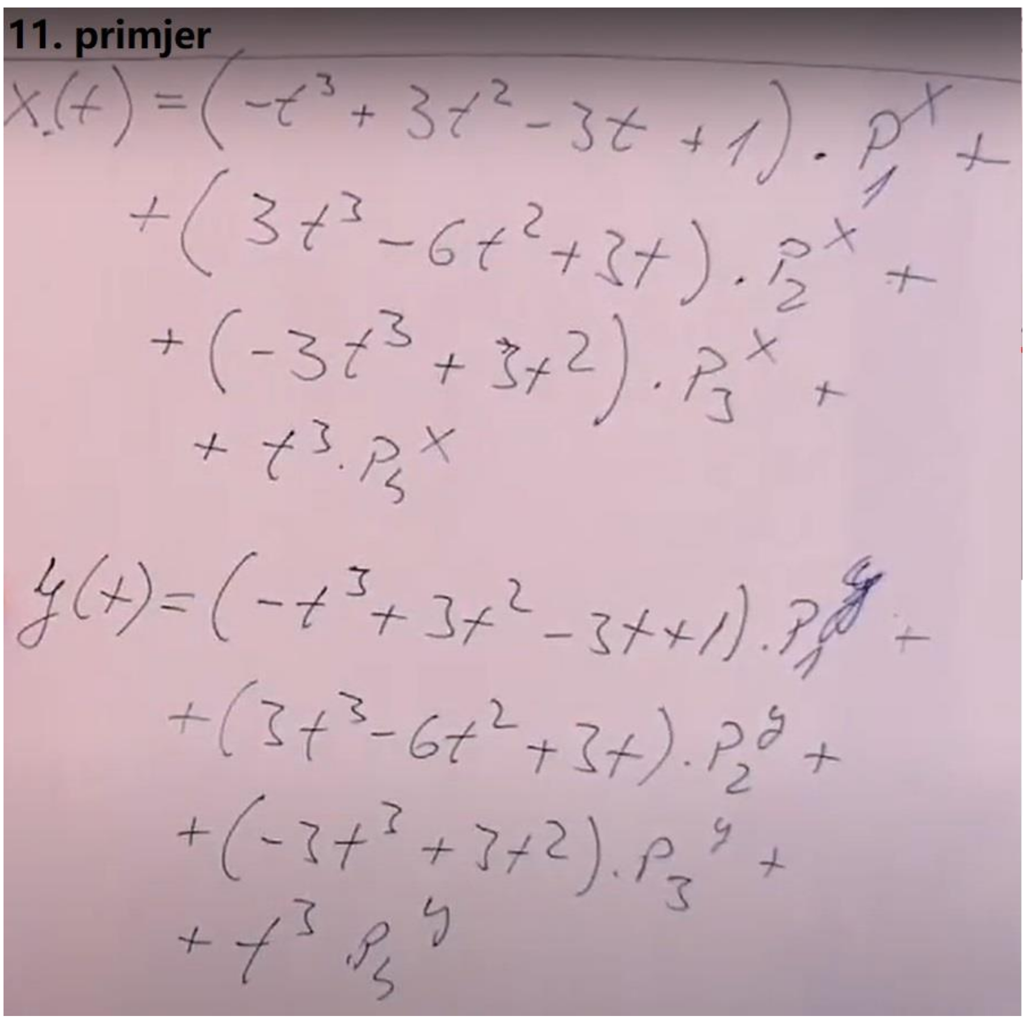
Na 10. primjeru vidimo matematičku definiciju Bezier krivulje za jednu dimenziju. *c* označava krivulju, *t* označava parametar koji će crtati krivulju, *1. uglasta zagrada* se sastoji od četiri parametra koje vidimo na slici, *B* označava Bezierovu matricu, *2. uglasta zagrada* se sastoji od četiri točke. Bezierova matrica ima dva svojstva, ona su: 1. suma svih redaka je jednaka nuli osim zadnjeg retka kojemu je suma jednaka jednici, 2. suma svih stupaca je jednaka nuli osim zadnjeg stupca kojemu je suma jedanaka jedinici.



Krivulja nastaje tako da se uvrste parametri za x(t) i parametri za y(t) u matematičku formulu definicije Bezier krivulje i onda te dvije formule određuju (x,y) koordinate jedne točke na krivulji (11. primjer).

Kada u formulu uvrstimo parametar t=0, onda dobijemo (x,y) kooridnate početne točke privulje. Kada uvrstimo u formulu parametar t=1, onda dobijemo (x,y) koordinate zadnje točke krivulje. Iz toga zaključujemo da se sve točke koje stvaraju krivulju crtaju sa parametrima *t* čije vrijednosti moraju biti između 0 i 1, tj. t∈=$[0,1]$.

Postavlja se pitanje koliko je parametara *t* potrebno da bi krivulja bila kontinuirana. Odgovor ovisi o vrijednosti parametra *Δt*. Vrijednost parametra *Δt* je u funkcionalnoj vezi rezolucije tehnologije na kojoj željenu krivulju želimo prikazati . Broj točaka odgovara broju kojeg dobijemo po formuli (1 / Δt) + 1.

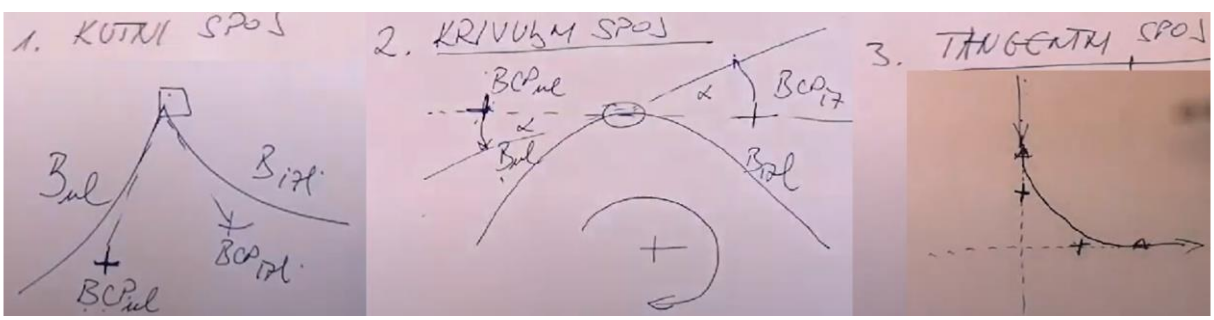


Zadnja tema o kojoj je profesor Klaudio Pap govorio na predavanju je bila „spojne Bezier točke“. Postoje tri vrste spoja Bezier točaka, oni su: 1. kutni spoj, 2. krivuljni spoj, 3. tanglenti spoj. Svaki spoj je po nečemu specifičan, i drugaciji od ostalih.

Svojstva kutnog spoja su: 1. u programima se kutni spoj označava sa kvadratičem, 2. BCPul [Bezier control point(ulazni)] je nezavistan u odnosnu na BCPiz [Bezier control point(izlazni)], što znači da promjenom položaja jedne krivulje ne utječemu na položaj susjedne krivulje (koje su u kutnom spoju), 3. koristi se kad želimo dobiti oštrokutne ili tupokutne spojeve.

Svojstva krivuljnog spoja su: 1. u programima se krivuljni spoj označava sa kružićem, 2. BCPul je zavistan o BCPiz i obrnutno, što znači da ako se BCPul pomakne za neki kut *α* onda će se i BCPiz pomaknuti za isti taj kut *α* i obrnuto i to još znači da će BCPul i BCPiz uvijek ležati na istom pravcu, 3. krivuljni spoj ima široku primjeru u vektorskoj grafici (npr. Ispupčenje ili udubljenje pravca).

Svojstva tangentnog spoja su: 1 U programima se tangentni spoj označava sa trokutićem, 2. U tangentnom spoju BCP leži na tangenti na krivulju, 3. Tangentni spoj se koristi za riješavanje problema idealne krivulje koja iz jednog smijera ide u drugi smijer.



Zaključak

Nakon onog predavanja sam dobio bolju sliku o tome što je zapravo Bezier krivulja, gdje i kako se pravilno upotrebljava Bezier krivulja, na koje sve načine nastaje i kako se matematičkim putem može odrediti položaj krivulje u dvije dimenzije. Profesor je razjasnio zašto je Bezier krivulja prestigla sva ostala riješenja koja su bila ponuđena na tržištu, zašto je njezina primjena i dan danas toliko široko rasprostranjena i koristi se u svim najpoznatijim alatima za izradu vektorske grafike.