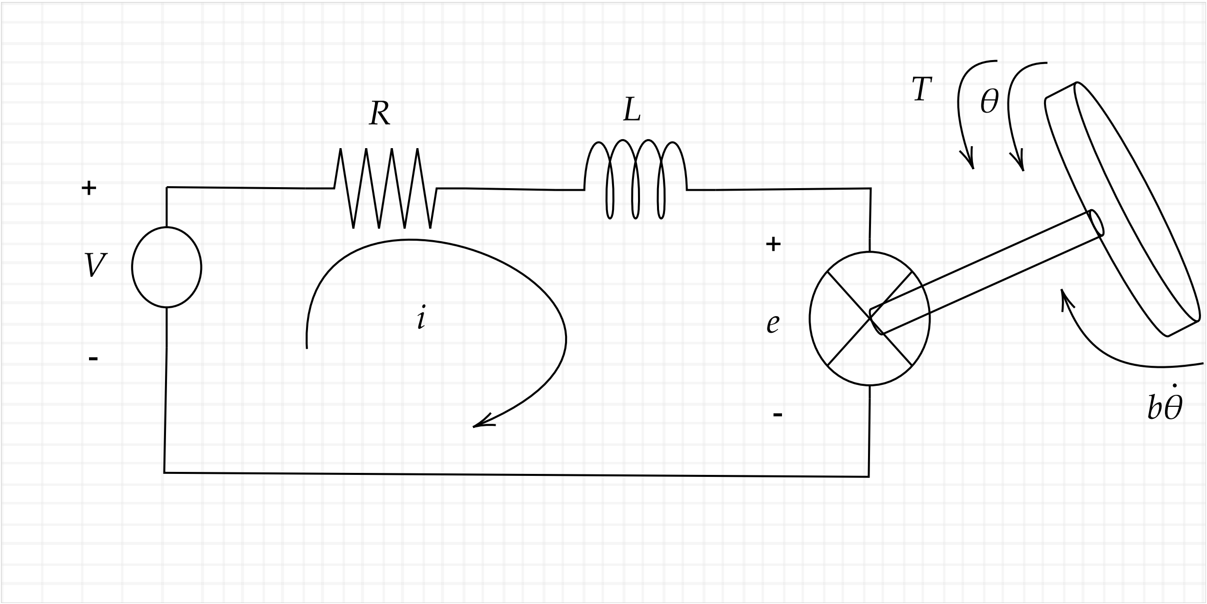
Exemplo motivador: Motor DC

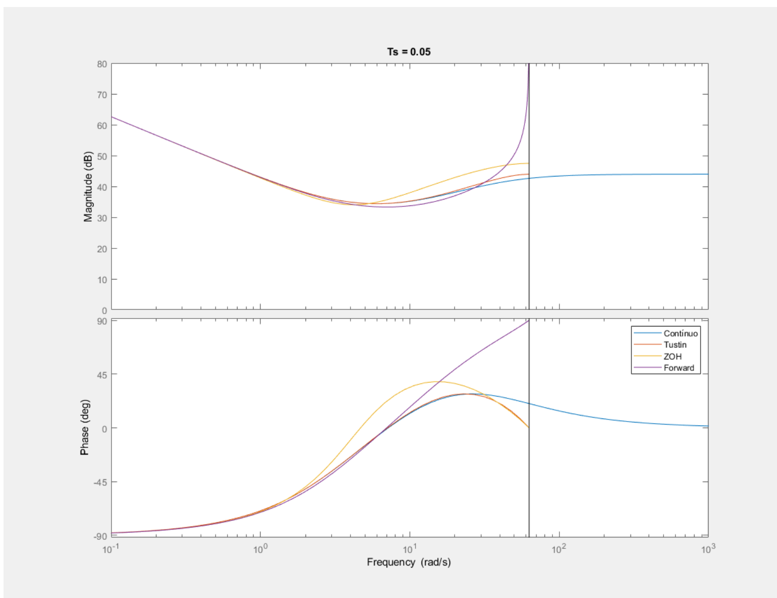


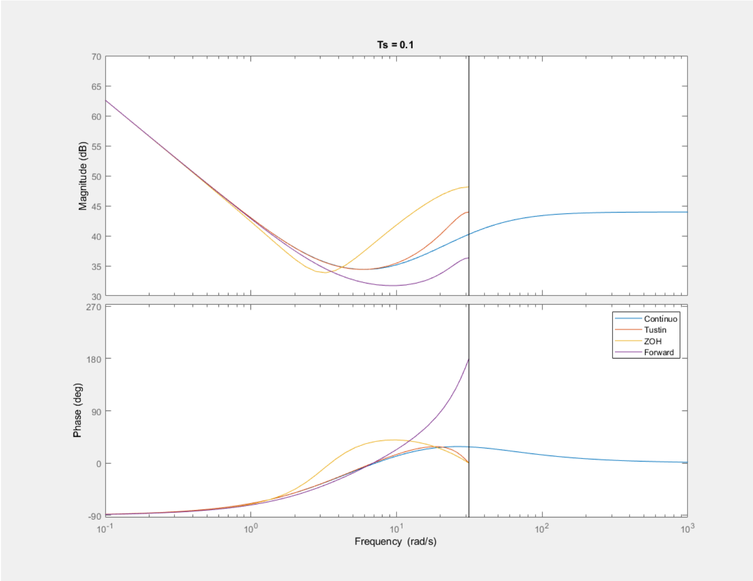
$$G(s) \cong \frac{0.1}{(0.5s+1)(0.1s+1)}$$

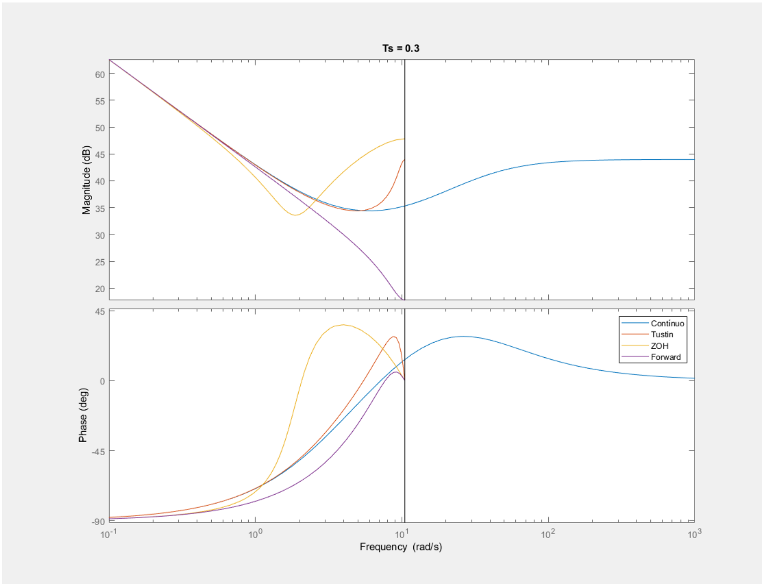
$$C(s) = 158\frac{(s+3.4177)(s+10)}{s(s+40)}$$

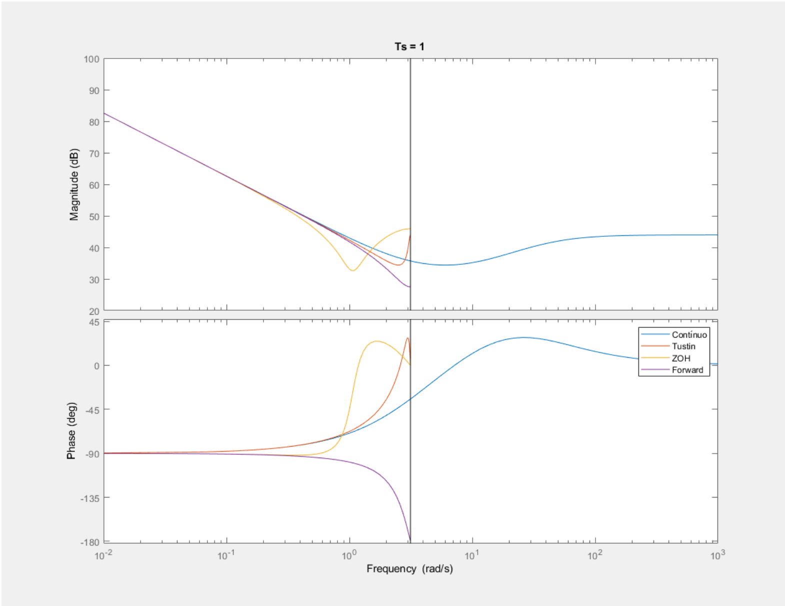
$$F(s) = \frac{3.4177*10}{(s+10)(s+3.4177)}$$

Aplicação dos métodos de discretização para discretizar o controlador
Abaixo o controlador discretizado com Tustin, invariância ao degrau (ZOH) e método forward. Aumentando o período de amostragem, tem uma piora da aproximação.




Ts = 0.1
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
Continuo
Tustin
ZOH
Forward


Ts = 0.3
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
Continuo
Tustin
ZOH
Forward



Como escolher o período de amostragem?
Existem vários critérios que podem ser utilizados, mas vamos utilizar um critério prático:

$$T_s \leqslant \frac{t_{5\%mf}}{20} \rightarrow mais\ comum\ se\ t_{5\%mf}\ <\ t_{5\%ma}$$

De forma geral, quanto menor o período de amostragem, melhor, porém, existem limites práticos.

1. Custo de implentação, para amostrar a taxas mais elevadas, são necessários equipamentos mais caros.
2. Custo computacional, a cada período de amostragem é necessário executar o laço de controle, então, quanto menor o T_s, mais "contas" por segundo são necessárias. Então para implementar o controlador, é necessário equipamentos mais rápidos, que em geral, são mais caros.

A ideia é escolher T_s de forma parcimoniosa, ou seja, escolher o menor necessário: (a) boa representação do processo (em malha fechada e aberta), (b) custo de implementação.

Utilizar

$$T_s \leqslant \frac{t_{5\%mf}}{20}$$

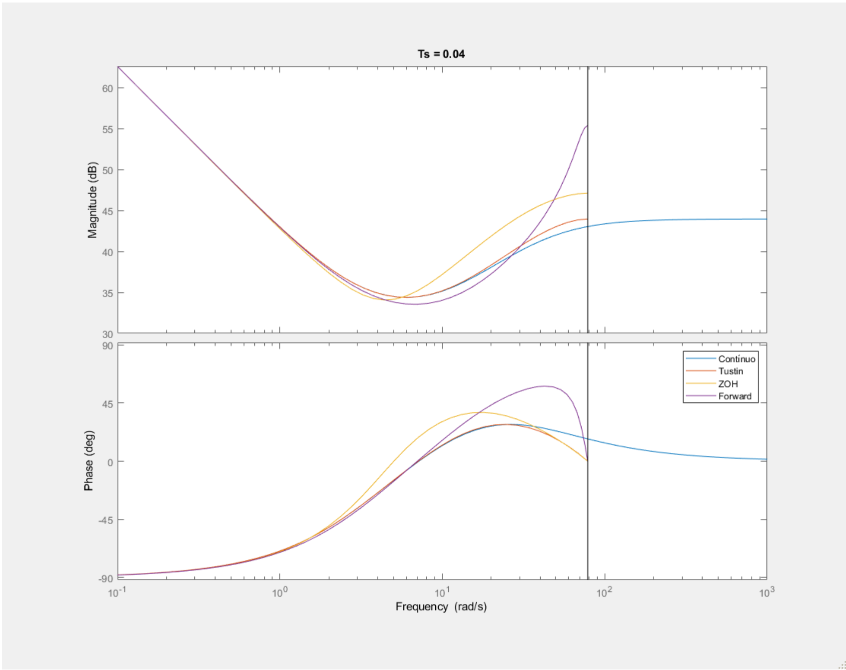
para sistemas pouco oscilatórios. Se o sistema tiver muitas oscilações, outra opção é

$$T_s \leqslant \frac{t_{osc}}{10} \rightarrow t_{osc}\ \text{é}\ o\ período\ de\ oscilação$$

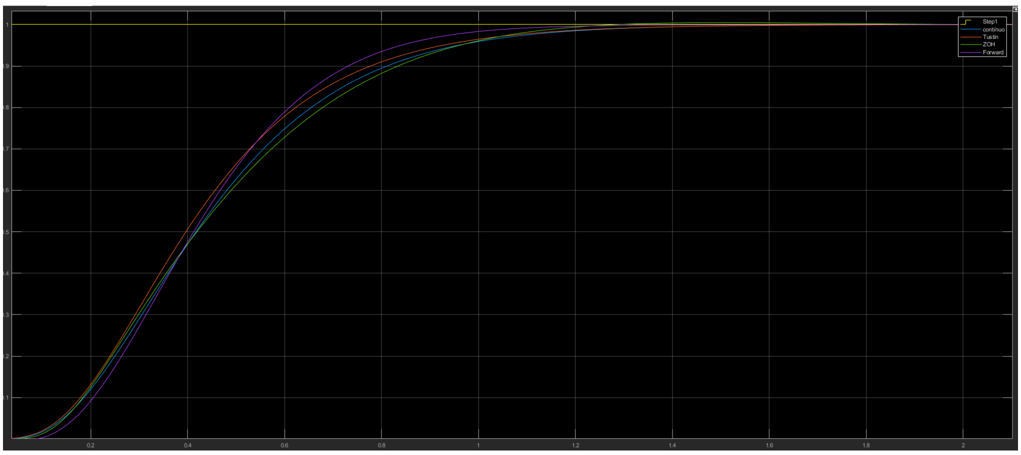
Se o sistema apresenta oscilações consideráveis, ou se for desejável o seguimento de senóides por exemplos, então escolher o menor entre os dois métodos.

Voltando no controle do motor:

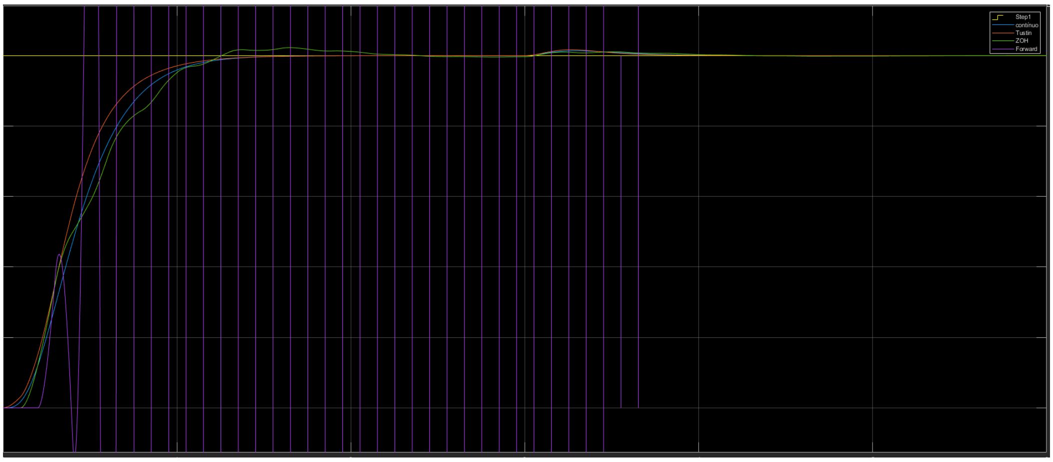
$$T_s \leqslant \frac{t_{5\%mf}}{20} = \frac{0.8}{20} = 0.04$$



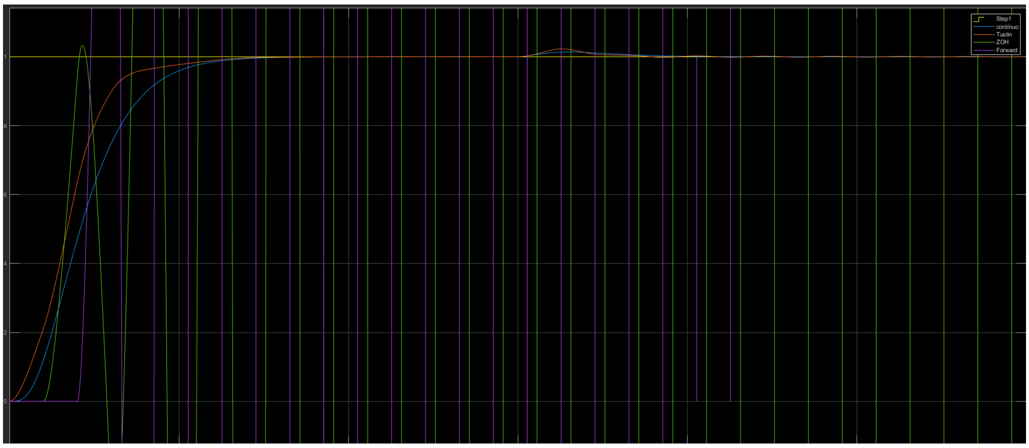
Resposta no Matlab com $T_s = 0.04$



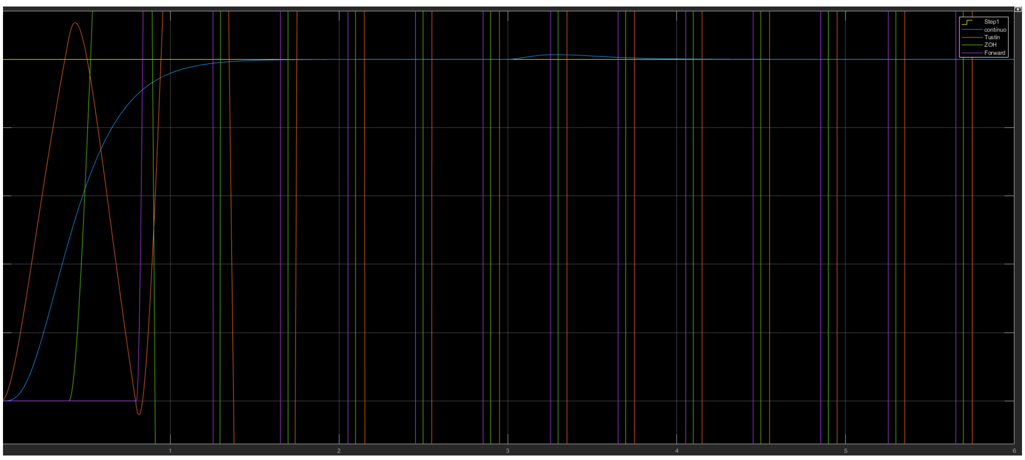
Resposta no Matlab para $T_s = 0.1$, note que o controlador discretizado com o método forward instabiliza o sistema:



Resposta no Matlab com $T_s = 0.2$, agora até o método de invariância ao degrau não estabiliza a malha fechada:



Resposta no Matlab com $T_s = 0.4$, agora até o métodos de tustin falha.



Codificação do controlador→ como fazer?

1. Escolher o T_s
2. Escolher o método de discretização
3. Obter a FT discreta
4. Obter a equação de diferenças que a FT discreta representa
5. Implementar a equação à diferenças

Utilizando Tustin (este é o Tustin amostrado com $T_s = 0.4$, ou seja ficará instável...)

$$C(z) = \frac{88.67\, z^2 + 12.89\, z - 5.556}{z^2 - 0.2222\, z - 0.7778} = \frac{U(z)}{E(z)} \tag{1}$$

Obtendo a equação à diferenças

$$u[n+2] - 0.222u[n+1] - 0.7778u[n] = 88.67e[n+2] + 12.89e[n+1] - 5.556e[n] \tag{2}$$

Descolando a equação no tempo em 2 unidades (atrasando)

$$u[n] - 0.222u[n-1] - 0.7778u[n-2] = 88.67e[n] + 12.89e[n-1] - 5.556e[n-2] \tag{3}$$

Rearranjando

$$u[n] = 0.222u[n-1] + 0.7778u[n-2] + 88.67e[n] + 12.89e[n-1] - 5.556e[n-2] \tag{4}$$

Gerando o código de controle:

$\%\%Inicialização$
$\%\% -\ definição\ das\ variáveis$
$\%\% -\ inicialização\ das\ variáveis$
$uant\ \ = u_{manual}$
$uant2\ =\ u_{manual}$
$eant\ =\ r_{atual} - y_{atual}$
$eant2\ =\ eant$

$\%\%\ Laço\ de\ controle$
$Enquanto\ modo = automático$
$1)\ eatual\ =\ r_{atual} - y_{atual}$
$2)\ uatual = 0.222{*}uant + 0.7778{*}uant2 + 88.67{*}eatual + 12.89{*}eant - 5.556{*}eant2$
$3)\ Saturação\ do\ sinal\ de\ controle$
$\quad Se\ uatual\ >\ umáximo$
$\qquad uatual\ =\ umáximo$
$\quad Se\ uatual\ <\ umínimo$
$\qquad uatual\ =\ umínimo$

$4)\ Aplicar\ o\ sinal\ de\ controle\ \rightarrow enviar\ para\ o\ processo$

$\%atualizar\ variáveis$
$5)\ uant2\ =\ uant$
$\quad uant\ =\ uatual$

$eant2 \;=\; eant$
$eant \;=\; eatual$
6) $Esperar\ T_s$
7) $Voltar\ ao\ passo\ 1\ se\ condição\ do\ laço\ for\ verdadeira.$

Explicação do u_{manual}, em vermelho, se o valor for iniciado em 0, ou seja, incorretamente