Caso de Estudio 1: Circuito RLC

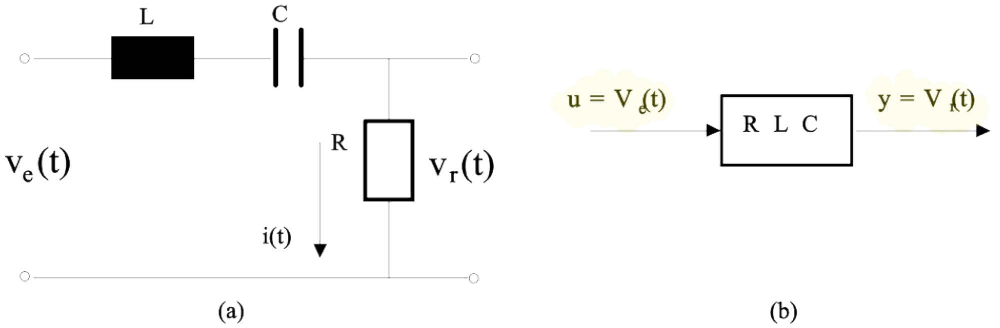


Fig. 2-1. (a) Esquemático del circuito RLC; (b) Modelo entrada-Salida del circuito RLC

- Variables de estado: "i" ; "V_c"
- Ecuaciones diferenciales del circuito:

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L} \cdot i - \dfrac{1}{L} \cdot V_c + \dfrac{1}{L} \cdot V_e \\[2ex] \dfrac{dV_c}{dt} = \dfrac{1}{C} \cdot i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = i \Rightarrow \dot{x}_1 = \dfrac{di}{dt} \\ x_2 = V_c \Rightarrow \dot{x}_2 = \dfrac{dV_c}{dt} \end{matrix}\right\} \begin{bmatrix} \frac{\partial i}{\partial t} \\ \frac{\partial V_c}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_e \end{bmatrix} = \dot{x} = A \cdot x(t) + b \cdot u(t)$$

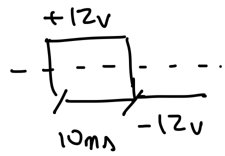
$\Rightarrow$ Salida: Tensión sobre R $\Rightarrow$ $y = \begin{bmatrix} R & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ V_c \end{bmatrix} = c \cdot x(t)$

1) $R = 220\Omega$

$L = 500\, mHy$

$C = 2{,}2\, \mu F$

$V_e =$



$\Rightarrow T = 20ms$

Modelado en variables de estado + Euler.

2)

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L} \cdot i - \dfrac{1}{L} \cdot V_c + \dfrac{1}{L} \cdot V_e \\[2ex] \dfrac{dV_c}{dt} = \dfrac{1}{C} \cdot i \end{cases} \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \begin{cases} sI = -\dfrac{R}{L} \cdot I - \dfrac{1}{L} \cdot V_c + \dfrac{1}{L} \cdot V_e \\[2ex] sV_c = \dfrac{1}{C} \cdot I \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Para obtener FdT $\dfrac{V_c}{V_e}$:

$V_c \rightarrow$ Salida = Tensión sobre el capacitor

$V_e \rightarrow$ entrada: Tensión de entrada

$$I = sV_c \cdot C \Rightarrow s\,sV_c \cdot C = -\frac{R}{L} \cdot sV_c \cdot C - \frac{V_c}{L} + \frac{V_e}{L} = \frac{1}{L} \cdot \left[-sCR\,V_c - V_c + V_e \right]$$

$$s^2 C.L.V_c + s.C.R V_c + V_c = V_e \Rightarrow \boxed{\frac{V_c}{V_e} = \frac{1}{s^2 CL + sCR + 1} = FdT = G(s)}$$

$\Rightarrow$ A partir del método de Chen se calcula los parámetros de la FdT.

- $C = \dfrac{i}{\partial V_c / \partial t} \longrightarrow$ Aplico regla del paralelogramo utilizando i media entre los instantes de cálculo de $\dfrac{\partial V_c}{\partial t}$

- Chen: $G(s) = \dfrac{K.(T_3 s + 1)}{(T_1 s + 1).(T_2 s + 1)} \Rightarrow (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) = s^2 CL + sCR + 1$

$$T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2) s + 1 = s^2 CL + sCR + 1$$

$\Downarrow$

$$T_1 . T_2 = C.L$$

$$T_1 + T_2 = C.R$$

* Cuidado normalizar tiempo para $t_0 = V_{in} = 12v$.

Caso 2: Motor CC

Dadas las ecuaciones del motor de corriente continua con torque de carga T_L no nulo, con los parámetros $L_{AA}=366\ 10^{-6}$; $J=5\ 10^{-9}$; $R_A=55{,}6$; $B=0$; $K_i=6{,}49\ 10^{-3}$; $K_m=6{,}53\ 10^{-3}$:

$$\frac{di_a}{dt} = -\frac{R_A}{L_{AA}} i_a - \frac{K_m}{L_{AA}} \omega_r + \frac{1}{L_{AA}} v_a \tag{1-5}$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{K_i}{J} i_a - \frac{B_m}{J} \omega_r - \frac{1}{J} T_L \tag{1-6}$$

$$\frac{d\theta_t}{dt} = \omega_r . \tag{1-7}$$

5. FdTs: $\dfrac{\omega r}{V_a}$ y $\dfrac{\omega r}{T_L}$

Función de Transferencia + Chen $\Rightarrow$ Modelo dinámico por rta al escalón

$R_a = \dfrac{I_{max}}{V_a}$

$\dfrac{\omega r}{V_a} \longrightarrow 2V$

$\dfrac{\omega r}{T_L}$

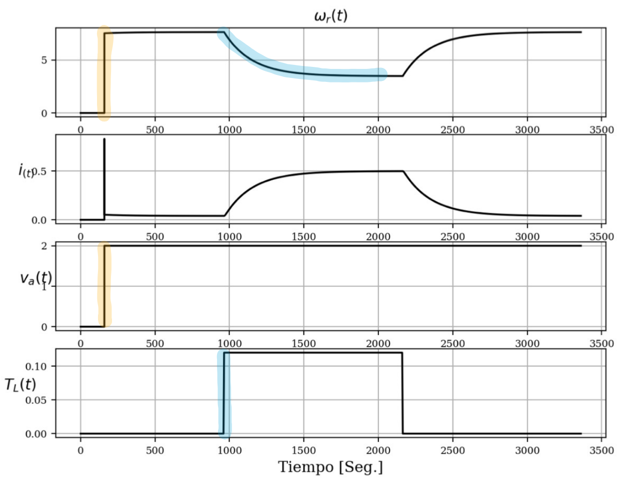


Fig. 1-3. Curvas de un motor CC para una entrada de 2V.

Trabajo con las FdT:

① Paso a Laplace

② Despejo $\frac{w_r}{V_a}$ y $\frac{w_r}{T_L}$ y normalizo para tener $a_0 = 1$

$$\frac{w_r}{V_a} = \frac{K_i / J_m L_a}{s^2 + s \cdot \frac{[B_m L_a + J_m R_a]}{J_m L_a} + \frac{[B_m R_a + K_i K_m]}{J_m L_a}}$$

$$\frac{w_r}{T_L} = \frac{\left[s \frac{L_a}{R_a} + 1\right] / J_m L_a R_a}{s^2 + s \cdot \frac{[B_m L_a + J_m R_a]}{J_m L_a} + \frac{[B_m R_a + K_i K_m]}{J_m L_a}}$$

③ Calculo $R_a = \frac{\hat{I}_{arm}}{V_a}$

④ Aplico Chen:

$$\left.\frac{w_r}{V_a}\right|_{Chen} = \frac{K_1}{T_1 . T_2 \, s^2 + s(T_1 + T_2) + 1}$$

$$\left.\frac{w_r}{T_L}\right|_{Chen} = \frac{K_2 . (T_3 s + 1)}{T_1 T_2 s^2 + s . (T_1 + T_2) + 1} \longrightarrow$$ 2nd order with same poles

Normalizando para $a_0 = 1$:

$$\left.\frac{w_r}{V_a}\right|_{Chen} = \frac{K_1 / T_1 T_2}{s^2 + \frac{s(T_1 + T_2)}{T_1 . T_2} + \frac{1}{T_1 . T_2}}$$

$$\left.\frac{w_r}{T_L}\right|_{Chen} = \frac{K_2 \frac{(T_3 . s + 1)}{(T_1 . T_2)}}{s^2 + s \frac{(T_1 + T_2)}{(T_1 . T_2)} + \frac{1}{T_1 . T_2}}$$

⑤ Igualo FdT calculadas con $\text{FdT}|_{Chen}$

$$\Rightarrow \frac{K_i}{J_m L_a} = \frac{K_1}{T_1 \cdot T_2}$$

$$\frac{B_m L_a + J_m R_a}{J_m L_a} = \frac{(T_1 + T_2)}{T_1 \cdot T_2}$$

$$\frac{B_m R_a + K_i K_m}{J_m L_a} = \frac{1}{T_1 \cdot T_2}$$

$\Rightarrow$ Ya tengo el denominador de la FdT

- Consulta: Teniendo las dos FdT, cómo grafico la rta completa del sistema?

- Denominador de la FdT sale del chen de $\frac{\omega_r}{V_A}$

- El Denominador de $\frac{\omega_r}{T_L}$ no importa

- Luego poner los valores de los parámetros del motor en las ecuaciones diferenciales y simular por Euler.