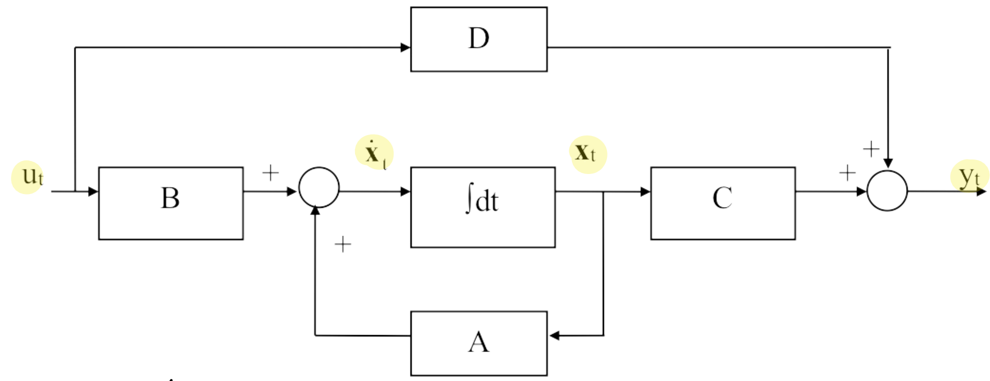
Forma Lineal General

Forma lineal de un sistema linealizado en un punto de operación (x_{op}, u_{op})=

$$\dot{x}(t) = \overbrace{A(t)}^{\text{matriz de estados}}\, x(t) + \overbrace{B(t)}^{\text{matriz de entrada}}\, \mu(t)$$

$$y(t) = \underbrace{C(t)}_{\text{matriz de salida}}\, x(t) + \underbrace{D(t)}_{\text{matriz de transmisión directa}}\, \mu(t)$$

Gráficamente:



Si f y g no dependen del tiempo $\Rightarrow$ sist. invariante en el tiempo $\Rightarrow$ A, B, C y D son independientes del tiempo

Función de transferencia y ecuaciones en el espacio de estados:

- $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$

- $\dot{x}(t) = Ax(t) + B\mu(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} sX(s) - \cancel{X(0)} = AX(s) + BU(s)$ — condiciones iniciales nulos

  $sX(s) - AX(s) = B.U(s)$

  matriz identidad

  $X(s).[s\underset{}{I} - A] = B.U(s) \Rightarrow X(s) = [sI - A]^{-1}.B.U(s)$

- $y(t) = Cx(t) + D\mu(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} Y(s) = C.X(s) + D.U(s)$

$$\Big\}\; Y(s) = \left[C.(sI-A)^{-1}.B + D\right]U(s)$$

$$\Rightarrow \boxed{G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C.(sI-A)^{-1}B + D}$$

→ Función de transferencia en el dominio de Laplace en términos de las matrices del modelo lineal en variables de estado A, B, C, D

Desarrollando la matriz inversa:

$$(sI - A)^{-1} = \frac{1}{|sI - A|} \cdot \operatorname{adj}(sI - A)$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{Q(s)}{|sI - A|}$$

→ ecuación característica de G(s)

$\Downarrow$

Autovalores de A coinciden con los polos de la ecuación característica → profundizar

Conclusión: La matriz "A" describe cómo los estados cambian en el tiempo. Sus autovalores determinan las características fundamentales del sistema ya que son los polos de la FdT del sistema.

$\det(sI - A) = 0$