Modelo en el Espacio de estados:

$$x_t = \int_{t_0}^{t} f(x_\tau; u_\tau; \tau)\, d\tau \longrightarrow$$ integrador = dispositivo con capacidad de memoria

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial x_t}{\partial t} = \dot{x}_t = f(x_t; u_t; t) \Rightarrow$$ elimino dependencia de la variable τ

$\longrightarrow f$ y g = funciones de estado

$$y_t = g(\underbrace{x_t}_{\text{variable de estado}}, \underbrace{u_t}_{\text{entrada al sistema}}, t) \longrightarrow$$ ecuación de salida

$\Rightarrow$ Sistema con una entrada, una salida y n variables de estado $\Rightarrow$ n integradores $\Rightarrow$ n ecuaciones de estado

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2 \dots x_n, u_t, t)$$
$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2 \dots x_n, u_t, t)$$
$$\vdots$$
$$\dot{x}_n = f_n(x_1, x_2 \dots x_n, u_t, t)$$

entrada única

$$y(t) = g(x_1, x_2 \dots x_n, u_t, t)$$

$\Rightarrow$ Sistema con "r" entradas y "m" salidas

componentes de entrada

$$\dot{x}_1(t) = f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t),$$
$$\dot{x}_2(t) = f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t)$$
$$\vdots$$
$$\dot{x}_n(t) = f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t)$$

$$y_1(t) = g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t; t)$$
$$y_2(t) = g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t; t)$$
$$\vdots$$
$$y_m(t) = g_m(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t)$$

Matricialmente:

no lineal

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(x,u,t) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \\ f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x}(t) = f(x, u, t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(x,u,t) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \\ g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \\ \vdots \\ g_m(x_1, x_2, \cdots, x_n; u_1, u_2, \cdots, u_r; t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{bmatrix} \Rightarrow y(t) = g(x, u, t)$$

▶ Linealización de sistemas no lineales por serie de Taylor:

$y = f(x)$ $\quad$ f no lineal

$\Rightarrow$ Por serie de Taylor y en un punto de operación (x_0, y_0):

$$y = f(x_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x - x_0) + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x-x_0)^2 + \dots$$

$$(x - x_0)^2 \to 0 \quad \Rightarrow \quad y = f(x_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x_0} \cdot (x - x_0)$$

$$\underbrace{y - f(x_0)}_{} = \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=x_0} \cdot (x - x_0) \Rightarrow \text{Si "}y\text{" depende 2 variables:}$$

$$y - f(x_{1_0}, x_{2_0}) = \left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{x_{1_0}} \cdot (x_1 - x_{1_0}) + \left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{x_{2_0}} (x_2 - x_{2_0})$$

"Corrimos el origen" al punto de operación

$\Downarrow$

similar a revisión en pequeña señal $\Rightarrow$ $y - f(x_0)$ puede ser menor a 0

$\rightarrow$ Comienza linealización sobre un punto de operación

$\Rightarrow$ Aplicando a un caso:

$$\dot{x}_t = f(x_t, u_t)$$
$$y_t = g(x_t, u_t)$$

Se quiere linealizar en el punto de operación (x_0, y_0) con $x_0 = x(0)$ $\quad u_0 = u(0)$

Por Taylor, despreciando a partir del segundo término $(x - x_0)^2 \simeq 0 \longrightarrow$ rango de validez de la linealización

$$\dot{x}_t = f(x_0, u_0) + \left.\frac{\partial f(x_t, u_t)}{\partial x_t}\right|_{x_0 u_0} \cdot (x_t - x_0) + \left.\frac{\partial f(x_t, u_t)}{\partial u_t}\right|_{x_0 u_0} \cdot (u_t - u_0)$$

$$y_t = g(x_0, u_0) + \left.\frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial x_t}\right|_{x_0 u_0} \cdot (x_t - x_0) + \left.\frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial u_t}\right|_{x_0 u_0} \cdot (u_t - u_0)$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{\dot{x}_t - f(x_0, u_0)}_{\dot{x}_t} = \underbrace{\left.\frac{\partial f(x_t, u_t)}{\partial x_t}\right|_{x_0 u_0}}_{a} \cdot \underbrace{(x_t - x_0)}_{x_t} + \underbrace{\left.\frac{\partial f(x_t, u_t)}{\partial u_t}\right|_{x_0 u_0}}_{b} \cdot \underbrace{(u_t - u_0)}_{u_t}$$

$$\underbrace{y_t - g(x_0, u_0)}_{y_t} = \underbrace{\left.\frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial x_t}\right|_{x_0 u_0}}_{c} \cdot \underbrace{(x_t - x_0)}_{x_t} + \underbrace{\left.\frac{\partial g(x_t, u_t)}{\partial u_t}\right|_{x_0 u_0}}_{d} \cdot \underbrace{(u_t - u_0)}_{u_t}$$

Teniendo en cuenta las constantes a, b, c, d y tomando como variable a las diferencias:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_t &= a \cdot x_t + b \cdot u_t \\ y_t &= c \cdot x_t + d \cdot u_t \end{aligned}\right\} \text{Representación lineal en el espacio de estados.}$$

Nota: "d" representa relación dinámica entre la salida y la entrada.