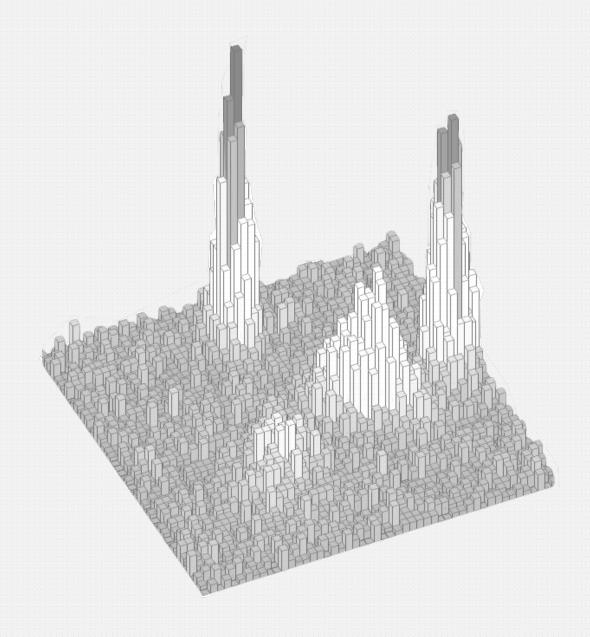
Practicum 2 - Monte Carlo-Simulaties Bruno Vandekerkhove



ACADEMISCH JAAR 2019

G0Q57A: Modellering & Simulatie

Inhoudsopgave

Simule	en van Sparen en Beleggen	1
1.1	Opdracht 1	1
1.2	Opdracht 2	1
1.3	Opdracht 3	1
1.4	Opdracht 4	1
1.5	Opdracht 5	2
1.6	Opdracht 6	2
1.7	Opdracht 7	2
1.8	Opdracht 8	3
1.9	Opdracht 9	3
1.10	Opdracht 10	5
1.11	Opdracht 11	5
1.12	Opdracht 12	7

Simuleren van Sparen en Beleggen

De broncode bevindt zich in de src folder. Het algemene script (src/s0216676_script) is opgedeeld in secties, één per opgave. Elke opgave wordt hieronder afzonderlijk beantwoord. Aan het einde van elk antwoord wordt (indien nodig) de broncode weergegeven.

7

Opdracht 1

Evaluatie

Hier is een implementatie:

```
function [yield, invested, value] = s0216676_simulateSavingInvesting(budget, rate, months)
value = repelem(budget * 1.02 .^ (0:floor(months/12)), 1, 12);
invested = sum(value(1:months));
for j = 13:12:months % Consider each month of january
    win = sum(value(j-12:j-1) .* (((12:-1:1)/12) * (rate/100))); % Calculate savings
    value(j) = value(j) + (win - 0.15 * (win > 980) * (win - 980));
    value(j-12:j) = cumsum(value(j-12:j)); % Accumulate sums
end
value = value(1:months); value(j:end) = cumsum(value(j:end));
yield = value(months) / invested - 1;
end
```

Opdracht 2

Het resultaat van de gegeven code is te zien in figuur 1. De totale investering bedraagt zo'n 96091 euro. De relatieve winsten bedragen 5.46%, 11.34%, 23.34% en 50.82%.

Opdracht 3

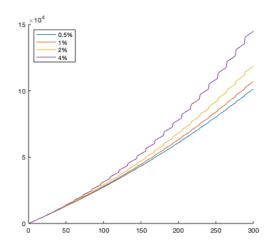
Het bestand wordt ingeladen.

```
1 load('Funds.mat')
```

Opdracht 4

Men kan de parameters berekenen door eerst σ te bepalen op basis van de rendementen, het gemiddelde te berekenen van diezelfde rendementen en vervolgens μ daaruit te bepalen.

De bekomen parameters bedragen $\mu = 3.208565 \times 10^{-3}, \sigma = 3.070426 \times 10^{-2}$ (voor EUN5) en $\mu = 7.857782 \times 10^{-3}, \sigma = 3.277546 \times 10^{-2}$ (voor VWRL).



Figuur 1: Simulatie van spaarrekeningen met verschillende rentevoeten.

```
function [mu, sigma] = s0216676_estimateParameters(s)
rendements = log(s(2:end) ./ s(1:end-1));q
sigma = std(rendements);
mu = mean(rendements) + 0.5 * sigma^2;
end
```

De implementatie maakt gebruik van een eenvoudige for loop.

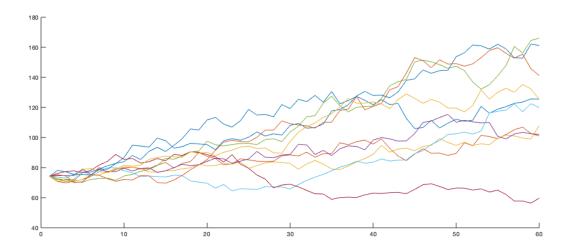
```
function [path] = s0216676_simulateFundPath(initialPrice, mu, sigma, months)
alpha = mu - 0.5 * sigma^2;

path = [initialPrice 2:months];

for t = 2:months
    path(t) = path(t-1) * exp(alpha + sigma * randn);
end
end
```

Opdracht 6

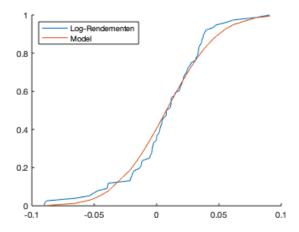
In figuur 2 worden de resulterende paden afgebeeld. Een aantal paden wijken af van de werkelijke koers afgebeeld in de opgave, maar de meesten komen ruwweg overeen. De initiële waarde bedraagt telkens 74.19 euro wat overeenstemt met de waarde in dollar op 26 november 2019.



Figuur 2: Simulatie van spaarrekeningen met verschillende rentevoeten.

```
1 figure; hold all;
2 for i = 1:10
3     plot(s0216676_simulateFundPath(74.19, mu, sigma, 60)); % Converted to euros (26/11/2019)
4 end
```

De cumulatieve distributiefuncties zijn afgebeeld in figuur 3. Op basis hiervan kan men met een zekere graad van vertrouwen beweren dat de log-rendementen effectief normaal verdeeld is. Normaal gezien maakt men gebruik van specifieke testen om dit te kwantificeren.



Figuur 3: Cumulatieve distributiefuncties van de log-rendementen en het model.

```
1 [f,x] = ecdf(log(VWRL(2:end) ./ VWRL(1:end-1)));
2 [f_norm] = normcdf(x, mu, sigma);
3 figure; hold all;
4 plot(x, f, x,f_norm);
5 legend('Log-Rendementen', 'Model', 'Location', 'NorthWest');
```

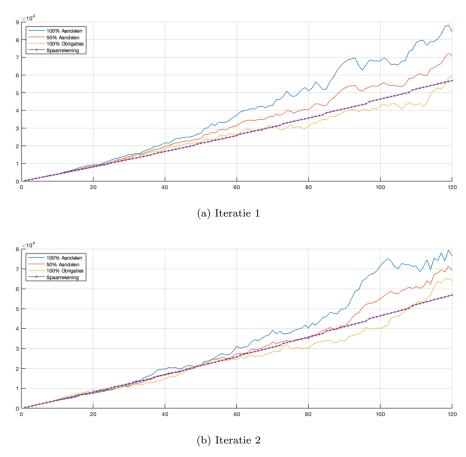
Opdracht 8

Het kon ook met een lus, maar ik deed het deze keer met ingebouwde functies.

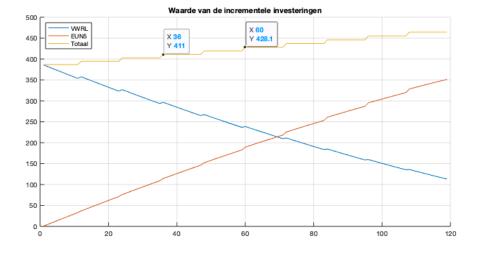
```
function [yield, invested, value, units] = ...
       s0216676_simulateFundInvestingPath(budget,pricePath,alpha)
       months = size(alpha,1);
2
       budgets = repelem(budget * (1.02 .^{(0:floor(months/12))'}), 12, 2);
       invested = sum(budgets(1:months,1));
4
       units = (budgets(1:months,:) .* [alpha (1-alpha)] - 6) / 1.0035;
5
       for i = 1:2
6
           units(units(:,i) < 0, 3-i) = (budgets(units(:,i) < 0) - 6) / 1.0035;
           units(units(:,i) < 0, i) = 0;
9
       units = cumsum(units ./ pricePath);
10
       value = units .* pricePath;
11
       yield = sum(value(end,:)) / invested - 1;
12
13
  end
```

Opdracht 9

De resulterende figuren zijn afgebeeld op de volgende pagina.



Figuur 4: Waarde van vier type investeringen doorheen een periode van 120 maanden.



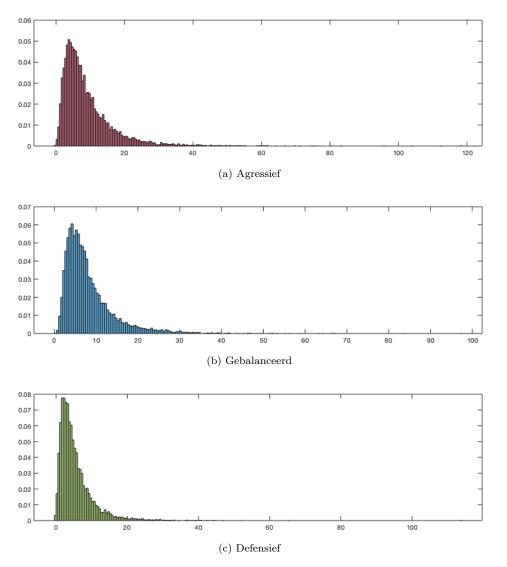
Figuur 5: Waarde van de investering op maandelijkse basis.

De functie werd als volgt geïmplementeerd.

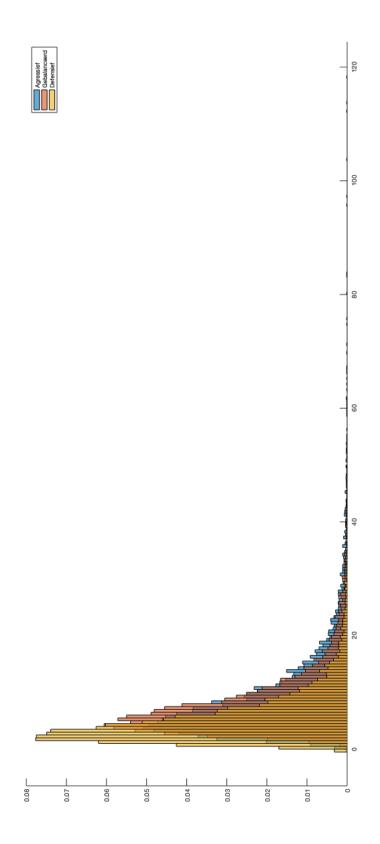
```
function [yields,invested] = s0216676_simulateFundInvesting(budget, priceHistory, alpha, N)
months = size(alpha, 2);
[mu1,sigma1] = s0216676_estimateParameters(priceHistory(:,1));
[mu2,sigma2] = s0216676_estimateParameters(priceHistory(:,2));
yields = 1:N;
for i = 1:N
path1 = s0216676_simulateFundPath(priceHistory(end,1), mu1, sigma1, months);
path2 = s0216676_simulateFundPath(priceHistory(end,2), mu2, sigma2, months);
[yields(i),invested,¬,¬] = s0216676_simulateFundInvestingPath(budget, [path1 path2], ...
alpha);
end
end
```

Opdracht 11

De histogrammen staan gezamenlijk afgebeeld in figuur 7 (zie volgende bladzijde) en afzonderlijk hieronder. Het rendement van de spaarrekening bedroeg ongeveer 47.22%. Het valt op dat hoe agressiever men speelt, hoe waarschijnlijker het wordt dat men grote winsten boekt.



Figuur 6: Afzonderlijke histogrammen gegenereerd na Monte-Carlo simulaties.



Figuur 7: Histogram gegenereerd na het uitvoeren van de Monte-Carlo simulaties.

In tabellen 1 en 2 worden eerst de kwantielen beschouwd (met x=28,y=76), vervolgens de kans op negatieve eindrendementen en ten slotte de kans op het behalen van een vermogen van 750.000 euro. Het mediaan van het vermogen bereikt op de leeftijd van 70 jaar bedroeg 481.385, 1.613.076, 1.545.397 en 1.124.821 euro voor de vier scenario's (spaarrekening, aggressief, gebalanceerd, defensief). Wat zou leiden tot een maandelijks inkomen van 3.863, 4.033, 3.863 en 2.812 euro. Enkel de spaarrekening zou dus niet tot het gewenste maandelijkse inkomen van 1.790 euro leiden.

		0.1%	2.5%	25%	50%	75%	97.5%
	Spaarrekening						
n = 300	Agressief	0.0594	0.2239	1.0057	1.6295	2.5004	5.1955
n = 500	Gebalanceerd	0.2826	0.4080	1.0486	1.5445	2.2071	4.3076
	Defensief	-0.1099	0.0196	0.6483	1.1841	1.9159	4.1599
	Spaarrekening						
m 10 *(70 m)	Aggressive	0.5868	0.9126	2.7824	4.5118	7.2536	17.2040
n = 12 *(70 - x)	Gebalanceerd	0.9435	1.2371	2.8345	4.2806	6.4681	14.1306
	Defensief	0.1593	0.3652	1.6187	2.8435	4.7228	11.2958

Tabel 1: Kwantielen voor de 8 mogelijke scenario's.

		P(y<0)	$P(v \ge 750.000)$
	Spaarrekening	0.0	0.0
n = 300	Agressief	0.0064	0.0561
n = 500	Gebalanceerd	0.0003	0.0281
	Defensief	0.0224	0.0245
	Spaarrekening	0.0	0.0
n = 12 *(70 - x)	Aggressive	0.0003	0.9167
$n = 1z \cdot (10 - x)$	Gebalanceerd	0.0	0.9463
	Defensief	0.0036	0.7639

Tabel 2: Kans op negatieve eindrendementen en op het bereiken van een vermogen van 750.000 euro voor de 8 mogelijke scenario's.

Evaluatie

Ik besteedde ongeveer 17 uur aan het practicum en zo'n 3 uur aan het verslag. De moeilijkheidsgraad lag goed. De terminologie was meer dan duidelijk en de taak (net zoals het andere practicum) best interessant. De simulatie was niet de meest realistische omdat het onderliggende model een beperkt voorspellingsvermogen heeft. Dat de kans op een negatief rendement zo laag is, is al op zich vrij onwaarschijnlijk.