



**Universidade  
Anhembi Morumbi**

LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES\*

**Bruno Borges de Souza**

**Sebastião Caetano de Mello Filho**

**PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR APLICADA À INVESTIMENTOS:  
UTILIZAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ PARA OTIMIZAÇÃO DE UM  
PORTFÓLIO DE RENDA FIXA E VARIÁVEL**

SÃO PAULO

2016

**Bruno Borges de Souza**  
**Sebastião Caetano de Mello Filho**

**PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR APLICADA À INVESTIMENTOS:  
UTILIZAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ PARA OTIMIZAÇÃO DE UM  
PORTFÓLIO DE RENDA FIXA E VARIÁVEL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
como exigência parcial para a obtenção do título  
de Graduação do Curso de Bacharel em  
Engenharia de Produção da Universidade  
Anhembi Morumbi

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sene de Lourenço

São Paulo

2016

**Bruno Borges de Souza**  
**Sebastião Caetano de Mello Filho**

***PROGRAMAÇÃO NÃO-LINEAR APLICADA À INVESTIMENTOS: UTILIZAÇÃO DO  
MODELO DE MARKOWITZ PARA OTIMIZAÇÃO DE UM PORTFÓLIO DE RENDA  
FIXA E VARIÁVEL***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como exigência parcial para a obtenção do título de Graduação do Curso de Bacharel em Engenharia de Produção da Universidade Anhembi Morumbi, sob a orientação do Prof. Dr. Leonardo Sene de Lourenço

Aprovado em:

---

Prof. Dr. Leonardo Sene de Lourenço  
Universidade Anhembi Morumbi

---

Nome do convidado

## **AGRADECIMENTOS**

Meus Agradecimentos especiais aos meus pais que me apoiaram e me incentivaram nesta jornada e por se dedicarem tanto para que alcance meus objetivos.

Agradeço ao Orientador pelo saber compartilhado e pelas orientações precisas que tanto me ajudaram na pesquisa e finalização deste trabalho.

## RESUMO

A escolha mais adequada de ativos para a composição de um portfólio é fundamental para a gestão de um patrimônio. Com o objetivo de selecionar uma carteira de investimentos mais atraente para um determinado investidor, é necessário avaliar oportunidades que ofereçam máxima rentabilidade aliado às preferências do cliente. Em 1952, Markowitz cria a Teoria do Portfólio, na onde o autor demonstra matematicamente como os efeitos da diversificação minimizam o risco dos ativos em conjunto. O objetivo deste trabalho é estudar o modelo de criação de carteiras ótimas baseadas na Teoria do Portfólio utilizando séries históricas de cotações de títulos de renda fixa e variável. A partir da aplicação de métodos de pesquisa operacional, o modelo será otimizado com o objetivo de encontrar a relação risco/retorno ótima para três tipos de investidor: Conservador, Moderado e Agressivo.

**Palavras-Chaves:** Modelo de Markowitz, Eficiência de Mercado, Programação Não - Linear

## **ABSTRACT**

The most appropriate choice of assets to the composition of a portfolio is fundamental to the management of an estate. In order to select a portfolio of more attractive investment for a particular investor, it is necessary to evaluate opportunities that provide maximum profitability coupled with customer preferences. In 1952, Markowitz created the Theory of Portfolio, in which the author demonstrates mathematically how the effects of diversification minimizes the risk of the assets together. The objective of this work is to study the model of creating optimal portfolios based on portfolio theory using historical series of fixed and variable income securities prices. Based on the application of operations research methods, the model will be optimized in order to find the optimal risk/return relation for three types of investor: Conservator, Moderate and Aggressive.

**Keywords: Markowitz Model, Market Efficiency, Nonlinear Programming**

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.2.1 Estrutura do Sistema Financeiro Nacional .....	20
Figura 2.4.2 Principais objetivos dos investidores brasileiros no ano de 2015.....	37
Figura 2.4.3 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Conservador) .....	39
Figura 2.4.4 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Moderado) .....	40
Figura 2.4.5 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Arrojado).....	41
Figura 2.5.6 Relação entre Risco e Dispersão da Média .....	43
Figura 2.5.7 Representação da Curva de Indiferença.....	45
Figura 2.5.8 - Ativos com correlação perfeitamente positiva .....	48
Figura 2.5.9 - Ativos com correlação perfeitamente negativa .....	48
Figura 2.5.10 Relação entre Risco e Retorno .....	49
Figura 2.6.11 A Redução do Risco pela Diversificação.....	52
Figura 2.6.12 Fronteira Eficiente de uma Carteira.....	54
Figura 3.1.13: Fluxograma Metodológico de Pesquisa .....	60
Figura 3.3.14 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Mensal.....	71
Figura 3.3.15 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Semanal .....	71
Figura 3.3.16 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Diário .....	72
Figura 3.4.17 Evolução do Capital Investido (Fev/2016 à Ago/2016).....	77

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.3.1 Prazo de Rentabilidade por Investimento.....	36
Tabela 2.4.2: Composição de ativos de renda fixa e variável em 10 empresas do setor .....	39
Tabela 3.2.3 Ações utilizadas para estudo.....	63
Tabela 3.2.4: Títulos de Renda Fixa Privada CDB.....	64
Tabela 3.2.5: Títulos de Renda Fixa Privada LCI.....	65
Tabela 3.2.6: Títulos de Renda Fixa Privada LCA .....	65
Tabela 3.2.7 Indicadores de Mercado em Títulos de Renda Fixa .....	67
Tabela 3.2.8 Duration para Investimentos em Renda Fixa .....	67
Tabela 3.3.9: Melhor Ativo livre de Risco por Perfil de Investidor .....	68
Tabela 3.3.10: Retorno ( $\bar{R}$ ) e Risco ( $\sigma$ ) das ações .....	69
Tabela 3.3.11 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Mensal .....	73
Tabela 3.3.12 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Semanal .....	73
Tabela 3.3.13 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Diário .....	73
Tabela 3.4.14 Desempenho da aplicação com acompanhamento mensal .....	74
Tabela 3.4.15 Desempenho da aplicação com acompanhamento semanal .....	74
Tabela 3.4.16 Desempenho da aplicação com acompanhamento diário .....	74
Tabela 3.4.17 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Conservador.....	76
Tabela 3.4.18 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Moderado .....	76
Tabela 3.4.19 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Agressivo .....	77
Tabela 3.4.20 Comparação entre Retornos entre Mar/2016 e Ago/2016.....	78



## LISTA DE SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais
Bacen	Banco Central
BC	Banco Central
BNDS	Banco Nacional de Desenvolvimento Social
BNH	Banco Nacional de Habitação
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CEF	Caixa Econômica Federal
CMN	Conselho Monetário Nacional
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
FGTS	Fundo de Garantia por Tempo de Serviço
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGP-M	Índice Geral de Preços do Mercado
IMA	Índice de Mercado Anbima
IMA-Geral	Índice Geral do Mercado Anbima
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
IRF-M	Índice de Renda Fixa do Mercado
IS	Índice Sharpe
LCA	Letras de Crédito de Agronegócios
LCI	Letras de Crédito Imobiliário
LF	Letras Financeiras
LI	Letras Imobiliárias

PIS	Programa de Integração Social
RDB	Recibo de Depósito Bancário
RF	Renda Fixa
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SFH	Sistema Financeiro de Habitação
SFN	Sistema Financeiro Nacional
SUMOC	Superintendência da Moeda e do Crédito

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1 OBJETIVO .....	14
1.1.1 Objetivo Geral.....	14
1.1.2 Objetivos Específicos .....	14
1.2 JUSTIFICATIVA.....	15
1.3 METODOLOGIA .....	15
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>17</b>
2.1 A EVOLUÇÃO DO SISTEMA FINANCEIRO NACIONAL (SFN).....	17
2.1.1 Período de Guerras e da Grande Depressão .....	17
2.1.2 Reforma Bancária de 1964.....	18
2.2 ÓRGÃOS DA ECONOMIA.....	19
2.2.1 Autoridade Monetárias.....	21
2.2.2 Autoridades de Apoio .....	22
2.2.3 Instituições Financeiras Bancárias (Monetárias) .....	25
2.2.4 Instituições Financeiras Não Bancárias (Não Monetárias) .....	27
2.3 TIPOS DE INVESTIMENTOS.....	30
2.3.1 Poupança .....	32
2.3.2 CDB.....	32
2.3.3 LCI e LCA.....	33
2.3.4 Fundo de investimento .....	33
2.3.5 Tesouro Direto .....	33
2.3.6 Ações.....	34
2.3.7 Definição de Prazos de Investimentos.....	35
2.3.8 Prazo de Rentabilidade por Tipos de Investimento .....	35
2.4 INVESTIDOR.....	36
2.4.1 Tipo de Investidor .....	37
2.4.2 Perfil do Investidor.....	38
2.5 RISCO E RETORNO DE UM PORTFÓLIO .....	41
2.5.1 Risco e Retorno esperados de um título .....	42
2.5.2 Relação entre Risco, Retorno e investidor .....	44

2.5.3 Retorno Esperado de um Portfólio .....	45
2.5.4 O Risco na estrutura de uma carteira de ativos.....	46
2.5.5 Relação entre Risco e Retorno de classe de ativos .....	48
2.6 A TEORIA DO PORTFÓLIO: MODELO DE OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ	50
2.6.1 Os Efeitos da Diversificação.....	51
2.6.2 Pesquisa Operacional aplicada a investimentos .....	52
2.6.3 Considerações sobre o modelo de otimização de portfólio de Markowitz	57
<b>3. DESENVOLVIMENTO .....</b>	<b>59</b>
3.1 ASPECTOS METODOLÓGICOS .....	59
3.1.1 Modelo Matemático Utilizado.....	60
3.1.2 Avaliação do Desempenho da Carteira .....	62
3.2 DADOS DE AMOSTRA.....	62
3.3 APLICAÇÃO DO MÉTODO.....	67
3.4 ANÁLISE DE DESEMPENHO.....	73
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>78</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>80</b>
<b>ANEXO A SUITABILITY (QUESTIONÁRIO DE ANÁLISE DO PERFIL DO INVESTIDOR) .....</b>	<b>83</b>
<b>ANEXO B TAXA DE VARIAÇÃO CONTÍNUA DE COTAÇÕES HISTÓRICAS DAS AÇÕES PARA ANÁLISE.....</b>	<b>85</b>
<b>ANEXO C MATRIZ DE COVARIAÇÃO DAS AÇÕES PARA ANÁLISE .....</b>	<b>91</b>
<b>ANEXO D TAXA DE VARIAÇÃO DO ÍNDICE IBOVESPA NO PERÍODOS DE ANÁLISE .....</b>	<b>97</b>

## 1. INTRODUÇÃO

As decisões financeiras na prática não são tomadas em ambiente de total certeza com relação a seus resultados. Segundo Assaf Neto (2012), por essas decisões estarem fundamentalmente voltadas para o futuro, é imprescindível que se introduza a variável incerteza (risco) com um dos mais significativos aspectos do estudo das finanças corporativas.

A escolha mais adequada de ativos para a composição de um portfólio é fundamental para a gestão de um patrimônio. Com o objetivo de selecionar uma carteira de investimentos mais atraente para um determinado investidor, é necessário avaliar oportunidades que ofereçam máxima rentabilidade aliado à determinada propensão ao risco do cliente.

Até a década de 50, os modelos para risco e retorno eram em grande parte subjetivos e variavam de investidor para investidor. A partir do desenvolvimento da moderna teoria do portfólio por pesquisadores como Markowitz, Sharp, Black, Scholes entre outros, foi desenvolvido um arcabouço teórico quantitativo com base na teoria econômica neoclássica. O desenvolvimento da teoria do portfólio em 1952 por Markowitz, revolucionou o estudo das finanças, fato que lhe rendeu o prêmio Nobel de economia em 1990.

O principal aspecto da teoria do portfólio é que o risco individual de um ativo é diferente de seu risco na carteira, tornando a diversificação capaz de minimizar o risco não-sistemático dos ativos em conjunto. Utilizando métodos de programação não-linear, é possível escolher a proporção ideal de cada ativo no portfólio, otimizando a relação retorno/risco da carteira de títulos.

A proporção ideal de títulos de renda fixa e variável varia dependendo da instabilidade a qual se encontra a economia no país e da propensão ao risco do investidor. A economia do Brasil fechou o ano de 2015 com um recuo de 3,8%, de acordo com o IBGE, o pior desempenho desde 1990, quando o recuo chegou a 4,3%. Ainda segundo o IBGE, o IPCA, a inflação oficial o país, alcançou a taxa de 10,67% em 2015, a maior desde 2002. Assim devido ao alto grau de incerteza no cenário econômico nacional, os títulos de renda fixa tornam-se uma maneira menos arriscada de investir. Contudo, por oferecer maior rentabilidade,

necessita-se compreender de forma mais aprofundada o comportamento do mercado de renda variável, mitigando o seu risco a partir da diversificação.

Portanto, com a presença da incerteza como fator predominante nas decisões de investimentos, tornou técnicas da pesquisa operacional propício a aplicações na gestão de investimentos, como forma de auxiliar quantitativamente na tomada de decisões do investidor.

Para melhor compreensão e desenvolvimento deste trabalho se faz necessária a compreensão do mercado financeiro do Brasil e os órgãos que compõem o Sistema Financeiro Nacional. Será abordado também os perfis de investidor e os principais investimentos nacionais que compõe um portfólio e como a programação não-linear poderá ser utilizada para criar a melhor composição de ativos para o portfólio.

## **1.1 Objetivo**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

Com base na Teoria do Portfólio de Markowitz e conhecimentos de pesquisa operacional, criar uma carteira diversificada de ativos de renda fixa e variável de forma a maximizar a rentabilidade e minimizar o risco de acordo com o perfil do investidor.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

- Definir os diferentes perfis de investidor;
- Levantar as opções de investimento de renda variável e renda fixa no Brasil;
- Aplicar a Teoria de Markowitz para maximizar o retorno e minimizar o risco do portfólio diversificando o risco dos ativos;
- Analisar o desempenho dos Portfólios do Método;
- Validar o Modelo.

## 1.2 Justificativa

Os títulos de renda variável e renda fixa movimentam o mercado financeiro e cada vez mais torna-se necessário o estudo para compreensão de seu funcionamento e melhores maneiras de investir de forma a obter maior rentabilidade a partir da diversificação do risco entre ativos.

Neste cenário, quando lidamos com o mercado de renda fixa e variável, lidamos com a inexperiência de boa parte de usuários para mitigar o risco para investir. Portanto, será utilizado para esse projeto, uma teoria utilizada no mercado financeiro, a Teoria do Portfólio de Markowitz, e a aplicaremos utilizando conhecimentos de pesquisa operacional, de forma a minimizar o risco, maximizar o retorno e assim encontrar a fronteira eficiente da carteira.

## 1.3 Metodologia

Conforme Assaf Neto (2012 pág., 231) explica, a avaliação de uma carteira envolve três grandes fases de estudo:

1. **Análise de títulos:** trata dos fundamentos aplicado ao desempenho esperado dos títulos. O valor intrínseco pode ser obtido pelos fluxos futuros esperados de rendimentos de caixa descontados a uma taxa de atratividade definida pelo investidor. A taxa de desconto exigida pelo investidor deve embutir em sua metodologia de cálculo uma parcela de remuneração pelo risco do ativo e outra para operações classificados como sem risco
2. **Análise de carteiras:** trata das projeções de retorno esperado e risco do conjunto de ativos considerado, a partir de instrumentos financeiros de avaliação, usando por base os valores na análise de títulos;

3. **Seleção de carteiras:** tem como objetivo identificar a melhor combinação possível de ativos, obedecendo às preferências do investidor, com relação ao risco e retorno esperados.

Com o objetivo de encontrar a carteira ótima para cada tipo de investidor, o trabalho se baseará na metodologia acima. Primeiro será analisado o Sistema Financeiro Nacional (SFN), analisando os principais órgãos que compõem a economia no Brasil e seu desenvolvimento ao longo da história, com o objetivo de compreender as normas e leis que regem o mercado mobiliário.

A análise de títulos compreenderá um estudo a respeito dos principais títulos de renda fixa e renda variável no Brasil, e será avaliado o retorno e risco esperado de cada título, baseado em séries históricas dos últimos dois anos (2015 – 2016) e na taxa de atratividade que varia para cada perfil de investidor. O objetivo desta fase é, portanto, selecionar um conjunto de títulos que será aplicada à segunda fase de estudo.

Para a análise de carteiras será tratado o conceito de retorno e risco esperado para os ativos em conjunto, baseado na moderna teoria do portfólio desenvolvido por Markowitz. O objetivo é que através da diversificação, o risco dos ativos em conjunto possa ser minimizado na carteira.

Por fim, para a seleção de carteiras, a identificação da melhor combinação de ativos na fronteira eficiente do modelo será baseada na propensão ao risco do investidor, classificado em três perfis diferentes (conservador, moderado e agressivo), com o objetivo de selecionar a carteira que maximiza seu grau de satisfação.



## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 A Evolução do Sistema Financeiro Nacional (SFN)**

Desde a primeira metade da década de 60 umas sequências de reformas aperfeiçoaram as instituições do mercado financeiro. O desenvolvimento da economia do Estado, e a presença constante da inflação no cenário econômico, fez com que o sistema financeiro acumulasse distorções no processo de intermediação financeira. Estas distorções acarretaram numa busca para o melhoramento, assim possibilitando um sistema que permita aos poupadores alocarem sem restrições o consumo ao longo do tempo, e os investidores disponham de recursos que possibilite-os levar adiante seus planos de produção. E assim vieram uma sucessão de leis, decretos e instalação de organizações financeiras, com o objetivo de promover uma economia congruente para ambos os lados.

#### **2.1.1 Período de Guerras e da Grande Depressão**

O período de 1914-1945, foi de grande importância para o cenário do sistema financeiro no Brasil. Houve grandes evoluções nesta época como a criação da Inspeção Geral dos Bancos em 1920, que mais adiante em 1942 tornou-se a Caixa de Mobilização e Fiscalização Bancária e em 1921 ocorreu a implementação de duas grandes instituições: Câmara de Compensação e a Carteira de Redescontos do Banco do Brasil (GOLDSMITH, 1986).

A crise econômica dos Estados Unidos, em 1929, abalou as estruturas financeiras do Brasil, que neste período tinha características de grande latifundiário, monocultor e voltado para exportação. O Brasil vivia o ciclo do café e seu principal mercado era o americano, com a queda da bolsa e o período de recessão vivido na América do Norte, fazendo com que a economia brasileira ficasse estagnada (GOLDSMITH, 1986).

Gudin (1965), explica que algumas décadas depois, em 1945, foi criada a BCE (SUMOC), dirigida pelo Ministro da Fazenda. A SUMOC era responsável pela política monetária, mas não tinha controle da sua execução, sendo este o primeiro passo para o futuro Banco Central.

### **2.1.2 Reforma Bancária de 1964**

Segundo Mellagi Filho e Ishikawa (2000), o SFN baseia-se principalmente nas reformas bancárias que ocorreram em 1964 e 1965 (Lei nº 4.595, de 31-12-1964, e Lei nº 4.728, de 14-7-1965), onde foram constituídas como autoridades monetárias o CMN (Conselho Monetário Nacional) e o Bacen (Banco Central do Brasil). Em 1976, foi adicionado a CVM (Conselho de Valores Imobiliários), que regulamenta o mercado de títulos mobiliários não emitidos pelo Sistema Financeiro, como por exemplo, ações e debêntures.

Conforme Marcolino (1996), a Lei da Correção Monetária, nº 4.357 de 1964, instituiu normas de débitos fiscais, criou títulos públicos federais destinados a antecipar receitas, cobrir déficits e promover investimentos.

A Lei do Plano Nacional da Habitação, nº 4.380 de 21/08/1964, estabeleceu correção monetária nos contratos imobiliários criando o Banco Nacional da Habitação – BNH, que instituiu o Sistema Financeiro da Habitação, possibilitando a criação de Crédito Imobiliário e Letras Imobiliárias. O BNH tornou-se um órgão gestor nacional, responsável pela construção de casas populares e obras de saneamento básico e infraestrutura urbana, atuando com moeda própria e seus próprios instrumentos de captação de recursos: Letras Hipotecárias, Letras Imobiliárias e Cadernetas de Poupança. Posteriormente, a esses recursos foram adicionados os do Fundo de Garantia por Tempo de Serviço-FGTS (MARCOLINO, 1996)

A Lei de Mercado de Capitais, nº 4.728 de 14/07/65 reformulou o mercado de capitais, e estabeleceu medidas para seu desenvolvimento. Instituiu normas e regulamentos básicos para um sistema de investimento destinado a apoiar o desenvolvimento nacional e atender a demanda de crédito (MARCOLINO, 1996).

Na sexta feira do dia 13 de dezembro de 1968, entra em vigor o Ato Institucional nº 5, o mais rigoroso dentre os antecessores e posteriores atos, esta autonomia buscada na Reforma de 1964 estava morta, pois o ato suspendia as garantias legais dos que exerciam mandato fixo (MARCOLINO, 1996).

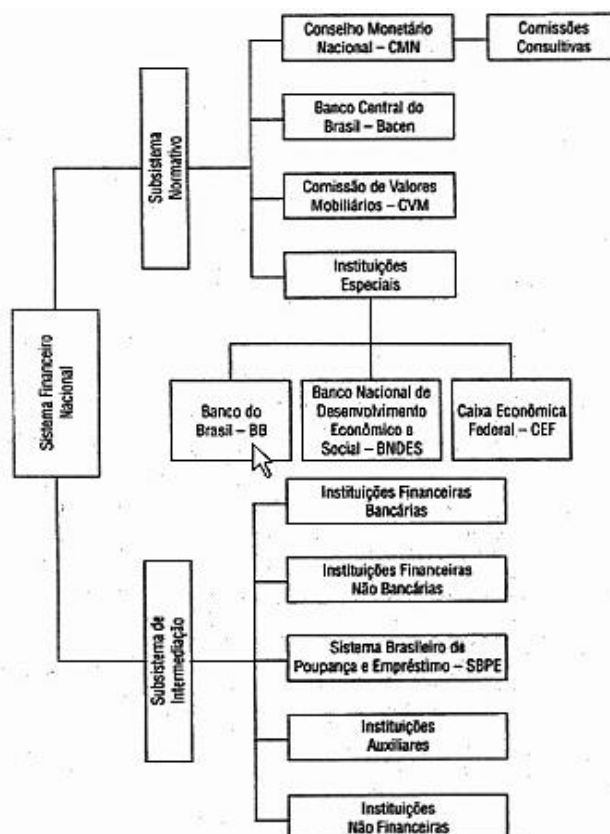
O presidente Ernesto Geisel, responsável pela abertura política no Brasil no período militar, reconheceu a situação de fato e estabeleceu que os diretores do Banco Central seriam demissíveis pelo Presidente da República, de acordo com a Lei nº 6045, de 15 de maio de 1974. Posteriormente com a redemocratização no artigo 192 da Constituição de 1988, estabelece que a organização do Banco Central deve ser objeto de uma Lei Complementar (MARCOLINO, 1996)

Todavia, a Reforma transferiu as atividades para o Banco Central, como a política cambial e a administração das reservas internacionais, que era feita pelo Banco do Brasil. A Reforma também autorizou o Banco Central a conceder autorização do funcionamento de instituições financeiras, exercer fiscalização sobre estas instituições e aplicar as penalidades previstas pela lei. (MARCOLINO, 1996).

## **2.2 Órgãos da Economia**

Segundo Assaf Neto (2011), o SFN é constituído por todas as instituições financeiras, públicas ou privadas, existentes no país. Pode ser entendido como um conjunto de instituições e instrumentos financeiros que visam, em última análise, transferir recursos de agentes econômicos (pessoa, empresas e governo) superavitário para agentes deficitários. É em função deste processo que se evidencia a função econômica e social do sistema financeiro.

**Figura 2.2.1 Estrutura do Sistema Financeiro Nacional**



**Fonte:** Assaf Neto, 2011

O Sistema Financeiro Nacional pode ser dividido em dois grandes subsistemas: Normativos e Intermediação financeiro.

O Subsistema normativo é responsável pelo funcionamento do mercado financeiro, fiscalizando suas atividades por meio do CMN (Conselho Monetário Nacional) e Bacen (Banco Central do Brasil). O CVM (Comissão de Valores Mobiliários) é um órgão de apoio ao SFN e ainda se enquadram algumas instituições com caráter especial da função, sendo elas o BB (Banco do Brasil), BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social) e a CEF (Caixa Econômica Federal) (ASSAF NETO, 2011).

Os Subsistemas de intermediação ou operativo é composto de instituições bancárias e não bancárias e atuam em operação de intermediação financeira. Pode ser estruturado em cinco grandes grupos de instituições: Bancárias, Não-Bancárias, Sistema de Poupança e Empréstimo, Auxiliares e Instituições Não-

Financeiras (ASSAF NETO, 2011). Na Figura 2.2.1 é apresentado um esquema geral da estrutura do Sistema Financeiro Nacional.

### **2.2.1 Autoridade Monetárias**

Confirma explica Mellagi Filho e Ishikawa (2000), as autoridades monetárias são responsáveis por disciplinar o mercado financeiro, evitando abusos e colocando em prática a política do governo federal. Também tem como objetivo manter o valor da moeda nacional e a confiança do sistema financeiro.

#### **2.2.1.1 Conselho Monetário Nacional- CMN**

O CMN foi criado pela Lei nº 4.595 de 31 /12 /1964, sendo um órgão normativo, responsável pela fixação de diretrizes de política monetária, creditícia e cambial do país. A partir de 30 /06 / 1994 sob o Plano Real, integrou os seguintes membros: Ministro da Fazenda, Ministro do Planejamento e o Presidente do Banco Central (FORTUNA, 2015). Não desempenha nenhuma atividade executiva e responsável por processar todo o controle do sistema financeiro, além de assumir funções legislativas de todas as instituições financeiras do país (ASSAF NETO, 2011)

Suas principais funções:

- Regular o valor interno da moeda, prevenindo de altos índices inflacionários;
- Regular o valor externo da moeda, promovendo um equilíbrio do Balanços de Pagamentos do País;
- Sistema de pagamento e mobilização de recursos;
- Garantir processo de desenvolvimento;
- Zelar pela liquidez das instituições financeiras;

## **2.2.2 Autoridades de Apoio**

### **2.2.2.1 Comissão de Valores Monetários- CVM**

Criada a partir da Lei nº 6.385, em 07 /12 /1976, sua função é a fiscalização e a regulamentação do mercado de capitais, especificamente as sociedades de capital aberto. De acordo com Assaf Neto (2011), a CVM tem por finalidade básica a normatização e controle do mercado de valores mobiliários, representado pelas ações, debêntures, *comercial papers* e outros títulos emitidos por sociedades anônimas e autorizadas pelo CMN.

Estabeleceu um órgão normativo do sistema financeiro, voltado especificamente para o desenvolvimento, disciplina e a fiscalização do mercado de valores mobiliário não emitidos pelo Tesouro Nacional. Portanto, sua missão é proteger os investidores, promovendo facilidade de formação de capital para as empresas (FORTUNA, 2015).

Atualizada em 30 /10 /2001, no Decreto nº 3.995 e a Lei nº 10.303, ampliando suas funções incluindo Bolsas de Mercadorias e Futuros e a Bolsa de Valores.

Principais ações:

- Certificados de depósito de valores mobiliários;
- Notas comerciais;
- Administração de carteiras de custódia mobiliários;
- Fundos de investimentos mobiliários;

### **2.2.2.2 Banco do Brasil - BB**

O BB já passou por algumas fusões, até janeiro de 1986 era uma autoridade monetária. Logo após foi o responsável pela emissão de moeda, via ajustamento de contas das autoridades monetárias e do Tesouro Nacional. De acordo com Assaf Neto (2011), o Banco do Brasil é um banco misto, e assume três funções:

1. Agente Financeiro do Governo Federal, executando sua política creditícia e financeira;
2. Banco Comercial, exercendo atividades próprias dessas instituições;
3. Banco de Investimento e Desenvolvimento, pois opera em algumas modalidades com créditos de médio e longo prazo.

Atualmente, o BB é um conglomerado financeiro de ponta, se ajustando para um banco múltiplo tradicional, embora as vezes opere como agente financeiro do Governo Federal e o principal executor da política oficial de crédito rural (FORTUNA, 2015).

Suas principais atividades são:

- Aquisição e financiamento de estoques de produção exportável;
- Agenciamento dos pagamentos recebidos fora do país;
- Operação dos investimentos setoriais, como pesca e o reflorestamento;
- Captação de depósitos de poupanças direcionados ao crédito rural;
- Execução de serviços de dívida pública consolidados;
- Execução de política de preços mínimos para produtos agropastoris;

A Lei 11.908, de 31 /03 /2009, amplia a participação de bancos públicos – Banco do Brasil e Caixa - no sistema bancário doméstico, a abriu para bancos públicos comprarem bancos privados, até então não era permitido (FORTUNA, 2015).

### **2.2.2.3 Banco Nacional de Desenvolvimento Social- BNDS**

Esta instituição é responsável pela política de investimentos de longo prazo do Governo Federal (FORTUNA, 2015). Segundo Assaf Neto (2011), o principal objetivo do BNDS é o de fomentar e reequipar, por meio das várias linhas de crédito voltada para os setores industrial e social, empresas que são consideradas de interesse ao desenvolvimento econômico do país.

Seus objetivos básicos:

- Impulsionar o desenvolvimento econômico e social do País;
- Fortalecer o setor empresarial nacional;
- Criar novos polos de produção;

- Promover desenvolvimento integrado das atividades agrícolas, industriais e de serviços;
- Promover o crescimento diversificado das exportações;

#### **2.2.2.4 Caixa Econômica Federal - Caixa**

Organização responsável pela operacionalização de políticas do Governo Federal para habitação popular, saneamento básico, caracterizando com um banco de apoio ao trabalhador de baixa renda. A Caixa executa ainda características de bancos comerciais e múltiplos, com a captação de recursos como: caderneta de poupança, depósitos judiciais, empréstimos vinculados à habitação, administração de loterias, e fundos de programas, como (FORTUNA, 2015):

- Fundo de Garantia de Tempo de Serviço – FGTS
- Fundo de Compensação de Variações Salariais – FCVS
- Programa de Integração Social – PIS
- Fundo de Desenvolvimento Social – FDS
- Fundo de Apoio ao Desenvolvimento Social – FAZ

A Caixa Econômica Federal, constitui no principal agente do SFH – Sistema Financeiro de Habitação -, pois atua no financiamento da própria, principalmente no segmento de baixa renda. Seus estatutos preveem outros objetivos, como (ASSAF NETO, 2011);

- Administrar os serviços das loterias federais;
- Constituir-se no principal arrecadador do FGTS;
- Ter o monopólio das operações de penhor (empréstimos garantidos por bens de alto valor e liquidez, como joias e metais preciosos).

#### **2.2.2.5 Conselho de Recursos do Sistema Financeiro Nacional- CRSFN**

Criado no Decreto 91.152, de 15 /03 /1985, é um órgão do Ministério da Fazenda, para julgar em segunda e última instância, os recursos interpostos das decisões relativas à aplicação de penalidades administrativas pelo BC e CVM.



É composto por oito Conselheiros, designados pelo Ministro da Fazenda, com o mandato de dois anos podendo ser reconduzido apenas uma vez (FORTUNA, 2015).

Formado por:

- Um representante do Ministério da Fazenda;
- Um representante do Banco Central;
- Um representante da Secretaria de Comercio Exterior, do Ministério de Desenvolvimento, indústria e comercio;
- Quatro representantes das entidades de classes do mercado financeiro, e de capitais, solicitado pelo Ministro da Fazenda;

### **2.2.3 Instituições Financeiras Bancárias (Monetárias)**

As instituições financeiras podem ser divididas em bancárias e não bancárias. As instituições financeiras bancárias englobam os Bancos Comerciais, Bancos Múltiplos e Caixas Econômicas. As instituições classificadas como não bancárias são as que não apresentam capacidade de emitir moeda ou meios de pagamento, como as cooperativas de crédito, financiamento e investimentos (ASSAF NETO, 2011).

#### **2.2.3.1 Bancos Comerciais**

Seu objetivo é proporcionar recursos para financiar, a curto e médio prazo, o comércio, a indústria, as empresas prestadoras de serviços e as pessoas físicas. A forma de captação de recursos são: depósitos a prazo fixo – CDB e RDB-e Letras Financeiras- LF, via cobranças de títulos e tarifas públicas.

São intermediários financeiros, recebem recursos de quem tem e distribuem sob crédito seletivo a quem necessitam (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.3.2 Caixas Econômicas**

Sua principal atividade, é a integração do Sistema Financeiro Brasileiro de Poupança e Empréstimo e o Sistema Financeiro de Habitação e outras instituições do Sistema Financeiro Nacional.

A Caixa Econômica federal é resultado do Decreto-Lei 759, de 12 /08 /69. Sua principal atividade é integrar o sistema brasileiro de poupança e empréstimo e o sistema financeiro da habitação, que são bancos comerciais prestação de serviços dirigida as pessoas físicas.

Podem operar no credito direto ao consumidor, financiando bens de consumo duráveis, sua garantia é caso inadimplências o penhor dos bens pessoas e sob consignação. Sua mais fonte de recursos são os depósitos em caderneta de poupança, a centralização do recolhimento e a posterior aplicação de todos os recursos oriundos do FGTS, e mais uma fonte de recursos para sua gestão é a venda de bilhetes das loterias (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.3.3 Bancos Cooperativos**

Os bancos cooperativos deram origem a partir do Banco Central, através da resolução 2.193, de 31/08/95, autorizou a consolidação de instituições comerciais na forma de sociedades anônimas de capital fechado, e participação exclusiva de credito singular.

O BC autorizou que as cooperativas de credito abrissem seus próprios bancos comerciais, podendo assim, trabalhar da maneira vigente das organizações comerciais, excerto empréstimos recíproco entre os bancos.

Através da Resolução 2.788 de 30/11/2000, o BC renovou as regras de constituição dos bancos corporativos, dando assim os mesmos parâmetros de regulamentação dos Bancos Comerciais.

No Banco Cooperativo o Produtos Rural é o gerador e o controlador do fluxo de capital, portanto os recursos se delimitam a região de origem e a sua reaplicação é para desenvolvimento de novas culturas (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.3.4 Cooperativas de Crédito**

A Lei 5.764, de 16/12/71, definiu a Política Nacional de Cooperativismo como iniciativas ligadas ao sistema cooperativo, ou seja, de proveito comum, sem objetivo de lucro e as classificou em: singulares que são constituídas com no mínimo 20 (vinte) pessoas, permitindo a admissão de pessoas jurídicas sendo

que estas devem ser de cunho sem fins lucrativos; e as centrais de cooperativas que são constituídas de no mínimo 3 (três) singulares, podendo, excepcionalmente, admitir associados individuais.

As cooperativas de crédito são instituições financeiras conforme estabelecido na Lei 4.595, de 31 /12 /64. As exigências e os procedimentos de funcionamento como organização financeira estão estabelecidos pela Resolução 3.859, de 27 /05 /2010, e seu regulamento anexo, e pela Circular 3.502 de 26 /07 /2010 (FORTUNA, 2015).

Alguns das atividades são:

- Capitar depósitos apenas de associados, sem a emissão de certificado;
- Obter empréstimos de depósitos interfinanceiros;
- Aplicar recursos no Mercado Financeiro;

## **2.2.4 Instituições Financeiras Não Bancárias (Não Monetárias)**

### **2.2.4.1 Bancos de Desenvolvimento**

O BNDS é o principal agente do governo para financiamentos de médio e longo prazo aos setores primário, secundário e terciário. Há outros bancos também como Banco do Nordeste- BNB e o Banco Amazônia – BASA.

São um conjunto de instituições financeiras controladas pelos governos estaduais e destinados ao fornecimento de crédito de médio e longo prazo as empresas localizadas nos respectivos estados. A partir do decreto estabelecido pelo Conselho Monetário Nacional 3.568 aprovado em 05/2009, a possibilidade de operar linhas de financiamento comerciais foi aberta aos bancos de desenvolvimento.

E o desprendimento de apenas no financiamento para sua área regional de atuação foi derrubado pelo Resolução 3.593 07/2009 também aprovada pelo Conselho Monetário Nacional (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.4.2 Bancos de Investimentos**

O Principal objetivo dos bancos de investimentos é o financiamento a médio e longo prazo para suprimento de capital fixo ou giro das empresas. Estas instituições não podem manter contas correntes, sua forma de captação de recursos é através de emissão de CDB e RDB, repasses de recursos de origem interna e externa ou pela venda de cotas de fundos de investimento (FORTUNA, 2015).

As operações que podem ser praticadas pelos bancos de investimento são (FILHO E ISHIKAWA, 2000):

- Empréstimo a prazo mínimo de um ano para financiamento de capital fixo e giro;
- Aquisições de ações ou qualquer outros títulos e valores mobiliários para investimento ou revenda no mercado de capitais;
- Repasse de empréstimos obtidos no país ou exterior;
- Prestação de garantia e empréstimos no país ou do exterior.

Bancos de investimentos são de cunho capitalista privada, tendo limites para apoiar os órgãos e empresas de estado. Os financiamentos ao capital fixo são precedidos de avaliações de projeto, e não podem destinar recursos para empreendimentos imobiliários (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.4.3 Sociedades de Crédito, Financiamento e investimento**

Segundo Eduardo Fortuna (2015), seu ofício é financiar bens de consumo duráveis, por meio de crédito direto. Assim como os Bancos de investimentos não podem ter contas correntes, sua forma de captação de recursos é por meio de Letras de Cambio-LC que são títulos de crédito sacados pelos financiadores e aceitos pelas financeiras para colocação junto ao público; e os recibos de depósitos bancário- RDB

Conforme explica Filho e Ishikawa (2000), como exercem funções do alto risco, suas operações passivas não podem ultrapassar o limite de 12 vezes o montante de seu capital realizado e também está limitada a sua responsabilidade direta com o cliente.

De acordo com o decreto do Conselho Monetário Nacional, Resolução 562, de 30/09/79 esferas financeiras, chamadas de promotoras de vendas tem suas atividades disciplinadas, servindo de elo do consumidor final, o lojista e a financeira, por meio de contratos específicos, em que figuram com poderes especiais, inclusive para sacar Letras de Câmbio na qualidade procuradores dos financiados (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.4.4 Sociedades de Crédito ao Microempreendedor e a Empresas Pequeno Porte**

Foram criadas pelo MP 1.958-26, de 06/01/2000, com o objetivo de promover um financiamento sem assistencialismo, com o mínimo de burocracia a grande parcela da população que não tem acesso ao sistema bancário tradicional, atualmente regulamentadas pela Resolução 3.567, de 29/05/08, seu funcionamento e sua fiscalização é feita pelo Banco Central.

Se o BC autorizar, o seu controle societário pode ser exercido por Organizações de Sociedade Civil de Interesse Público (OSCIP) - Lei 9.790, de 23/04/99, desde que estas organizações desenvolvam atividades de crédito compatíveis com o objeto social das SCM e não confirmem ao setor público qualquer poder de gestão ou de veto na condução de suas atividades (FORTUNA, 2015).

#### **2.2.4.5 Companhias Hipotecárias**

O funcionamento das Companhias Hipotecárias, que devem ser estabelecidas sob a forma de sociedade anônima, de acordo com a Resolução 2.122, de 30/11/94, que dependem da autorização do BC (FORTUNA, 2015).

Seus objetivos são:

- Conceder financiamentos destinados a produção;
- Comercialização de imóveis residências e comerciais;
- Comprar, vender e refinar créditos hipotecários;
- Administrar fundos de investimentos imobiliários;

- Repassar recursos destinados ao financiamento da produção ou da aquisição de imóveis residenciais;
- Realizar operações que venham a ser expressamente autorizadas pelo BC.

#### **2.2.4.6 Sociedades de Crédito Imobiliário (SCI)**

O BC estabeleceu que as Sociedades de Crédito Imobiliário são instituições financeiras integrantes do Sistema Financeiro Nacional, constituídas sob a forma de sociedade anônima, a partir da Resolução 2.735, de 28/06/00 (FORTUNA, 2015). As SCI podem captar depósitos a prazo com correção monetária por meio das LI (Letras Imobiliárias) e estabelecer convênio com bancos comerciais para funcionarem como agentes do Sistema Financeiro Habitacional (SFH) (FILHO E ISHIKAWA, 2000).

As Sociedades de Crédito Imobiliário por além de recursos próprios aplicar outras atividades, tais como:

- Depósitos de poupança;
- Letras hipotecárias e imobiliárias;
- Refinanciamentos contraídos no exterior; depósitos interfinanceiros de fundos nacionais;
- Depósitos interfinanceiros.

### **2.3 Tipos de Investimentos**

Investimento consiste na relação de uma aplicação de capital para obter um retorno no futuro e estas aplicações podem ocorrer em ativos reais ou nos produtos que o mercado financeiro oferece. Os ativos reais são aqueles para aquisição de bens e serviços como imóveis e equipamentos, já os produtos financeiros são classificados por três tipos patrimônios: Ações, títulos de renda fixa e títulos de derivativos (BODIE, KANE e MARCUS, 2000). Os títulos de renda fixa são basicamente um empréstimo entre Investidor e Banco através de

CDB (certificação de Depósito Bancário) ou também pode ser entre investidor e Governo através dos títulos do Tesouro e Fundos de Investimento.

No início do investimento em renda fixa é pré-estabelecido a forma de aplicação de juro em cima do capital investido, sendo consideradas dois tipos: o Pré-fixado onde a taxa é fechada no início ou Pós-fixado quando a taxa é relaciona a outro indicador específico que é determinado no início (CERBAS, 2008).

O mercado de ações são parcelas que estão vinculados ao capital social da empresa. São os títulos emitidos por sociedade anônima e o valor negociado de ações são feitos na bolsa de valores, sendo divididos em dois tempos: o mercado primário e secundário. No primário são emitidos os IPO (oferta pública inicial de ações), onde a empresa abre seu capital para obter recurso para financiar suas atividades. No mercado secundário é onde acontece a negociações de compra e venda de ações no Brasil, sendo estas negociações realizadas na BM&FBovespa, fiscalizada e regulamenta pelo CVM, órgão de controle do mercado de valores mobiliários (BRUNI, 2010).

Os títulos de derivativos são baseados em mercado futuro, onde a referência pode ser pelos preços de ações, obrigações, contratos de câmbio entre outros. Os principais títulos são ações e contratos futuros que utilizam a transferência de risco, embora possibilitem investimentos especulativos (BODIE, KANE E MARCUS, 2000).

O tempo de retorno de um investimento pode ser curto, médio e longo prazo. Ser classificado em curto prazo é quando o retorno esperado é menor de 1 ano, já no caso de médio prazo seria entre 1 ano até 5 anos e acima disso já é considerado de longo prazo (MACEDO JR, 2007). Hoje no mercado temos uma grande variedade de produtos que podem atender todos os prazos dos investidores que procuram proteger o seu capital ou até mesmo arriscá-lo.

### **2.3.1 Poupança**

Poupança é um dos investimentos mais utilizados no Brasil, considerada um dos mais seguros e com um histórico de rendimento nos últimos anos abaixo dos 1% ao mês, além de não ser legível ao imposto de renda e após aplicação maior que 30 dias não tem tributação de IOF. O investidor poder aumentar o valor da aplicação a qualquer momento e quantas vezes achar necessário, pois o rendimento é realizado com o mês fechado (30 dias). O capital arrecadado é destinado para manter financiamento habitacional popular no Brasil (CERBAS, 2008).

### **2.3.2 CDB**

CDB (certificação de Depósito Bancário) é um título onde os bancos emitem para poder capitalizar e conseguir aumentar suas reservas para futuros empréstimos para seus clientes, sendo basicamente um empréstimo entre o investidor e Banco em troca de uma rentabilidade financeira diária. O CDB é praticado em 3 modalidades: Prefixado, pós-fixado ou indexado ao índice nacional de preços ao consumidor amplo (IPCA). O prefixado refere-se a títulos onde no início da aplicação há uma negociação entre o investidor e Banco em que é fechada a taxa que vai rentabilizar o capital aplicado pelo prazo estabelecido, já o pós-fixado é utilizado uma rentabilidade baseado no CDI (certificado de depósito interbancário) que na maioria das vezes é muito próximo à Taxa SELIC (BRUNI, 2010).

O prazo desse produto pode variar em 30 dias, 180 dias ou até anos, mas alguns Bancos podem negociar o resgate antes do vencimento. Após o vencimento o Banco não tem a obrigação de recomprar o CDB com a mesma taxa, mas geralmente acaba acontecendo para poder manter o capital dentro do banco e manter o investidor na sua custódia (VEIGA, 2009).



### **2.3.3 LCI e LCA**

LCI e LCA (Letras de Crédito Imobiliário e Letras de crédito de Agronegócios) são dois investimentos que possuem como vantagens não terem tributação de IOF e nem IR. No ponto de vista dos investidores esses dois produtos não possuem muitas diferenças na rentabilidade e geralmente em alguns casos chegam a ter a mesma taxa. O LCI é emitido pelos Bancos para poder ter lastramento em empréstimos no segmento Imobiliário, já no caso do LCA é relacionado pelo segmento de Agronegócio. Esses títulos foram criados pelo governo para incentivar os investimentos dos bancos para gerar crédito para os segmentos relacionados. (FORTUNA, 2013)

### **2.3.4 Fundo de investimento**

Fundo de investimento são um condomínio de pessoas que aplicam certo capital e depois do retorno dividem os lucros, sendo a venda desse fundo feito através de cotas que são divididas entre os investidores que aplicam nesse produto. A quantidade de cotas por investidor é o fator determinante para definir quanto cada investidor tem que receber ou pagar de despesa do fundo. Alguns fundos acabam investindo o capital arrecado dos seus investidores em vários produtos com renda fixa, ações, variação cambial e derivativo. Dessa forma seus investidores ficam protegidos, pois o capital não está em um único investimento (FORTUNA, 2013).

### **2.3.5 Tesouro Direto**

Tesouro Direto são títulos emitidos pelo governo, sendo geralmente voltados para os pequenos investidores que procuram segurança, pois acreditam que é muito mais fácil uma instituição financeira decretar falência do que um governo. Os títulos do tesouro direto são negociados por meio da internet em um site próprio e seus rendimentos são estabelecido em 3 formatos: indexados pelo inflação(IPCA), onde o investidor aposta que a inflação vai aumentar e acaba protegendo seu capital; o prefixado que já tem uma taxa

estabelecida e o rendimento é garantido no final do período e os indexados pela SELIC, onde o investidor não sabe ao certo qual vai ser seu rendimento. O formato é igual o indexado pela inflação mas nessa caso é medido pela SELIC, onde caso a expectativa da taxa de juros aumente o retorno será maior (FORTUNA 2013).

### **2.3.6 Ações**

Ações são frações de uma empresa e de seu capital. Essas empresas são denominadas como S.A (Sociedade Anônima). Quando a empresa é uma S.A ela tem a obrigação de prestar informações em períodos específicos ao mercado sobre seu comportamento social, econômico e financeiro (MELLAGI e ISHIKAWA, 2000).

Segundo Filho e Ishikawa (2000) as ações de uma empresa podem ser classificadas em ordinárias e preferenciais. As ações ordinárias são aquelas onde seus titulares têm direito a voto para poder aprovar os balanços e também escolher membros da diretoria e essas decisões são tomadas em uma assembleia extraordinária. As ações preferenciais são aquelas em que os titulares não têm direito a voto, mas tem preferência no recebimento do dividendo e caso ocorra o fim da sociedade tem preferência no reembolso do seu capital investido.

Existem tem 3 possibilidades dos acionistas preferenciais passarem a ter direito a voto:

- Quando a empresa passa 3 anos sem pagar os dividendos.
- Quando as Ações preferências são convertidas em ordinárias.
- Quando o próprio estatuto da empresa oferece esse tipo de poder para quem possui esse tipo de ações.

O preço unitário de uma Ação pode sofrer variações de acordo com rendimento de cada empresa (em relação ao mercado ou comparando com seu próprio rendimento do ano anterior) e a perspectiva do governo em investir em algum setor específico beneficiando essas empresas. Ao obter essas vantagens em relação às outras empresas, o preço das ações começa a crescer porque a

procura aumentar gerando lucro para quem comprou as ações com um preço menor e as vendeu neste momento de alta (CAVALCANTE, MISUMI E RUDGE, 2005).

### **2.3.7 Definição de Prazos de Investimentos**

De acordo com a Nova Classificação de Fundos ANBIMA, que entrou em vigor em outubro/2015, os fundos de ativos devem ser classificados conforme a alteração na taxa de juros, o risco de mercado, medida por meio da *duration* (duração) média ponderada da carteira. O parâmetro para classificação dos prazos é o IMA (Índice de Mercado ANBIMA) e seus subíndices. É feito da seguinte forma:

Duração Baixa (*Short duration*): Fundos que objetivam buscar retornos investindo em ativos de renda fixa com *duration* média ponderada da carteira inferior a 21 (vinte e um) dias úteis. Tem como objetivo minimizar a oscilação provocada pela mudança futura da taxa de juros;

Duração Média (*Mid duration*): Fundos que objetivam buscar retornos investindo em ativos de renda fixa com *duration* média ponderada da carteira inferior ou igual à apurada no IRF-M (Índice de renda fixa do mercado) do último dia útil de junho;

Duração Longa (*Long duration*): Fundos que objetivam buscar retornos investindo em ativos de renda fixa com *duration* média ponderada da carteira igual ou superior à apurada no IMA-GERAL do último dia útil de junho. Fundos deste tipo estão mais sujeitos à oscilação da taxa básica de juros.

### **2.3.8 Prazo de Rentabilidade por Tipos de Investimento**

Segundo a Revista Exame (2015) a perspectiva do prazo de rentabilidade dos investimentos pode variar de acordo com o tipo de investimento e o perfil do investidor.

**Tabela 2.3.1 Prazo de Rentabilidade por Investimento**

TIPOS DE INVESTIMENTOS	CURTO PRAZO	MÉDIO PRAZO	LONGO PRAZO
POUPANÇA	X	X	X
CDB		X	X
LCI E LCA		X	X
FUNDO DE INVESTIMENTO		X	X
TESOURO DIRETO			X
AÇÕES	X	X	

**Fonte:** Adaptado da Revista Exame, 2015

Observando a tabela 2.3.1, percebe-se que investidores que procuram investimentos a curto e médio prazo, são geralmente aqueles que procuram maior rentabilidade. Com o objetivo de obter retorno rapidamente, investimentos em renda variável como ações são a preferência para investidores agressivos, que buscam retorno em prazos menores. Por outro lado, investimentos em renda fixa são a preferência para investidores conservadores que buscam segurança a longo prazo.

## 2.4 Investidor

Ser um investidor é aplicar parte do seu capital em um investimento ou em vários para poder diminuir os riscos. A principal característica do investidor é conseguir alcançar seu objetivo como aumento de patrimônio para poder garantir uma boa aposentadoria, educação de filhos, compra de algum imóvel próprio ou até mesmo para eventuais imprevistos como problemas de saúde e desemprego. A importância de ter um objetivo é poder manter limites dos riscos assumidos no início do investimento e expectativas de quando vai conseguir ter o retorno esperado (CAVALCANTE, MISUMI E RUDGE 2000). Segundo a pesquisa Ibope realizado no ano de 2005, é mostrado que vários investidores têm mais do que dois objetivos, mas sempre existe um objetivo principal. A Figura 2.4.2 mostra os principais objetivos dos investidores brasileiros no ano de 2015.

**Figura 2.4.2 Principais objetivos dos investidores brasileiros no ano de 2015**



Fonte: IBOPE, 2015

Conforme apresentado na tabela, a maior parte dos investidores brasileiros tem como objetivo usar sua aplicação como forma de obter maior segurança financeira, não tendo maiores preocupações com a rentabilidade do investimento, buscando assim a minimização do risco com práticas mais seguras de investimentos.

#### 2.4.1 Tipo de Investidor

Para poder aplicar em um determinado investimento o investidor tem que estar ciente dos riscos que ele pode correr e ter toda a responsabilidade caso haja perda de todo o seu capital investido. Para poder mapear o perfil do investidor e seu conhecimento, foi criado pela ANBIMA uma série de perguntas para classificar os investidores. Os fatores que são levados em consideração são grau de escolaridade, idade, porcentagem do capital que deseja investir, se está preparado para perder parte do seu capital e também quais são seu conhecimento do mercado financeiro, esse questionário é chamado de Suitability, que significa adequação. Após o investidor responder o Suitability o perfil dele pode ser classificado em 3 tipo Conservador, Moderado e Agressivo ou Arrojado (ANBIMA, 2015). O questionário que classifica o perfil do investidor da Geração Futuro pode ser encontrado no Anexo A.

Conforme a instrução CVM 539, art. 2º de 13 de novembro de 2013, a criação de um Suitability deve avaliar principalmente:

I – O produto, serviço ou operação é adequado aos objetivos de investimento do cliente. Tem como objetivo avaliar a aversão ao risco do investidor;

II – A situação financeira do cliente é compatível com o produto, serviço ou operação. Tem como objetivo avaliar a proporção do seu patrimônio investido. Ao investir grande porcentagem do patrimônio é mais cuidadoso aplicar em investimentos de baixo risco, como renda fixa;

III – Se o cliente possui conhecimento necessário para compreender os riscos relacionados ao produto, serviço ou operação. É imprescindível conhecer o mercado de capitais caso o cliente queira aplicar em ações, além de acompanhar as notícias do mercado para optar pelos melhores títulos. Caso a pessoa não tenha tempo ou disposição para esse tipo de atividade, esse passa a não ser um bom investimento.

#### **2.4.2 Perfil do Investidor**

O perfil do investidor geralmente é classificado em conservador, moderado e agressivo, sendo este algumas vezes dividido entre agressivo e arrojado, atribuindo uma quarta classificação ao perfil. A composição de ativos para cada perfil varia conforme o risco que o investidor deseja assumir. Carteiras para um perfil conservador é majoritariamente composto por ativos de renda fixa pois estão dispostos a assumir riscos menores, enquanto perfis mais agressivos investem mais em ações, títulos de renda variável, com o objetivo de obter mais rentabilidade ao custo de maior risco.

A Tabela 2.4.2 analisa a composição média de ativos de renda fixa e variável que 10 corretoras e bancos de investimento utiliza como critério para cada perfil. O presente trabalho se baseará na média de mercado destas empresas como forma de definir a proporção de renda fixa e variável para cada perfil.

**Tabela 2.4.2: Composição de ativos de renda fixa e variável em 10 empresas do setor**

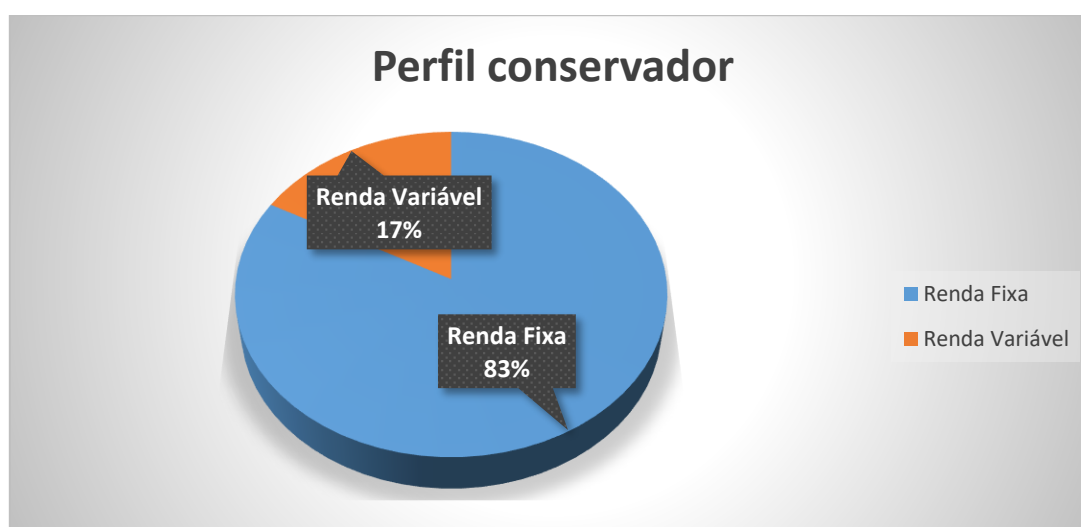
	CONSERVADOR		MODERADO		AGRESSIVO	
	Renda Fixa	Renda Variável	Renda Fixa	Renda Variável	Renda Fixa	Renda Variável
Corretora PAX	85%	15%	65%	35%	30%	70%
Corretora Xp Investimento	80%	20%	60%	40%	25%	75%
Banco Santander	80%	20%	52%	48%	20%	80%
Banco do Brasil	90%	10%	70%	30%	50%	50%
Banco Caixa Econ. Federal	88%	12%	70%	30%	55%	45%
Banco Bradesco	83%	17%	55%	45%	20%	80%
Banco Itau	79%	21%	60%	40%	20%	80%
Corretora Nova Futura	83%	17%	60%	40%	40%	60%
Banco BTG	75%	25%	55%	45%	10%	90%
Corretora Easynvest	85%	15%	65%	35%	30%	70%
<b>Média</b>	<b>83%</b>	<b>17%</b>	<b>61%</b>	<b>39%</b>	<b>30%</b>	<b>70%</b>

Fonte: Construída pelo autor

#### 2.4.2.1 Perfil Conservador

O perfil de conservador tem como objetivo manter seu capital o mais seguro possível e correr menos risco, com isso ele aplica uma pequena parte do seu capital em renda variável como mostra a Figura 2.4.3. A maior parte é alocada em renda fixa onde obtém maior segurança e não perde o foco da sua estratégia inicial (BERTOLO, 2011).

**Figura 2.4.3 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Conservador)**

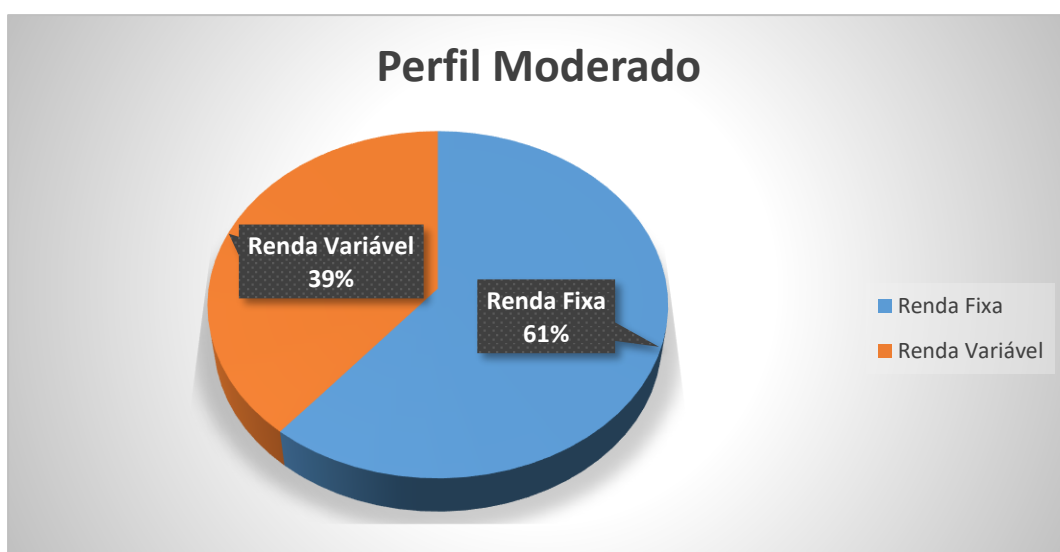


Fonte: Tabela 2.4.2, adaptado pelo autor

#### 2.4.2.2 Perfil Moderado

O perfil moderado tem seu objetivo inicial parecido com o conservador, pois ele prioriza também a segurança do seu capital, mas procura um pouco mais de rentabilidade e aceita correr um pouco mais de risco. Assim ele aumenta a relação do seu capital para investimento em renda variável e diminui em renda fixa conforme Figura 2.4.4 (BERTOLO, 2011).

**Figura 2.4.4 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Moderado)**



Fonte: Tabela 2.4.2, adaptado pelo autor

#### 2.4.2.3 Perfil Agressivo ou Arrojado

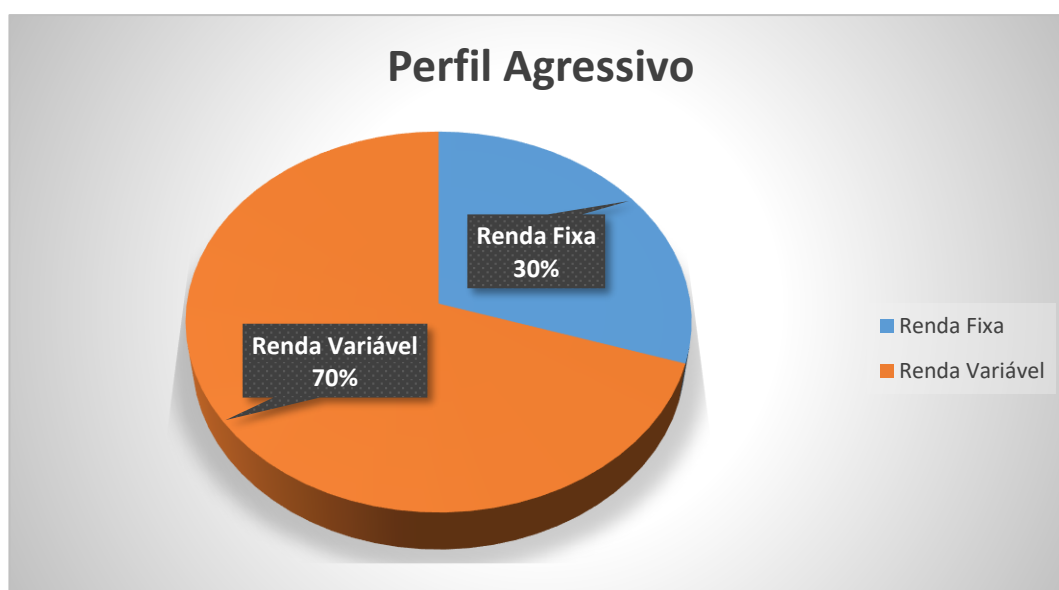
Esse perfil procura obter alta rentabilidade e está disposto a correr um risco elevado para conseguir atingir seu objeto. Ele conhece o mercado e sabe o que é oferecido e tem visão de futuro. Seus maiores investimentos são em renda variável e apesar de toda agressividade esse tipo de investidor faz um pequeno investimento em renda fixa para ter um mínimo de segurança, o que é mostrado pela Figura 2.4.4 (BERTOLO, 2011).

Comparando o perfil agressivo com os outros perfis observamos que ele é totalmente o inverso. Na questão em relação ao prazo ele acaba optando em investimento de curto prazo e procura ter retorno rápido e alta rentabilidade o que geralmente são investimentos mais arriscados. (PETERSON, 2008).



De forma geral, o indivíduo com perfil conservador tem seus investimentos regidos no curto prazo. Já o indivíduo com perfil moderado possui como objetivo principal investimentos com retornos maiores no médio prazo, tendo em vista que este indivíduo possui tolerância ao risco de grau médio. Por último, o indivíduo com perfil agressivo/arrojado possui como objetivo principal investimento (s) com retornos maiores no longo prazo (BANDINELLI, 2010; BERTOLO, 2015; PRADO, 2013)

**Figura 2.4.5 Distribuição das aplicações por tipo de ativos (Arrojado)**



Fonte: Tabela 2.4.2, adaptado pelo autor

## 2.5 Risco e Retorno de um Portfólio

Para Vaughan (1997), a questão da administração do risco está presente na vida de todos. A espécie humana é uma cronologia de exposições ao infortúnio e às adversidades, e de esforços para conviver com eles. A continuidade da história humana, então, é uma testemunha do sucesso de nossos ancestrais em administrar o risco.

Para se avaliar alternativas de investimentos, torna-se importante a utilização de duas medidas: o retorno e o risco do ativo. Um investidor sempre

buscará minimizar a probabilidade de perdas, maximizando, simultaneamente, o retorno do capital investido (MOTTA JUNIOR, OLIVEIRA e GUTIERREZ, 2007).

Em geral, os investimentos são avaliados em termos de taxas de retorno e, na medida em que não se possa determinar antecipadamente quais serão essas taxas, tem-se uma situação de incerteza. Ela será de risco se existir algum conhecimento sobre as possíveis taxas de retorno. Um investimento será considerado mais arriscado se apresentar faixa mais ampla de possíveis retornos, isto é, maior variabilidade de retorno (SAMANEZ, 2007).

### 2.5.1 Risco e Retorno esperados de um título

O retorno de um título pode ser definido pelo seu percentual da remuneração que se obtém a partir do preço inicial. De acordo com Samanez (2007), a remuneração é composta pelos ganhos de capital (valorização da ação) e os benefícios obtidos durante este período de tempo, como bonificações, dividendos, desdobramentos e direitos de subscrição.

O retorno a partir da série histórica de um título de forma contínua, no período  $t$ , é calculado de acordo com a fórmula (ASSAF NETO, 2012):

$$R_t = \ln \left( \frac{A_t}{A_{t-1}} \right) \times 100 \quad (1)$$

Onde:  $R_t$  = retorno do ativo no período  $t$ :

$A_t$  e  $A_{t-1}$  = valor do ativo no período  $t$  e  $t - 1$ , respectivamente.

O Risco é geralmente definido como probabilidade de um evento desfavorável acontecer, como obter uma rentabilidade menor que o retorno esperado, por exemplo. Segundo Assaf Neto (2007), a mensuração de um risco processa-se por meio de critério probabilístico objetivo e subjetivo. A probabilidade objetiva pode ser com base em séries históricas e informações, frequências relativas observadas e experiência acumulada no passado. A

probabilidade subjetiva, entretanto, tem como base a intuição, o conhecimento, a experiência do investidor e grau de crença na unidade tomadora de decisão.

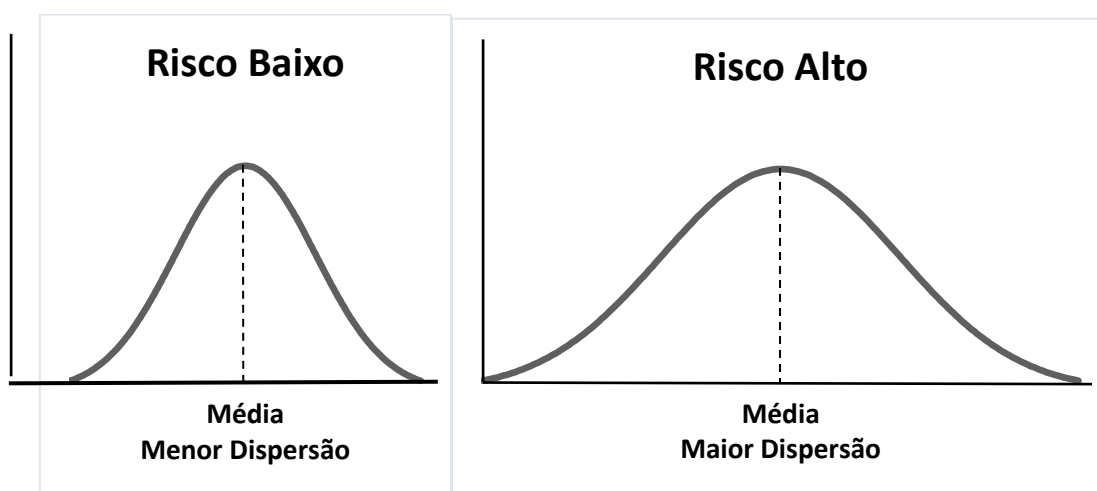
Conforme Assaf Neto (2012) e Gitman (2001), o risco total de qualquer ativo pode ser definido por sua parte sistemática e não sistemática. O risco sistemático é determinado por eventos de natureza política, econômica e social e cada ativo comporta-se de maneira diferente diante da situação conjuntural estabelecida. Já o risco não sistemático é identificado nas características do próprio ativo, não se alastrando aos demais ativos na carteira. A eliminação desse risco é possível pela inclusão de ativos que não tenham correlação positiva entre si. Por exemplo, as carteiras diversificadas contêm títulos de renda fixa e renda variável, os quais são atingidos de maneira diferente diante de uma elevação de juros da economia (ASSAF NETO, 2012).

Tradicionalmente, a quantificação do risco não sistemático de um título pode ser obtida a partir do desvio padrão ( $\sigma$ ) de sua série histórica, representando a divergência dos resultados com relação ao retorno esperado. Sua formulação é dada pela Equação 2: (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma = \frac{\sqrt{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2 + (R_3 - \bar{R})^2 + \dots + (R_n - \bar{R})^2}}{n - 1} \quad (2)$$

Onde:  $\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_n}{n}$  representa o retorno médio do título considerado.

**Figura 2.5.6 Relação entre Risco e Dispersão da Média**



Fonte: Assaf Neto, 2012

A figura 2.5.6 mostram os diferentes graus de dispersão com relação à média de distribuição, o que indica diferentes níveis de risco aos eventos.

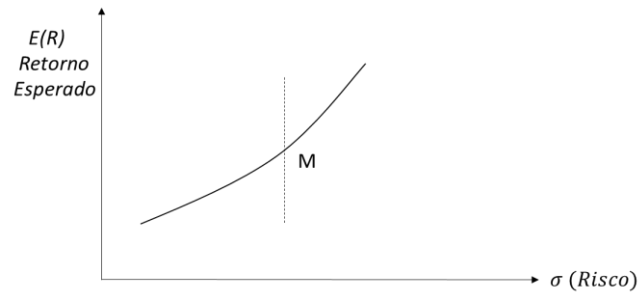
### **2.5.2 Relação entre Risco, Retorno e investidor**

De acordo com Assaf Neto (2012), a postura de um investidor com relação ao risco é pessoal, não existindo uma resposta única para todas as situações. Portanto, a preocupação maior diante de situações de incerteza é expressar as preferências do investidor diante da relação ao conflito risco/retorno que faz parte de toda a alternativa financeira. De acordo com as possibilidades de investimentos, o investidor procura na escala de preferência as aplicações que mais lhe satisfaz e verifica se elas correspondem às suas expectativas de risco e retorno.

Para representar a escala de preferência do investidor, utiliza-se a denominada curva de indiferença, observada na figura 2.5.7. Segundo Assaf Neto (2012), esta curva é um reflexo da atitude que um investidor assume diante do conflito risco/retorno de um investimento. De acordo com o autor, isso implica que em um ambiente de incerteza, a questão central do processo decisório é definir o grau de risco que o investidor aceitaria assumir dado o retorno esperado da aplicação. Na figura 2.5.7, por exemplo, qualquer ponto acima de M é preferível, pois o ativo oferece maior retorno esperado para um mesmo nível de risco.

O investidor nem sempre age de maneira racional. Fatores como ganância, risco, ansiedade ou experiências anteriores interferem na maneira de investir. Segundo Assaf Neto (2012), a regra básica para se tomar uma decisão racional é selecionar ativos que apresentam menor risco e maior retorno esperado. Para um mesmo nível de risco, o investidor racional seleciona o ativo de maior retorno esperado. Quando há dois ativos de mesmo retorno esperado, o investidor racional escolhe aquele que oferece o menor risco.

**Figura 2.5.7 Representação da Curva de Indiferença**



Fonte: Assaf Neto, 2012

### 2.5.3 Retorno Esperado de um Portfólio

Segundo Samanez (2007) e Gitman (2001), para uma carteira de  $N$  ativos, pode-se definir o retorno observado e o retorno esperado do portfólio. O retorno observado é a média ponderada dos retornos observados ( $R_i$ ) dos ativos individuais. O peso ( $X_i$ ) de cada ativo representa a fração aplicada deste ativo na carteira:

$$R_C = \sum_{i=1}^N X_i R_i \quad (3)$$

O Retorno esperado da carteira é a expectância da equação 3, ou seja, o valor esperado dos retornos observados, que é calculado como sendo a média ponderada das médias de retorno de cada ativo:

$$\bar{R}_C = E(R_C) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_i\right) = \sum_{i=1}^N X_i \cdot E(R_i) = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i \quad (4)$$

Para uma carteira composta também por ativos livres de risco (renda fixa), Samanez (2007) acrescenta uma proporção para estes ativos dado um retorno fixo esperado ( $R_f$ ):

$$R_C = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + \left(1 - \sum_{i=1}^N X_i\right) R_f \quad (5)$$

### 2.5.4 O Risco na estrutura de uma carteira de ativos

Conforme abordado anteriormente, o risco de um ativo individual pode ser calculado como o desvio padrão ( $\sigma$ ) de sua série histórica, representando a sua variabilidade com relação ao retorno esperado. O cálculo do risco de uma carteira requer uma abordagem diferente de cálculo. De acordo Samanez (2007), o risco da carteira não é simplesmente uma média dos riscos dos ativos que a compõe, pois, a diversificação a reduz.

Conforme Assaf Neto explica (2012, pág. 223)

A ideia fundamental inserida na teoria do portfólio é que o risco particular de um único ativo é diferente de seu risco quando mantido em carteira. Uma grande vantagem das carteiras é que elas permitem que se reduza o risco mediante um processo de diversificação os ativos que a compõem.

Assim, o cálculo do risco de um portfólio envolve o grau de correlação (positiva ou negativa) entre os ativos que a compõe, ou seja, é preciso levar em contar o grau dependência entre os ativos.

A variância (risco) de uma carteira é simplesmente o valor esperado dos quadrados dos desvios dos retornos observados em torno do retorno esperado (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma_C^2 = E(R_C - \bar{R}_C)^2 = E\left(\sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R}_i)X_i\right)^2 \quad (6)$$

O desenvolvimento para dois ativos, nos fornece (SAMANEZ, 2007):

$$\begin{aligned} \sigma_C^2 &= E\left[\sum_{i=1}^{N=2} (R_i - \bar{R}_i)X_i\right]^2 \\ &= E[X_1^2(R_1 - \bar{R}_1)^2 + X_2^2(R_2 - \bar{R}_2)^2 + 2X_1X_2(R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2)] \\ &= X_1^2 \cdot E(R_1 - \bar{R}_1)^2 + X_2^2 \cdot E(R_2 - \bar{R}_2)^2 + 2X_1X_2 \cdot E(R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2) \\ &= X_1^2\sigma_1 + X_2^2\sigma^2 + 2X_1X_2\sigma_{1,2} \end{aligned}$$

Onde:  $X_1$  = fração investida no ativo 1;

$X_2$  = Fração investida no ativo 2;

$\sigma_1^2$  = Variância do ativo 1;

$\sigma_2^2$  = Variância do ativo 2;

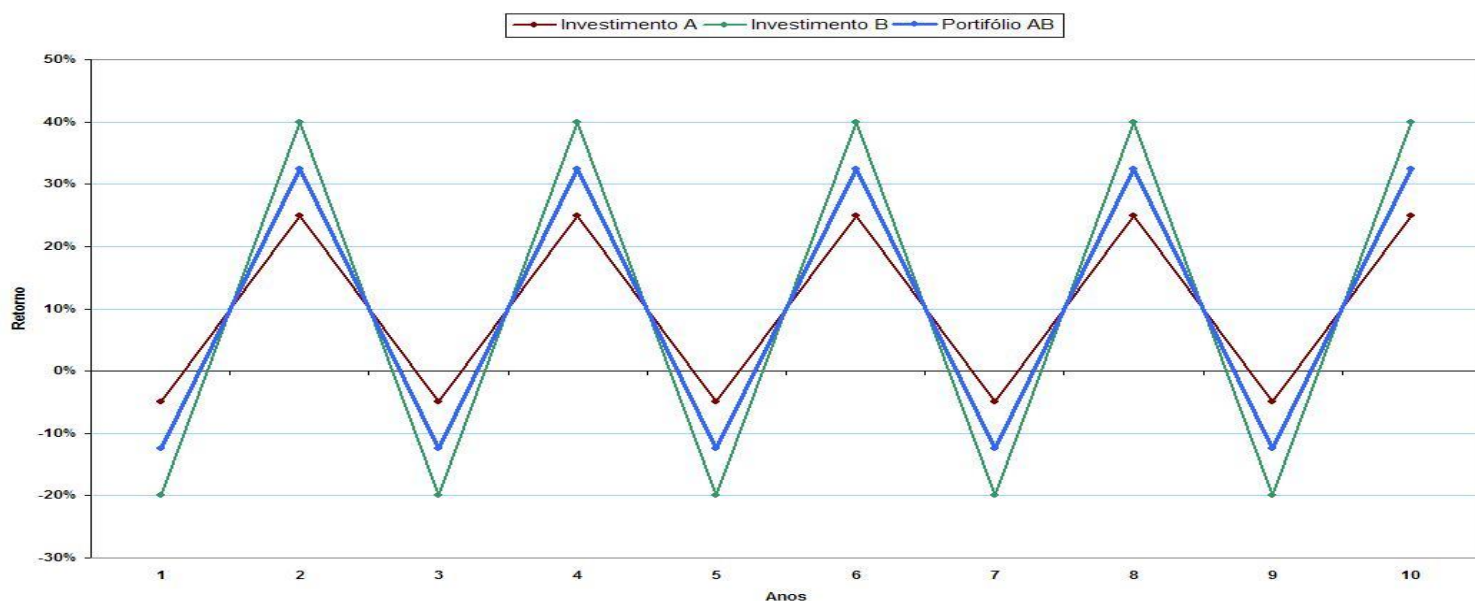
$\sigma_{1,2}$  = Covariância entre os ativos 1 e 2.

Generalizando para N ativos, temos:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} \quad (7)$$

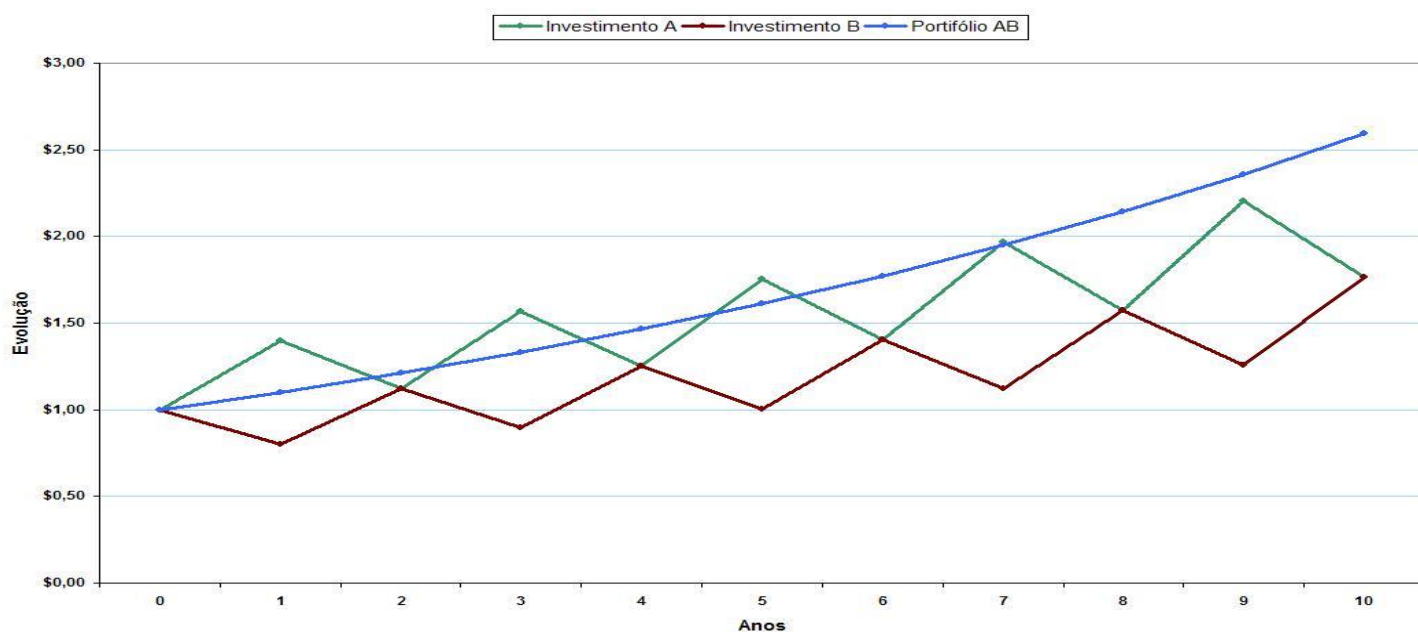
A covariância  $\sigma_{i,j}$  que aparece na Equação 7, calculado como produto dos desvios dos retornos dos ativos em relação ao retorno esperado, mede como os retornos variam em conjunto. A correlação ( $\rho$ ) calculado como  $\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i \sigma_j}$ , é uma medida estatística com as mesmas propriedades da covariância, mas situado entre o intervalo -1 a +1. As figuras 2.5.8 e 2.5.9 demonstram os efeitos da covariância entre ativos na carteira. Na figura 2.5.8, temos uma carteira com dois ativos com correlação positiva perfeita e na figura 2.5.9 a situação inversa, com correlação perfeitamente negativa. No primeiro caso o risco do portfólio AB (em azul), acompanha a variação dos ativos A e B, enquanto na figura 2.5.9, o risco do portfólio AB é anulado, devido à variação em sentido inverso dos ativos A e B. Isso demonstra graficamente como o risco da carteira é diferente da soma dos riscos individuais do ativo.

**Figura 2.5.8 - Ativos com correlação perfeitamente positiva**



Fonte: HC investimentos, 2009

**Figura 2.5.9 - Ativos com correlação perfeitamente negativa**



Fonte: HC investimentos, 2009

## 2.5.5 Relação entre Risco e Retorno de classe de ativos

É fundamental saber selecionar os ativos para criar um portfólio. As ações e os títulos de renda fixa são os que possuem maior negociação, e compõem a

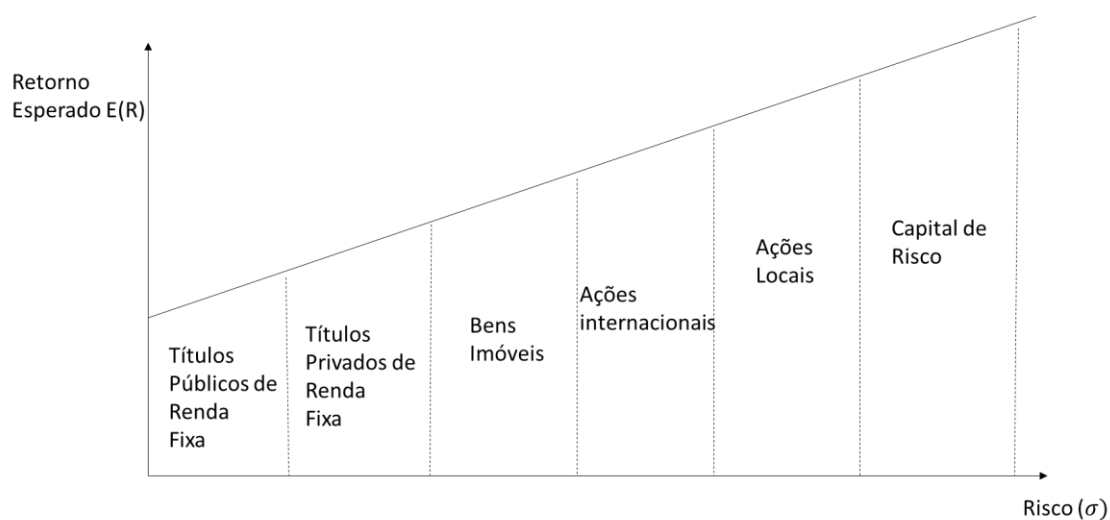


maioria dos portfólios do mercado. Os bens imóveis apresentam algumas características que limitam sua demanda para investimentos, como menor liquidez no mercado, custo elevado de manutenção, e dificuldades de se avaliar preço e risco de mercado (ASSAF NETO, 2012).

Em Farrel (1997), há uma relação de conflito entre risco e retorno das principais classes de ativos que compõem um portfólio, mostradas na figura 2.5.10. A reta na figura é a reta de mercado de capitais (CML – *Capital Market Line*), e sua inclinação indica o prêmio exigido pelo mercado para cada unidade de risco apresentado pelo ativo, sendo que maiores retornos são oferecidos aos ativos com maiores riscos.

Segundo Assaf Neto (2012), os títulos com mais baixo risco são os títulos de emissão pública, sendo livres de risco, enquanto os ativos de maior risco são as ações e o capital de risco para investimento. Os capitais de risco são fontes de financiamento para impulsionar novos empreendimentos mais rentáveis, que exigem aplicações com risco.

**Figura 2.5.10 Relação entre Risco e Retorno**



**Fonte:** Farrel, 1997

As ações locais possuem menor risco que as internacionais, principalmente quando se trata de economias desenvolvidas (locais) e

emergentes (internacionais). No caso do Brasil, a situação se inverte, agravando-se pelo cenário instável que o país se encontra atualmente.

## **2.6 A Teoria do Portfólio: Modelo de Otimização de Markowitz**

O conceito mais moderno da teoria do portfólio remonta de uma publicação em 1952 de Harry Markowitz no periódico *Journal of Finance*, intitulado “*Portfolio Selection*”. O autor demonstra matematicamente como a diversificação de ativos reduz o risco da carteira e desenvolve um modelo com objetivo de criar um portfólio eficiente, ou seja, com um conjunto de ativos que oferece a melhor relação retorno/risco de uma carteira. Markowitz (1952) supõe que o mercado seja eficiente, ou seja, de acordo com Assaf Neto (2012), os seguintes pressupostos são utilizados:

1. Nenhum participante do mercado pode influenciar sozinho os preços de negociações;
2. O mercado é constituído de investidores racionais, ou seja, escolhem o maior retorno possível para um determinado nível de risco, ou o menor risco possível para um determinado nível de retorno;
3. As informações sempre estão disponíveis a todos os participantes do mercado financeiro;
4. Todos os agentes têm acesso equivalente às fontes de crédito, ou seja, inexistência de racionamento de capital;
5. Os ativos são perfeitamente divisíveis e negociados sem restrições
6. Os investidores possuem expectativas homogêneas com relação ao desempenho futuro do mercado.

É possível classificar a eficiência do mercado em três níveis: fraca, semiforte e forte. Segundo Assaf Neto (2012), a forma fraca parte do pressuposto de que todos os preços dos ativos são baseados nas informações históricas, de forma que todos os retornos são formados em equilíbrio. Já a forma semiforte, os preços refletem o comportamento passados dos retornos e as informações disponíveis no mercado enquanto a

forma forte considera todas informações possíveis, sejam elas históricas, atuais, públicas e privadas. Na forma forte, nenhum investidor consegue ter ganhos anormais, pois os preços dos mercados absorvem todas as informações imediatamente.

### 2.6.1 Os Efeitos da Diversificação

Com o objetivo de demonstrar como a diversificação reduz o risco, considere que cada ativo possui participação igual no total do portfólio, isto é,  $X_i = 1/N$ , sendo  $N$  o número de ativos na carteira. Aplicando na fórmula do cálculo de variância da carteira, temos (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma_C^2 = \sum_{i=1}^N X_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{N} \right)^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \left( \frac{1}{N} \right)^2 \sigma_{i,j} \quad (8)$$

$$\sigma_C^2 = \left( \frac{1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i^2}{N} + \left( \frac{N-1}{N} \right) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{\sigma_{i,j}}{N(N-1)} \quad (9)$$

A equação 9 pode ser expressa em termos de variância média ( $\bar{\sigma}_i$ ) e covariância média ( $\bar{\sigma}_{i,j}$ ), ou seja,

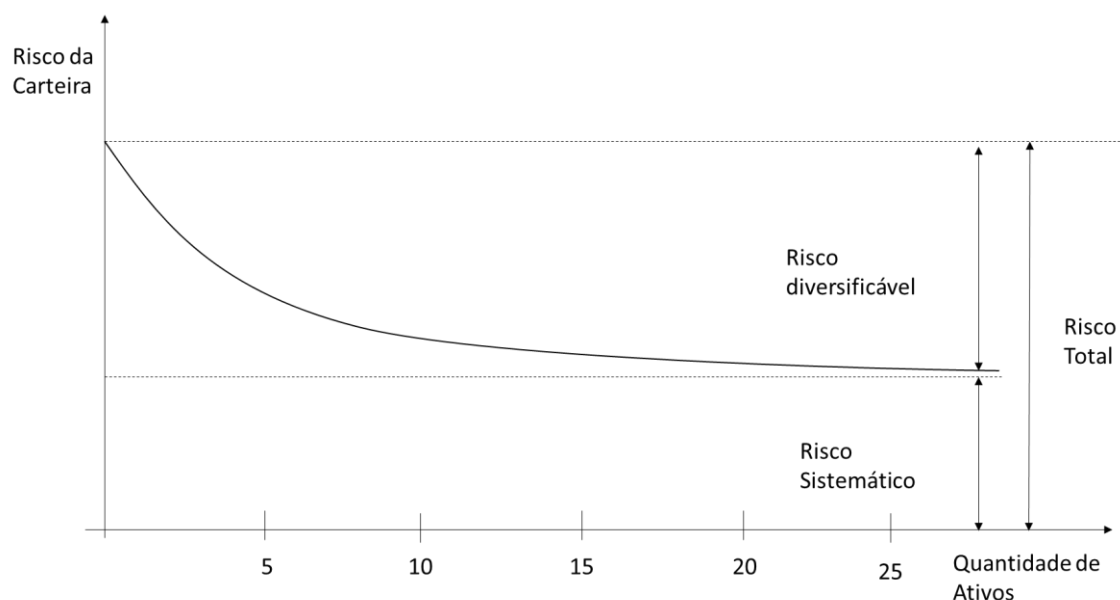
$$\sigma_C^2 = \left( \frac{1}{N} \right) \bar{\sigma}_i^2 + \left( \frac{N-1}{N} \right) \bar{\sigma}_{i,j} \quad (10)$$

O primeiro termo da equação 10 refere-se ao risco não sistemático (risco diversificável), que pode ser eliminado no processo de diversificação, enquanto o segundo termo refere-se ao risco sistemático (risco de mercado), que não pode ser reduzido pelo aumento de ativos na carteira. Conforme o número de ativos de carteira tende ao infinito, a sua variância tende à covariância média, pois (SAMANEZ, 2007):

$$\sigma_C^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \underbrace{\left( \frac{1}{N} \right)}_0 \bar{\sigma}_i^2 + \underbrace{\left( \frac{N-1}{N} \right)}_1 \bar{\sigma}_{i,j} \right\} = \bar{\sigma}_{i,j} \quad (11)$$

Quando  $N \rightarrow \infty$ , a contribuição da variância na Equação 11 tende a zero. Entretanto, a covariância converge para a covariância média. Isso mostra que os riscos individuais dos ativos podem ser eliminados pela diversificação, mas o risco causado pela covariância não pode ser eliminado da mesma maneira. Segundo Samanez (2007), na prática os preços das ações movem-se juntos, o que impossibilita a eliminação total do risco da carteira. A figura 2.6.11 demonstra o princípio da diversificação.

**Figura 2.6.11 A Redução do Risco pela Diversificação**



**Fonte:** Assaf Neto, 2012

## 2.6.2 Pesquisa Operacional aplicada a investimentos

A pesquisa operacional tem como objetivo buscar a melhor utilização de recursos e processos (técnico, econômico, social ou político), através de aplicação de modelos matemáticos, visando otimizar a satisfação (utilidade) do usuário. Collin (2007), considera que a pesquisa operacional compreende o problema de alocar recursos escassos para realização de atividades e cita alguns exemplos de técnicas particulares da pesquisa operacional:

- **Programação Linear:** aplicada em áreas relativas à alocação de pessoal, mistura de materiais, distribuição, transporte, etc.;
- **Programação Dinâmica:** utilizada principalmente para problemas de otimização combinatória, tem aplicações em áreas como planejamento de despesas de publicidade, distribuição do esforço de vendas e programação de produção;
- **Teoria das Filas:** área que estuda analisar a formação de filas, é aplicada na solução de problemas relativos a congestionamento de tráfego, máquinas de serviços sujeitas à quebra, determinação do nível de uma força de serviço, etc.;
- **Programação Não Linear:** é um modelo matemático onde a função objetivo, as restrições ou ambas, apresentam não linearidade em seus coeficientes.

Na área de investimentos, é utilizado métodos de programação não-linear para maximizar ou minimizar a função objetivo. Baseado em Collin (2007), um modelo de programação não-linear envolve os seguintes conceitos:

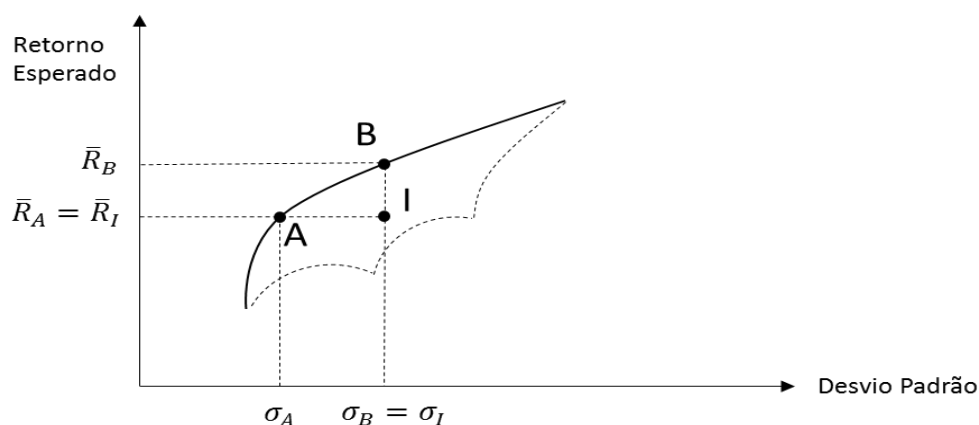
- **Função objetivo:** Representa o principal objetivo do tomador de decisão. No modelo de Markowitz é dada pela minimização de Risco (Variância) ou Maximização do Retorno da carteira.
- **Restrições:** Diz o que é possível ou não fazer e quais são as limitações dos recursos ou atividades que estão associados ao modelo. No modelo em questão, as limitações são: a participação dos ativos precisa ser maior que zero, a soma de as participações deve ser igual a 1, e colocar um retorno mínimo exigido pelo cliente, ou um risco máximo, dependendo do objetivo do investido.
- **Variáveis de decisão:** variáveis que podem ser controladas pelo tomador de decisão. No modelo correspondem à participação ao peso de cada ativo no portfólio.

### 2.6.2.1 Programação não-linear Aplicada ao Modelo de Markowitz

Conforme foi visto anteriormente, os investimentos com risco caracterizam-se pela média e desvio padrão da distribuição de probabilidades do retorno. Segundo Samanez (2007), diz-se que um investimento domina outro quando para um mesmo nível de risco, possui retorno esperado maior, ou quando para um determinado nível de retorno, apresenta risco menor. A figura 2.6.12 apresenta a curva onde todas as combinações possíveis de ativos com risco podem ser montadas.

As combinações que se situam no espaço interno da curva, como a combinação *I*, é ineficiente, pois é dominado pela combinação *B*, por apresentar retorno maior para um determinado nível de risco, e também pela combinação *A*, por apresentar risco menor para um determinado nível de retorno. No geral, as combinações localizadas na curva cheia, na fronteira do gráfico, tende a dominar todas as outras combinações. Estas carteiras foram chamadas por Markowitz de carteiras eficientes (SAMANEZ, 2007).

**Figura 2.6.12 Fronteira Eficiente de uma Carteira**



**Fonte:** Samanez, 2007

Para encontrar a carteira ótima localizado na fronteira eficiente da curva, utiliza-se programação quadrática com o objetivo de minimizar o risco para um dado retorno especificado pelo investidor. Supondo que o investidor possa aplicar em *N* ativos com risco (renda variável) e em um ativo sem risco (renda fixa), o problema é simplesmente escolher proporções ótimas de investimentos

nos títulos, o que minimiza a variância da carteira. Assim, em termos matemáticos (SAMANEZ, 2007):

$$\text{Minimizar } \sigma_C^2 = \sum_{i=1}^N X_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} \quad (12)$$

$$\text{Sujeito a: } \bar{R}_C = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + (1 - \sum_{i=1}^N X_i) R_f$$

Onde:  $R_f$  = Retorno do investimento sem risco;

$\bar{R}_C$  = Retorno esperado pelo investidor.

É possível resolver a programação dada pela Equação 12 utilizando multiplicadores de Lagrange, que por meio da multiplicação do operador langrangeano  $\lambda$ , subtrai a restrição da função objetivo a ser minimizada:

$$L = \sum_{i=1}^N X_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} + \lambda \left[ \bar{R}_C - \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + \left( 1 - \sum_{i=1}^N X_i \right) R_f \right] \quad (13)$$

Para minimizar a função objetivo, basta derivar a função  $L$  em função das proporções  $X_i$  e ao operador  $\lambda$ :

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, N) \text{ e } \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

### 2.6.2.2 Exemplo de aplicação do modelo com três ativos utilizando multiplicadores de Lagrange

Em seu livro, Samanez (2007) mostra um exemplo da aplicação dos multiplicadores de Langrange com dois ativos de renda variável e um ativo de renda fixa. Supondo que:

- Retorno esperado do ativo 1 ( $\bar{R}_1$ ) = 12%;
- Retorno esperado do ativo 2 ( $\bar{R}_2$ ) = 10%;
- Risco (variância do ativo 1) ( $\sigma_1^2$ ) = 4;
- Risco (variância do ativo 2) ( $\sigma_2^2$ ) = 3;
- Covariância entre os ativos 1 e 2 ( $\sigma_{1,2}$ ) = 0;

- Retorno esperado para a carteira ( $\bar{R}_C$ ) = 9%;
- Retorno esperado para os ativos sem risco ( $R_f$ ) = 6%.

A função objetivo para este problema é, aplicando os dados na Equação 13:

$$L = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{1,2} + \lambda [\bar{R}_C - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 - (1 - X_1 - X_2) R_f]$$

Ao derivar a função objetivo, obtemos três equações:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 0 \Rightarrow 2X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_2 \sigma_{1,2} + \lambda [R_f - \bar{R}_C] = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 0 \Rightarrow 2X_2^2 \sigma_1^2 + 2X_1 \sigma_{1,2} + \lambda [R_f - \bar{R}_C] = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow \bar{R}_C - X_1 \bar{R}_1 - X_2 \bar{R}_2 - (1 - X_1 - X_2) R_f = 0.$$

Substituindo os dados do problema no sistema de equações, temos:

$$\begin{cases} 2X_1(4) + 2X_2(0) + \lambda(6 - 12) = 0 \\ 2X_2(3) + 2X_1(0) + \lambda(6 - 12) = 0 \\ 9 - X_1(12) - X_2(10) - (1 - X_1 - X_2)R_f = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = 0,313953 = 31,3953\% \\ X_2 = 0,279070 = 27,9070\% \\ \lambda = 0,418 \end{cases}$$

A fração alocada no ativo sem risco é dado por:

$$R_f = 1 - \sum_{i=1}^N X_i = 1 - X_1 - X_2 = 0,406977 = 40,6977\%$$

Conforme Samanez (2007) é necessário derivar a função  $L$  em relação às proporções  $X_i$  e ao operador  $\lambda$ . Ao igualar estas derivadas a zero e resolver o sistema de equações, obtêm-se a proporção ideal que minimiza o risco da carteira.

Uma observação a ser feita é que não é permitida investimentos com proporções negativas, ou seja, fazer vendas a descoberto de ativos, devido a algumas restrições que esse tipo de investimentos oferece. É possível também optar por maximizar o retorno médio esperado para um dado risco máximo que o cliente espera, aplicando a programação matemática de forma a:



$$\text{Maximizar } \bar{R}_c = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + (1 - \sum_{i=1}^N X_i) R_f \quad (14)$$

$$\text{Sujeito a : } \sigma_c^2 \leq \sum_{i=1}^N X_i \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{i,j}$$

A programação dada pela Equação 14, difere da Equação 12 por ter como objetivo otimizar o retorno do investidor, estabelecendo como restrição do modelo um limite de risco que o cliente deseja assumir.

### 2.6.3 Considerações sobre o modelo de otimização de portfólio de Markowitz

O modelo proposto por Markowitz (1952), na época em que foi proposta, sofreu diversas dificuldades de aplicação, dado o elevado número e certa complexidade dos cálculos necessários ao seu desenvolvimento exigindo um enorme esforço computacional. Isto levou Sharpe (1963), a criar o Modelo de Índice Único (MIU), onde os ativos estão correlacionados com um índice único, ao invés de correlacionados entre si, como propõe Markowitz.

Atualmente, com o avanço do poder computacional, tornou-se viável a aplicação do modelo de Markowitz. Diversos estudos foram realizados com o intuito de corroborar o modelo no mercado brasileiro e verificar se o desempenho do portfólio é superior ao do índice Bovespa.

Marco Schiroky (2007), num estudo que analisou a aplicação com 15 ativos aleatórios da Bovespa, demonstrou como o modelo superou a rentabilidade do iBovespa, com um rendimento de 399,75% do portfólio diante dos 139,98% do iBovepa. A análise em questão foi compreendida no período de janeiro de 2000 a outubro de 2006.

No artigo de Caroline Fonseca (2011), teve como objetivo testar o Modelo de Teoria das Carteiras concebido por Markowitz com o objetivo central de verificar a eficiência do modelo no processo de seleção de carteiras de investimentos ótimas sob o ponto de vista da relação risco e retorno. A autora construiu duas carteiras: uma com uma distribuição uniforme dos recursos

disponíveis, isto é, alocação de 10% em cada umas das dez ações utilizadas na análise e outra tentando-se formar a carteira de fronteira eficiente, ou seja, minimizando o risco e maximizando o retorno através de uma alocação que leva em consideração a correlação existente entre os componentes da carteira. Foi possível demonstrar a eficiência do portfólio conforme desejado. Ao se comparar estas duas carteiras, verifica-se a obtenção de resultados melhores (maior retorno, menor risco, maior Índice de Sharpe) com a carteira de fronteira eficiente.

Zanini e Figueiredo (2005), num artigo publicado na revista Mackenzie, realizou uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre o período de julho/95 e junho/2000. O objetivo do trabalho era determinar a existência de diferença significativa entre os desempenhos das Teorias de Carteira de Markowitz e de Sharpe, aplicadas na otimização de carteiras de ações no mercado brasileiro. Os autores verificaram que os resultados da pesquisa demonstram não existir evidências de superioridade no desempenho de uma em relação à outra, levando em consideração que o modelo de Sharpe é uma simplificação do trabalho de Markowitz. Verificou-se também que, comparando os modelos com o índice Ibovespa, não foram encontradas vantagens para o investidor na utilização dos presentes modelos como preditivos para a formação de carteiras de investimento.

Em seu artigo, Zanini e Figueiredo (2005), comenta afirmando que talvez o resultado possa ser creditado ao fato de que os modelos matemáticos utilizados não “respondam” de pronto a fatos que afetam tanto positiva quanto negativamente a determinadas empresas e/ou setores econômicos.

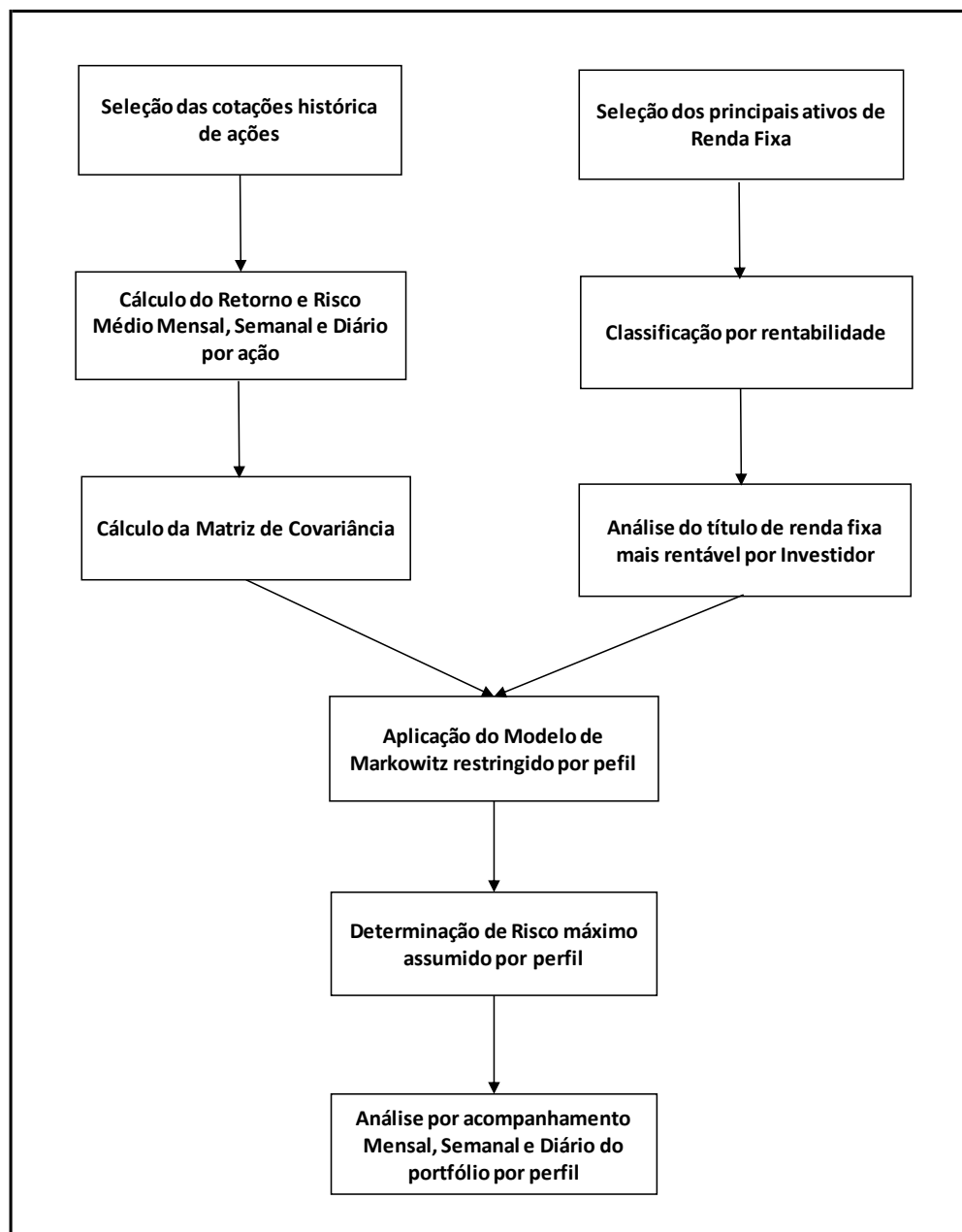
### **3. DESENVOLVIMENTO**

#### **3.1 Aspectos Metodológicos**

A avaliação para determinação do portfólio ótimo por perfil de investidor foi composta por 6 etapas, resumidas pela figura 3.1.13:

1. Seleção das amostras necessárias para desenvolvimento do estudo. Para esta etapa foram coletados dados das cotações histórica de 30 ações avaliados em períodos mensais, semanais e diários, além da rentabilidade dos principais títulos que compõe o mercado de renda fixa;
2. Para os títulos de renda variável foi calculado o desvio padrão (risco) e retorno médio dentro dos períodos mensais, semanais e diários, enquanto para os ativos de renda fixa foi realizada uma classificação de rentabilidade considerando os períodos de análise;
3. Estruturação da matriz de covariância das ações, necessária para a avaliação da diversificação de ativos e análise dos melhores ativos de renda fixa (livres de risco) por perfil;
4. Satisfazendo as restrições de investimentos por perfil, otimizar o portfólio via programação não-linear utilizando a Teoria do Portfólio de Markowitz com o objetivo de maximizar o Retorno;
5. Expor a Fronteira Eficiente do Portfólio e analisar o risco máximo assumido por cada perfil;
6. Analisar os resultados do estudo com acompanhamento mensal, semanal e diário.

**Figura 3.1.13: Fluxograma Metodológico de Pesquisa**



**Fonte:** Construído pelo Autor

### 3.1.1 Modelo Matemático Utilizado

O modelo de Markowitz utiliza uma abordagem puramente quantitativa baseando-se nas cotações passadas para a otimização. Para efeito de diversificação são consideradas 31 ativos (30 ações e 1 ativo livre de risco), o que está de acordo com o gráfico da figura 2.6.11, que estima uma quantidade necessária para a diversificação minimizar o risco.

Para aplicação do modelo matemático foi utilizado o software Solver do Microsoft Excel. Algumas modificações foram necessárias para fins do estudo:

1. Foi acrescentada mais uma restrição à equação 15, indicando o quanto cada investidor deve investir no máximo em cada tipo de ativo (renda fixa ou variável) de acordo com a tabela 2.4.2;
2. A equação de risco (eq. 7) foi aplicada utilizando a versão matricial. Nesse caso, podemos reescrevê-la como: (MARKOWITZ, 1952)

$$\sigma_C^2 = X^T Q X \quad (15)$$

Onde:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \text{ é a porcentagem investida em cada ativo de renda variável;}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \cdots & \sigma_{1,j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{i,1} & \cdots & \sigma_{i,j} \end{bmatrix} \text{ é a matriz de covariância;}$$

$X^T$  é a transposta de  $X$ .

Assim, o modelo matemático utilizado neste trabalho poderá ser resumido ao seguinte problema:

$$\text{Máx } \bar{R}_C = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_i + \left(1 - \sum_{i=1}^N X_i\right) R_f \quad (16)$$

$$\text{S.a } \sigma^2 \leq \sum_{i=1}^N X_i \sigma^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N X_i X_j \sigma_{i,j} = X^T Q X$$

$$\sum_{i=1}^N X_i + X_{RF} = 1$$

$$X_{RF} \geq X_{RF \text{ Invest.}}$$

$$X_i \geq 0$$

No problema, o objetivo é maximizar o retorno sujeito a um determinado risco, levando em conta que a porcentagem total investida não deve ultrapassar 1 e que a porção investida em renda fixa ( $X_{RF}$ ) deve ser maior ou igual à imposta pelo perfil do investidor ( $X_{RF\text{ Invest.}}$ ). Também se deve levar em consideração que o modelo não é compatível com vendas à descoberto, conforme afirma Samanez (2007), portanto a porção alocada nos ativos deve ser positiva.

### 3.1.2 Avaliação do Desempenho da Carteira

Há diversos métodos para comparações entre carteiras, com objetivo de verificar o desempenho de uma carteira. De acordo com Samanez (2007), estes métodos auxiliam a identificar pontos fortes e áreas de possível melhoria. O indicador mais utilizado é o índice Sharpe, que indica a recompensa pela variabilidade (*reward-to-variability*), definida pelo excesso de retorno por unidade de risco (SHARPE, 1994):

$$I_s = \frac{\bar{R}_C - R_f}{\sigma} \quad (17)$$

O numerador é o prêmio de risco. Quanto maior o  $I_s$  melhor o desempenho da carteira, com um retorno esperado maior que a taxa de risco da carteira. Neste estudo, foi comparado o  $I_s$  dos diferentes portfólios do estudo de caso com o  $I_s$  do Ibovespa, que funciona como um benchmark do mercado mobiliário.

## 3.2 Dados de Amostra

Com relação aos títulos de renda variável, foram utilizadas as 30 ações (tabela 3.2.3) com maior volume de negociação do mercado BM&FBOVESPA (atualizado em 13/10/2016), utilizando cotações históricas de 21 amostras para um acompanhamento mensal (Jan/2015 à Set/2016), 30 amostras para um

acompanhamento semanal (11/03/2016 à 30/09/2016) e 30 amostras para um acompanhamento diário (19/08/2016 à 30/09/2016).

Para os títulos de renda fixa, foram considerados os ativos de LCI, LCA, CDB e Tesouro Direto, atualizados em 13/10/2016. As tabelas 3.2.4, 3.2.5 e 3.2.6 contém as rentabilidades, prazos de resgate, aplicação mínima e rating dos ativos de renda fixa de empresas privadas do Brasil, de acordo com o site InfoMoney

**Tabela 3.2.3 Ações utilizadas para estudo**

<b>Sigla</b>	<b>Tipo</b>	<b>Empresa</b>
<b>PETR4</b>	Ação preferencial	Petrobras
<b>ABEV3</b>	Ação ordinária	Ambev SA
<b>BBAS3</b>	Ação ordinária	Banco do Brasil
<b>BBDC4</b>	Ação preferencial	Bradesco
<b>BBSE3</b>	Ação ordinária	BB Seguridade
<b>BRFS3</b>	Ação ordinária	BRF SA
<b>BRML3</b>	Ação ordinária	BR Malls
<b>BVMF3</b>	Ação ordinária	BMFBovespa
<b>CCRO3</b>	Ação ordinária	CCR
<b>CIEL3</b>	Ação ordinária	Cielo
<b>CMIG4</b>	Ação preferencial	Cemig
<b>CSNA3</b>	Ação ordinária	CSN
<b>EMBR3</b>	Ação ordinária	Embraer
<b>ESTC3</b>	Ação ordinária	Estácio Part.
<b>GGBR4</b>	Ação preferencial	Gerdau
<b>GOAU4</b>	Ação preferencial	Gerdau Met
<b>HYPE3</b>	Ação ordinária	Hypermarcas
<b>ITSA4</b>	Ação preferencial	Itaúsa
<b>ITUB4</b>	Ação preferencial	Itaú Unibanco
<b>JBSS3</b>	Ação ordinária	JBS Friboi
<b>KROT3</b>	Ação ordinária	KROTON
<b>LREN3</b>	Ação ordinária	Lojas Renner
<b>MRFG3</b>	Ação ordinária	Marfrig
<b>PETR3</b>	Ação ordinária	Petrobras
<b>RUMO3</b>	Ação ordinária	RUMO LOG
<b>TIMP3</b>	Ação ordinária	TIM Participações
<b>USIM5</b>	Ação preferencial classe A	Usiminas
<b>VALE3</b>	Ação ordinária	Vale
<b>VALE5</b>	Ação preferencial classe A	Vale
<b>VIVT4</b>	Ação preferencial	Telefônica Brasil

**Fonte:** <http://exame.abril.com.br/mercados/cotacoesbovespa/indices/BVSP/maiores-volume>

Tabela 3.2.4: Títulos de Renda Fixa Privada CDB

Bancos	Vencimento	Rentabilidade	Rating	Agência de Rating	Aplicação mínima (R\$)
BMG	28/11/2020	118 % CDI	A	Moody's	5000
Fibra	28/11/2020	117 % CDI	BBB+	S&P	5000
BMG	06/05/2020	117 % CDI	A	Moody's	5000
BMG	17/11/2019	116,5 % CDI	A	Moody's	5000
Fibra	17/11/2019	116 % CDI	BBB+	S&P	5000
Pine	17/11/2019	116 % CDI	A+	S&P	5000
BMG	30/04/2019	116 % CDI	A	Moody's	5000
Fibra	30/04/2019	115,5 % CDI	BBB+	S&P	5000
Topazio	05/11/2018	113,5 % CDI	0		5000
Fibra	05/11/2018	113 % CDI	BBB+	S&P	5000
Indusval	05/11/2018	113 % CDI	BBB-	S&P	5000
Original	30/04/2019	113 % CDI	BBB	S&P	50000
Original	05/11/2018	112 % CDI	BBB	S&P	50000
BMG	05/11/2018	112 % CDI	A	Moody's	5000
HAITONG	05/11/2018	108 % CDI	A+	Moody's	5000
Paraná Banco	05/11/2018	108 % CDI	AA-	Fitch	5000
Caixa Geral	05/11/2018	107,5 % CDI	A-	Fitch	10000
BR Partners	05/11/2018	106 % CDI	BBB	Fitch	5000
Original	05/11/2017	109 % CDI	BBB	S&P	50000
BMG	24/10/2017	108 % CDI	A	Moody's	5000
Daycoval	06/11/2018	104,5 % CDI	AA-	Moody's	5000
Intermedium	24/10/2017	107 % CDI	BBB-	Fitch	5000
Topazio	31/10/2019	103,5 % CDI	---		5000
HAITONG	24/10/2017	106,5 % CDI	A+	Moody's	5000
Fibra	24/10/2017	106 % CDI	BBB+	S&P	5000
Indusval	24/10/2017	106 % CDI	BBB-	S&P	5000
Paraná Banco	24/10/2017	105,5 % CDI	AA-	Fitch	5000
Caixa Geral	24/10/2017	104,5 % CDI	A-	Fitch	10000
Intermedium	31/10/2019	101 % CDI	BBB-	Fitch	5000
Pan	05/11/2018	101 % CDI	A+	Fitch	5000
BR Partners	24/10/2017	104 % CDI	BBB	Fitch	5000
Daycoval	20/10/2017	104 % CDI	AA-	Moody's	5000
BMG	23/04/2017	106 % CDI	A	Moody's	5000
Intermedium	23/04/2017	105 % CDI	BBB-	Fitch	5000
Fidis	24/10/2017	101 % CDI	A-	Fitch	5000
ABC	24/10/2017	100,5 % CDI	AA-	S&P	5000
Banco Mizuho	26/10/2018	97,5 % CDI	Aaa	Fitch	5000
Paraná Banco	23/04/2017	103 % CDI	AA-	Fitch	5000
BR Partners	23/04/2017	102,5 % CDI	BBB	Fitch	5000
Caixa Geral	18/04/2017	102,5 % CDI	A-	Fitch	10000
Daycoval	19/04/2017	102 % CDI	AA-	Moody's	5000
CEF	24/10/2017	97 % CDI	AA-	S&P	1000000
BNP	24/10/2017	96,5 % CDI	AA+	S&P	60000
BMG	15/01/2017	102 % CDI	A	Moody's	5000
BR Partners	15/01/2017	100,5 % CDI	BBB	Fitch	5000

Fonte: <http://www.infomoney.com.br/solucoes-financeiras/comparador-renda-fixa/cdb-lci-lca>



Na tabela 3.2.7 contém os dados de compra e venda e o prazo de investimento dos títulos públicos do governo, de acordo com o site do Tesouro.

**Tabela 3.2.5: Títulos de Renda Fixa Privada LCI**

Bancos	Vencimento	Rentabilidade	Rating	Agência de Rating	Aplicação Mínima (R\$)
<b>Original</b>	17/11/2019	94 % CDI	BBB	S&P	50000
<b>Original</b>	05/11/2018	92 % CDI	BBB	S&P	50000
<b>Pan</b>	24/10/2017	91,5 % CDI	A+	Fitch	5000
<b>Original</b>	05/11/2017	90 % CDI	BBB	S&P	50000
<b>Rodobens</b>	17/04/2017	89 % CDI	A+	Fitch	5000

Fonte: <http://www.infomoney.com.br/solucoes-financeiras/comparador-renda-fixa/cdb-lci-lca>

**Tabela 3.2.6: Títulos de Renda Fixa Privada LCA**

Bancos	Vencimento	Rentabilidade	Rating	Agência de Rating	Aplicação Mínima (R\$)
<b>Original</b>	05/12/2016	99,5 % CDI	BBB	S&P	1259
<b>ABC</b>	17/11/2019	94 % CDI	AA-	S&P	5000
<b>ABC</b>	05/11/2018	93 % CDI	AA-	S&P	5000
<b>Fibra</b>	25/09/2017	93 % CDI	BBB+	S&P	5000
<b>Indusval</b>	05/11/2018	92 % CDI	BBB-	S&P	5000
<b>ABN</b>	27/01/2019	91,5 % CDI	Sem Rating		150000
<b>ABC</b>	24/10/2017	91 % CDI	AA-	S&P	5000
<b>ABN</b>	28/01/2019	91 % CDI	Sem Rating		30000
<b>Indusval</b>	24/10/2017	91 % CDI	BBB-	S&P	5000
<b>Banco Cargill</b>	15/05/2017	90 % CDI	Sem Rating		115217
<b>Banco Cargill</b>	15/05/2017	90 % CDI	Sem Rating		36540
<b>ABC</b>	23/04/2017	89 % CDI	AA-	S&P	5000
<b>Banco Cargill</b>	02/05/2017	89 % CDI	Sem Rating		50634
<b>Banco Cargill</b>	05/05/2017	89 % CDI	Sem Rating		21956
<b>Banco Cargill</b>	08/05/2017	89 % CDI	Sem Rating		67267
<b>Banco Cargill</b>	12/05/2017	89 % CDI	Sem Rating		20178
<b>Banco Cargill</b>	15/05/2017	89 % CDI	Sem Rating		70243
<b>Banco Cargill</b>	17/04/2017	89 % CDI	Sem Rating		30523
<b>Banco Cargill</b>	17/04/2017	89 % CDI	Sem Rating		122225
<b>Banco Cargill</b>	28/04/2017	89 % CDI	Sem Rating		30708
<b>Indusval</b>	17/04/2017	89 % CDI	BBB-	S&P	5000
<b>Indusval</b>	15/01/2017	88 % CDI	BBB-	S&P	5000
<b>BANCOOB</b>	16/01/2017	87 % CDI	Sem Rating		5000

Fonte: <http://www.infomoney.com.br/solucoes-financeiras/comparador-renda-fixa/cdb-lci-lca>

Tabela 3.2.7: Títulos do Tesouro Direto

		Taxa % a.a.	
Título	Vencimento	Compra	Venda
<b>Indexados ao IPCA</b>			
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2017 (NTNB)	15/05/2017	-	6,50%
Tesouro IPCA+ 2019 (NTNB Princ)	15/05/2019	5,91%	5,95%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2020 (NTNB)	15/08/2020	-	5,95%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2024 (NTNB)	15/08/2024	-	5,85%
Tesouro IPCA+ 2024 (NTNB Princ)	15/08/2024	5,77%	5,83%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026 (NTNB)	15/08/2026	5,79%	5,85%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2035 (NTNB)	15/05/2035	5,67%	5,75%
Tesouro IPCA+ 2035 (NTNB Princ)	15/05/2035	5,64%	5,72%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2045 (NTNB)	15/05/2045	-	5,78%
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2050 (NTNB)	15/08/2050	5,64%	5,74%
<b>Prefixados</b>			
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2017 (NTNF)	01/01/2017	-	13,67%
Tesouro Prefixado 2017 (LTN)	01/01/2017	-	13,65%
Tesouro Prefixado 2018 (LTN)	01/01/2018	-	12,01%
Tesouro Prefixado 2019 (LTN)	01/01/2019	11,37%	11,43%
Tesouro Prefixado 2021 (LTN)	01/01/2021	-	11,35%
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2021 (NTNF)	01/01/2021	-	11,30%
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2023 (NTNF)	01/01/2023	-	11,40%
Tesouro Prefixado 2023 (LTN)	01/01/2023	11,43%	11,49%
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2025 (NTNF)	01/01/2025	-	11,38%
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2027 (NTNF)	01/01/2027	11,41%	11,47%
<b>Indexados à Taxa Selic</b>			
Tesouro Selic 2017 (LFT)	07/03/2017	-	0,01%
Tesouro Selic 2021 (LFT)	01/03/2021	0,04%	0,08%
<b>Indexados ao IGPM</b>			
Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais 2017 (NTNC)	01/07/2017	-	6,38%
Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais 2021 (NTNC)	01/04/2021	-	5,94%
Tesouro IGPM+ com Juros Semestrais 2031 (NTNC)	01/01/2031	-	5,75%

Fonte: Adaptado do Site do Tesouro Direto, acessado em 04/11/2016

Títulos de renda fixa privado usa como benchmark para a rentabilidade o CDI do mercado, enquanto títulos do Tesouro Direto são indexados ao IPCA, Taxa Selic ou IGPM para o cálculo da rentabilidade. Na tabela 3.2.7, contém os valores atualizados em 04/11/2016 dos indicadores necessário para o cálculo de rentabilidade dos ativos de renda fixa, públicos e privados. Com relação aos prazos de investimentos, estes se basearão na nova regulamentação da ANBIMA, conforme abordado na seção 2.3.7. Os indicadores de *duration* para cada período podem ser encontrados na tabela x6.

**Tabela 3.2.7 Indicadores de Mercado em Títulos de Renda Fixa**

% a.a		Fonte
CDI	13,9%	CVM
IPCA	6,9%	Projeção para 2016 - Relatório Focus do BC
IGPM	7,5%	Projeção para 2016 - Relatório Focus do BC
Selic	14,0%	Projeção para 2016 - Relatório Focus do BC

Fone: Construído pelo autor

**Tabela 3.2.8 Duration para Investimentos em Renda Fixa**

	Benchmark	Prazo
Long Duration	IMA - Geral	>575 dias
Mid Duration	IRF-M	< 575 dias
Short Duration	-	< 21 dias

Fonte: Adaptado do Portal ANBIMA, 2016

### 3.3 Aplicação do Método

A aplicação consiste primeiramente na escolha do ativo livre de Risco ( $R_f$ ) para cada perfil: Conservador, Moderado e Agressivo. Para isto, foi calculado a taxa efetiva mensal, semanal e diária de cada título das tabelas 3.2.4, 3.2.5, 3.2.6 e 3.2.7. O critério para a escolha de  $R_f$  para cada perfil é dado por:

$$\text{Máx}(R_f; T_{RF} \leq T_{Invest}, V_{Mín} \leq V_{Invest}) \quad (18)$$

Na fórmula 18, a ideia é encontrar o ativo com maior rentabilidade restrita à condição de prazo e investimento do cliente. O valor de investimento utilizado para o estudo de caso foi de R\$ 20.000,00, pois desta forma investidores agressivos que investem 30% do capital em renda fixa (conforme Tabela 2.4.2), poderão aplicar em investimentos de renda fixa com aplicação mínima de R\$ 5.000,00. Com relação ao prazo, foi levado em consideração que investidores mais conservadores tem preferência por maior liquidez que investidores mais agressivos conforme Bandinelli (2010), Bertollo (2012) e Freitas (2013). Assim, foi utilizado como prazo de investimento a tabela 3.2.8, associando o investidor

conservador para investimentos de curto prazo (menor que 21 dias úteis), investidores moderados ao médio prazo (menor que 571 dias) e investidores agressivos ao longo prazo (maior que 575 dias).

Aplicando a fórmula 18 e levando em consideração a proporção mínima do capital investida em renda fixa conforme a tabela 2.4.2, chegamos ao resultado encontrado na tabela 3.3.9:

**Tabela 3.3.9: Melhor Ativo livre de Risco por Perfil de Investidor**

	$T_{Invest}$ Prazo	$V_{Invest}$ Aplicação em RF	%Capital em RF	Melhor Ativo		Rentabilidade			
				Tipo	Ativo	%CDI	%a.m	%a.s	%a.d
Agressivo	<i>Long Duration</i>	R\$ 6.000,00	30%	CDB	BMG	118%	1,27%	0,29%	0,06%
Moderado	<i>Mid Duration</i>	R\$ 12.200,00	61%	CDB	HAITONG	108%	1,15%	0,26%	0,05%
Conservador	<i>Short Duration</i>	R\$ 16.600,00	83%	CDB	Intermedium	101%	1,10%	0,25%	0,05%

Fonte: Autoria Própria

Ao analisar a tabela 3.3.9, percebe-se que investidores agressivos possuem maior rentabilidade que outros perfis. Isto é devido ao fato de que investimentos com menor liquidez são geralmente os mais rentáveis e, como investidores agressivos aceitam prazos maiores de resgate, obtêm uma rentabilidade maior que investidores moderados e conservadores.

O próximo passo é calcular a retorno ( $\bar{R}$ ) e risco ( $\sigma$ ) para cada ação a partir das cotações históricas coletadas. O retorno pode ser calculado utilizando a eq. 1 (retorno contínuo), enquanto que para o risco utiliza-se a eq. 2 (Fórmula do Desvio Padrão). Os dados históricos mensais, semanais e diários podem ser encontrados no Anexo B. Na tabela 3.3.10, obtemos o retorno esperado e risco esperado de cada ação, avaliadas em três cenários diferentes. Ao analisar o mercado de ações desta maneira, podemos avaliar como cada acompanhamento de média temporal diferente se relaciona com a visão de prazo do investidor.

Tabela 3.3.10: Retorno ( $\bar{R}$ ) e Risco ( $\sigma$ ) das ações

	Mensal		Semanal		Diário	
	Retorno	Risco	Retorno	Risco	Retorno	Risco
<b>PETR4</b>	1,92%	18,2%	1,93%	5,7%	0,20%	2,9%
<b>ABEV3</b>	0,94%	3,2%	0,20%	1,9%	-0,01%	0,9%
<b>BBAS3</b>	0,60%	13,4%	0,46%	5,7%	-0,02%	2,3%
<b>BBDC4</b>	0,19%	9,6%	0,83%	3,5%	0,03%	2,0%
<b>BBSE3</b>	0,38%	8,9%	0,13%	3,8%	0,13%	1,6%
<b>BRFS3</b>	-0,59%	6,7%	0,17%	2,9%	0,10%	1,1%
<b>BRML3</b>	-1,14%	11,7%	0,12%	3,6%	-0,14%	1,7%
<b>BVMF3</b>	3,31%	9,7%	0,47%	3,3%	-0,27%	1,8%
<b>CCRO3</b>	0,67%	6,8%	0,60%	3,4%	-0,19%	2,2%
<b>CIEL3</b>	0,14%	6,8%	0,42%	2,6%	-0,12%	1,2%
<b>CMIG4</b>	-1,18%	16,1%	0,88%	7,0%	-0,31%	2,8%
<b>CSNA3</b>	3,02%	24,3%	0,70%	11,9%	-0,36%	4,3%
<b>EMBR3</b>	-2,01%	8,1%	-1,61%	4,3%	-0,12%	2,0%
<b>ESTC3</b>	0,10%	13,5%	0,87%	6,1%	0,01%	2,4%
<b>GGBR4</b>	0,02%	17,7%	1,95%	7,5%	-0,50%	3,3%
<b>GOAU4</b>	-5,07%	24,9%	2,06%	8,4%	-0,53%	3,9%
<b>HYPE3</b>	2,33%	10,4%	0,25%	3,9%	0,05%	1,7%
<b>ITSA4</b>	0,30%	8,0%	0,45%	3,1%	-0,17%	1,5%
<b>ITUB4</b>	0,97%	8,3%	0,48%	3,3%	-0,08%	1,5%
<b>JBSS3</b>	0,53%	9,6%	0,24%	6,0%	0,04%	2,7%
<b>KROT3</b>	0,74%	11,0%	1,04%	3,9%	0,13%	2,2%
<b>LREN3</b>	2,82%	7,9%	0,67%	2,9%	-0,15%	1,8%
<b>MRFG3</b>	-0,02%	7,3%	-0,73%	2,2%	0,01%	1,3%
<b>PETR3</b>	2,69%	16,0%	1,46%	5,6%	0,02%	3,0%
<b>RUMO3</b>	-3,92%	23,7%	1,98%	6,1%	-0,62%	1,9%
<b>TIMP3</b>	-1,85%	9,5%	0,26%	3,5%	-0,20%	1,5%
<b>USIM5</b>	-0,69%	26,2%	2,39%	10,6%	-0,29%	4,3%
<b>VALE3</b>	-0,81%	13,6%	0,59%	6,5%	-0,24%	3,0%
<b>VALE5</b>	-0,94%	14,2%	1,16%	6,3%	-0,17%	3,0%
<b>VIVT4</b>	0,23%	6,7%	0,62%	2,9%	-0,11%	1,6%

Fonte: Autoria Própria

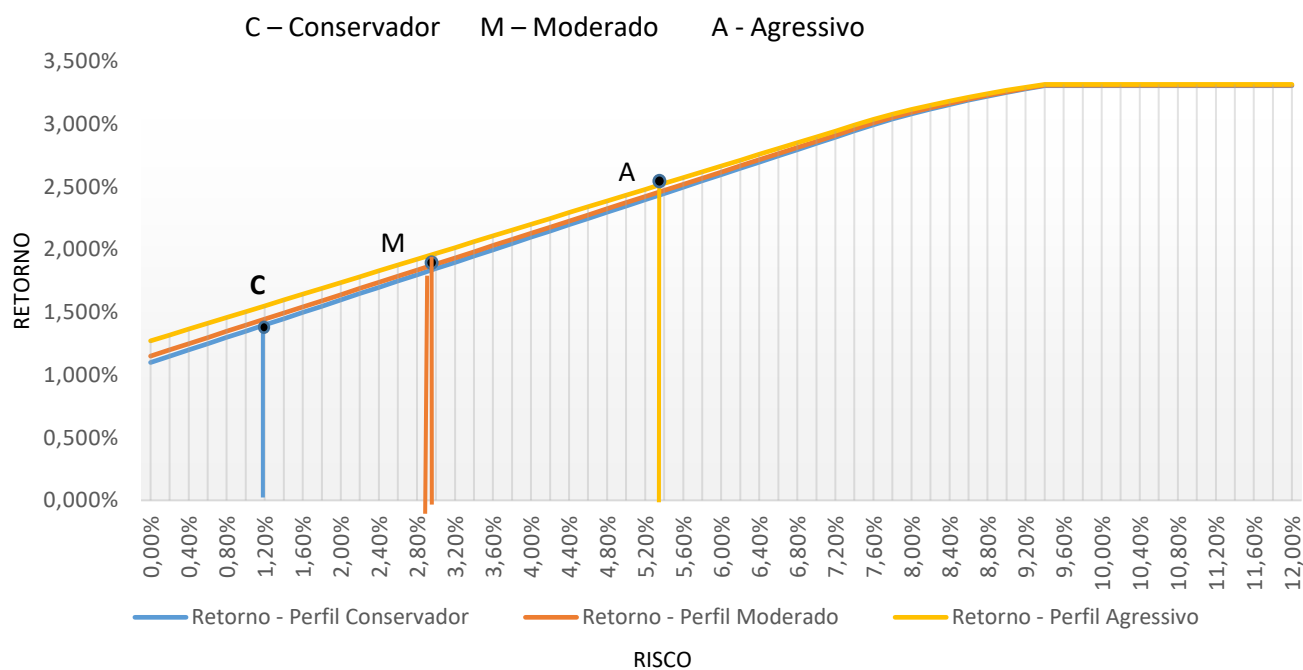
A próxima etapa da análise consiste em calcular o retorno e risco dos ativos em conjunto no portfólio, levando em consideração os efeitos da diversificação. O cálculo do retorno esperado pode ser determinado a partir da eq. 5, enquanto o risco da carteira pode ser encontrado utilizando a equação 7. O cálculo da equação 7 envolve a multiplicação do retorno com uma matriz de covariância  $Q$ , que relaciona cada ação com cada uma das outras ações no portfólio. A matriz de covariância para prazos mensais, semanais e diários podem ser encontrados no anexo C.

A avaliação do risco e retorno de uma carteira tem como variáveis de decisão as proporções investidas. Dependendo de qual percentual é aplicado em determinado ativo, é possível estabelecer um critério de retorno máximo assumido, dado um limite de risco estabelecido pelo tipo de investidor.

O problema de otimização dado pela eq. 15 foi analisado utilizando o software Solver do Excel, usando como método de solução o mecanismo GRG não-linear, mais apropriado para problemas suaves e não-lineares. Analisando cada retorno máximo assumido para determinado risco, foi possível encontrar a fronteira eficiente para cada acompanhamento de tempo considerado. Para cada gráfico considerado pelas figuras 3.3.14, 3.3.15 e 3.3.16, foi estabelecido os pontos de combinações C, M e A, representando o portfólio ótimo Conservador, Moderado e Agressivo, respectivamente. Para isso, foi levado em consideração o quanto cada perfil investe no máximo em renda fixa. Quanto maior a proporção investida em renda fixa, mais à esquerda do gráfico ficará o ponto ótimo, ao contrário daqueles que investem em maior proporção em renda variável, que ficará mais à direita do gráfico.

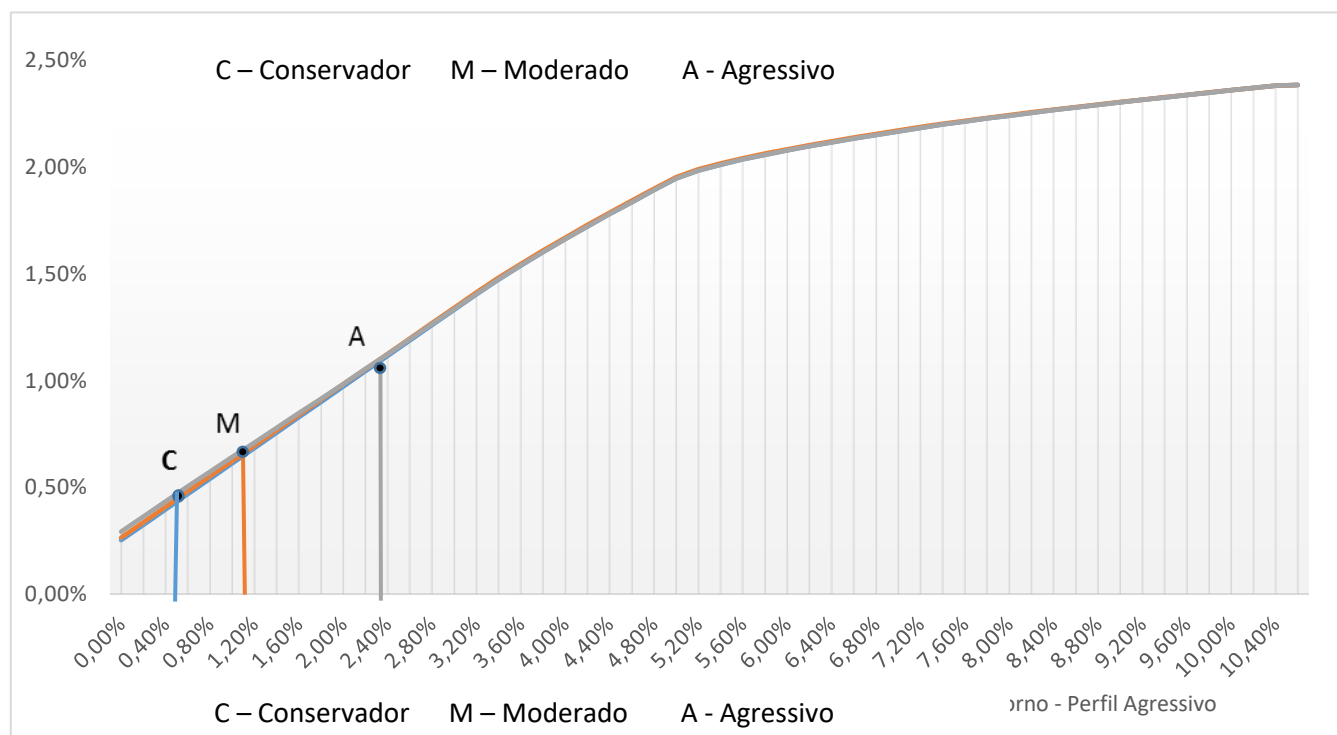
As tabelas 3.3.11, 3.3.12 e 3.3.13 mostram a quantidade específica investida em cada ativo de modo a maximizar o retorno sujeito às condições de risco. Representa a composição específica investida em cada ativo de forma a compor o portfólio ótimo.

**Figura 3.3.14 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Mensal**



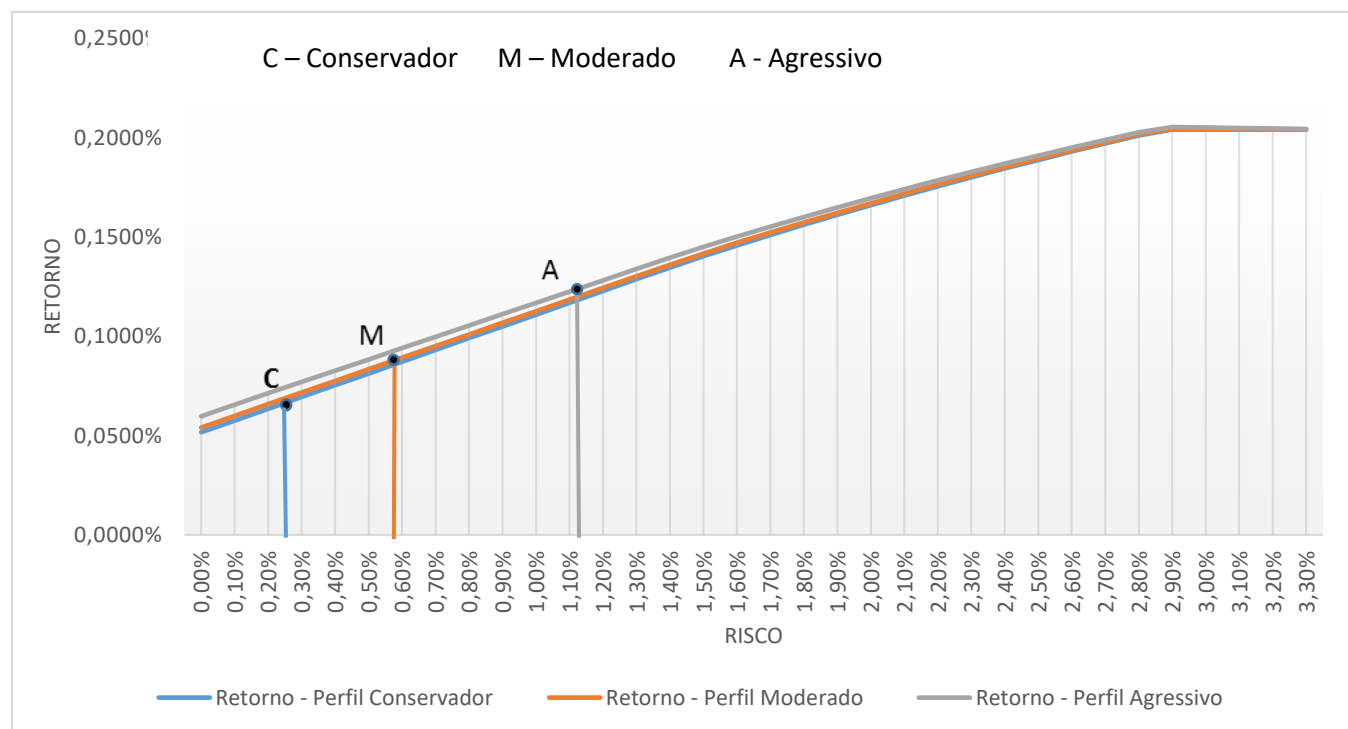
Fonte: Autoria Própria

**Figura 3.3.15 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Semanal**



Fonte: Autoria Própria

**Figura 3.3.16 Fronteira Eficiente com Acompanhamento Diário**



Fonte: Autoria Própria

Conforme observado nos gráficos 3.3.14, 3.3.15 e 3.3.16, a fronteira eficiente de um portfólio tem como menor retorno o investimento no ativo livre de risco selecionado para cada perfil. Conforme é elevado o risco, é selecionado ativos com maiores retornos para compor a carteira até que o modelo seleciona o ativo com maior retorno possível, independente do risco que assuma.

Nas tabelas 3.3.11, 3.3.12 e 3.3.13, a escolha do ponto de composição ótima foi selecionado de forma a coincidir com a proporção investida em renda fixa na tabela 2.3.2. Logicamente, conforme analisado, investidores agressivos assumem maior risco que outros investidores, obtendo maiores retornos. Percebe-se que com acompanhamento mensal, foram necessárias apenas três ações para que a carteira ficasse bem diversificada, enquanto que para acompanhamento semanal e diário, foram necessários 5 e 4 ações, respectivamente. Também se verifica que os ativos investidos com acompanhamento mensal se diferenciam dos outros dois acompanhamentos,



indicando que o acompanhamento da aplicação influencia no retorno esperado e na validade do modelo.

**Tabela 3.3.11 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Mensal**

		Retorno	Risco	Aplicação em Renda Fixa	Aplicação em Ações BVMF3 HYPE3 LREN3		
Mensal	Conservador	1,42%	1,28%	83,00%	7,70%	2,17%	7,10%
	Moderado	1,87%	2,96%	61,00%	18,25%	4,76%	16,04%
	Agressivo	2,50%	5,39%	30,00%	35,39%	7,36%	27,30%

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 3.3.12 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Semanal**

		Retorno	Risco	Aplicação em Renda Fixa	Aplicação em Ações PETR4 GGBR4 KROT3 RUMO3 JBSS3				
Semana	Conservador	0,45%	0,54%	83,01%	2,98%	1,65%	4,01%	4,95%	3,40%
	Moderado	0,70%	1,25%	61,02%	7,09%	3,73%	9,01%	11,47%	7,69%
	Agressivo	1,09%	2,30%	30,05%	13,85%	6,40%	15,29%	21,17%	13,23%

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 3.3.13 Composição de Portfólio para um Acompanhamento Diário**

		Retorno	Risco	Aplicação em Renda Fixa	Aplicação em Ações PETR4 KROT3 BBSE3 BRFS3			
Diário	Conservador	0,07%	0,24%	83,04%	4,17%	1,94%	4,30%	6,54%
	Moderado	0,09%	0,56%	61,05%	10,51%	4,49%	10,01%	13,94%
	Agressivo	0,12%	1,11%	30,01%	17,21%	8,01%	17,75%	27,01%

Fonte: Autoria Própria

### 3.4 Análise de Desempenho

Para fins de comparação entre portfólios, foi avaliado o desempenho das carteiras utilizando o índice Sharpe como indicador. O índice Sharpe avalia a proporção retorno/risco, ou seja, o quanto cada acréscimo de risco traz de

retorno, levando em consideração que o risco zero é fixado com o retorno do ativo livre de risco, conforme eq. 17. Um índice Sharpe negativo indica que o retorno do ativo livre de risco é maior que o retorno médio da carteira diversificada.

Para a análise, foi levado em consideração o desempenho do índice Bovespa (iBovespa), comparando o índice Sharpe com o desempenho das carteiras ótimas. As cotações históricas com prazos mensais, semanais e diários do iBovespa podem ser encontradas no anexo D. Observando as tabelas 3.4.14, 3.4.15 e 3.4.16, verifica-se que em todos os casos o desempenho da carteira diversificada pelo modelo de Markowitz possui maior IS que o Índice Ibovespa, comprovando a eficácia do método.

**Tabela 3.4.14 Desempenho da aplicação com acompanhamento mensal**

		Retorno do Ativo Livre de Risco	Retorno	Risco	índice Sharpe (IS)	
					Carteira	iBovespa
Mensal	Conservador	1,10%	1,42%	1,28%	24,96%	-2,32%
	Moderado	1,15%	1,87%	2,96%	24,28%	-3,09%
	Agressivo	1,27%	2,50%	5,39%	22,69%	-4,91%

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 3.4.15 Desempenho da aplicação com acompanhamento semanal**

		Ativo Livre de Risco	Retorno	Risco	índice Sharpe (IS)	
					Carteira	iBovespa
Semanal	Conservador	0,25%	0,45%	0,54%	35,99%	13,70%
	Moderado	0,26%	0,70%	1,25%	34,77%	13,23%
	Agressivo	0,29%	1,09%	2,30%	34,77%	12,11%

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 3.4.16 Desempenho da aplicação com acompanhamento diário**

		Retorno do Ativo Livre de Risco	Retorno	Risco	índice Sharpe (IS)	
					Carteira	iBovespa
Diário	Conservador	0,05%	0,07%	0,24%	5,93%	4,21%
	Moderado	0,05%	0,09%	0,56%	5,76%	3,98%
	Agressivo	0,06%	0,12%	1,11%	5,38%	3,44%

Fonte: Autoria Própria

Na tabela 3.4.14, o desempenho do índice iBovespa é negativo, pois o retorno esperado do iBovespa no período (0,944%) é menor que o retorno dos ativos livres de risco. Comparando os acompanhamentos temporais, percebe-se que a aplicação semanal na tabela 3.4.15 possui maior desempenho que as aplicações mensais e diárias, pois ao analisar as diferenças de percentuais, verifica-se um desempenho que supera em 11,2% e 29,5% as carteiras com acompanhamento mensais e diários, respectivamente.

O fraco desempenho do iBovespa na tabela 3.4.14, demonstra como o mercado de ações no período considerando está pouco rentável frente a uma alta instabilidade, demonstrando um desvio padrão (risco) de 6,67%, superiores aos riscos calculado no método. Percebe-se também que o índice Sharpe para perfis conservadores supera o desempenho para perfis moderados, que por sua vez, supera o desempenho para perfis agressivos. Este efeito decorre do fato de que investidores conservadores investem boa parcela do seu capital em renda fixa, atualmente em alta no Brasil, o que compensa uma maior proporção investida em renda fixa frente à proporção retorno/risco do mercado de renda variável brasileiro no período considerado.

Com o objetivo de demonstrar a validade do método, foi analisado a aplicação do modelo com cotações a partir de janeiro/2015, comparando o retorno teórico obtido pelo modelo de Markowitz com o obtido pelo período posterior às cotações históricas dos títulos. A ideia desta aplicação é verificar a rentabilidade do modelo comparando dados teóricos com dados históricos mensais e mostrar que os efeitos da diversificação garantem um retorno positivo superior a um investimento aplicado 100% em renda fixa.

As tabelas 3.4.17, 3.4.18 e 3.4.19, representam o retorno com composição ótima calculado pelo método ao longo dos meses posteriores à aplicação a partir de fevereiro/2016, para investidores conservadores, moderados e agressivos. Por exemplo, para a tabela 3.4.17, o retorno esperado de uma composição calculada com dados históricos de janeiro/2015 até março/2016 foi de 1,4%, e o retorno real obtido pela composição foi de 1,5%. Verificando a desvio padrão das amostras (risco), é possível estabelecer um limite superior e inferior de retorno dado pela soma e diferença entre retorno e

risco do portfólio respectivamente, criando assim uma margem de segurança de retorno de acordo com o perfil.

**Tabela 3.4.17 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Conservador**

<b>Risco Esperado</b>	0,8%	0,9%	1,1%	1,1%	1,4%	1,4%
<b>Retorno Esperado</b>	1,2%	1,4%	1,5%	1,5%	1,5%	1,6%
<b>Março</b>	<b>Fevereiro</b>	<b>Março</b>	<b>Abril</b>	<b>Maio</b>	<b>Junho</b>	<b>Julho</b>
<b>Março</b>	<b>1,2%</b>					
<b>Abril</b>	0,6%	<b>1,5%</b>				
<b>Maio</b>	0,4%	1,2%	<b>1,2%</b>			
<b>Junho</b>	-0,1%	0,3%	0,3%	<b>0,3%</b>		
<b>Julho</b>	0,2%	1,0%	1,3%	1,3%	<b>2,2%</b>	
<b>Agosto</b>	0,0%	1,0%	0,9%	1,0%	1,0%	<b>0,7%</b>
<b>Limite Superior de Retorno</b>	2,0%	2,3%	2,5%	2,6%	2,9%	3,0%
<b>Limite Inferior de Retorno</b>	0,4%	0,5%	0,4%	0,4%	0,1%	0,1%

Fonte: Autoria Própria

**Tabela 3.4.18 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Moderado**

<b>Risco Esperado</b>	1,7%	2,1%	2,5%	2,7%	3,3%	3,5%
<b>Retorno Esperado</b>	1,4%	1,8%	2,0%	2,0%	2,1%	2,3%
	<b>Fevereiro</b>	<b>Março</b>	<b>Abril</b>	<b>Maio</b>	<b>Junho</b>	<b>Julho</b>
<b>Março</b>	<b>1,3%</b>					
<b>Abril</b>	0,2%	<b>2,3%</b>				
<b>Maio</b>	-0,3%	1,4%	<b>1,5%</b>			
<b>Junho</b>	-1,3%	-0,7%	-0,7%	<b>-0,7%</b>		
<b>Julho</b>	-0,9%	1,1%	1,8%	1,9%	<b>3,7%</b>	
<b>Agosto</b>	-0,9%	0,8%	0,8%	1,0%	0,8%	<b>0,1%</b>
<b>Limite Superior de Retorno</b>	3,1%	3,9%	4,5%	4,7%	5,3%	5,8%
<b>Limite Inferior de Retorno</b>	-0,2%	-0,3%	-0,5%	-0,6%	-1,2%	-1,1%

Fonte: Autoria Própria

A partir dos dados da tabela, é possível observar que em quase todos os casos a carteira obteve um retorno dentro dos limites inferior e superior de retorno, com exceção da previsão para junho para os perfis conservadores e moderados, que obteve um desempenho de retorno relativamente abaixo do limite inferior. Vale destacar a necessidade de atualização da composição do portfólio de acordo com o acompanhamento considerado. Conforme analisado

nas tabelas 3.4.17, 3.4.18 e 3.4.19, na maior parte dos casos a composição do portfólio obtém maior retorno no período imediatamente posterior à atualização da composição de ativos na carteira.

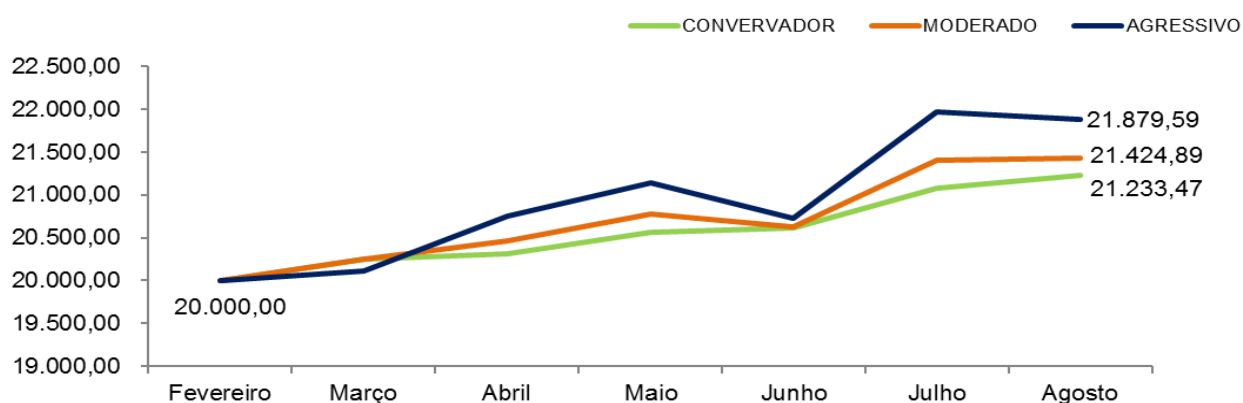
**Tabela 3.4.19 Análise Teórica x Prática do Retorno do Portfólio Agressivo**

<b>Risco Esperado</b>	3,7%	4,0%	4,7%	5,1%	5,9%	6,0%
<b>Retorno Esperado</b>	1,8%	2,4%	2,8%	2,8%	2,8%	3,1%
<b>Mês</b>	<b>Fevereiro</b>	<b>Março</b>	<b>Abril</b>	<b>Mai</b>	<b>Junho</b>	<b>Julho</b>
<b>Março</b>	<b>0,5%</b>					
<b>Abril</b>	-0,3%	<b>3,7%</b>				
<b>Mai</b>	-1,5%	1,7%	<b>1,9%</b>			
<b>Junho</b>	-4,1%	-2,4%	-2,0%	<b>-2,0%</b>		
<b>Julho</b>	-3,9%	1,3%	2,8%	3,0%	<b>6,0%</b>	
<b>Agosto</b>	-2,4%	0,5%	0,5%	1,0%	0,4%	<b>-0,4%</b>
<b>Limite Superior de Retorno</b>	5,5%	6,4%	7,5%	7,9%	8,7%	9,1%
<b>Limite Inferior de Retorno</b>	-1,9%	-1,6%	-1,9%	-2,2%	-3,1%	-2,8%

Fonte: Autoria Própria

No gráfico representado pela figura 3.4.17, é possível acompanhar a evolução do capital durante o período de investimento de capital. A análise mostra que investidores agressivos obtiveram maior retorno de capital, devido ao fato de estarem disposto a assumir maior risco com o objetivo de buscar maiores retornos. Em todos os três casos ocorreu uma baixa de retorno em junho/2016, decorrente do risco sistemático (risco de mercado), a qual não pode ser minimizado pela diversificação).

**Figura 3.4.17 Evolução do Capital Investido (Fev/2016 à Ago/2016)**



Fonte: Autoria Própria

Na tabela 3.4.20, encontra-se uma comparação entre o Retorno Teórico e real do portfólio, e o retorno caso o investidor optasse em investir 100% do capital no ativo livre de risco (renda fixa). Nos casos do investidor Agressivo e Moderado, o retorno acumulado no período foi superior à renda fixa, mas obteve um retorno real inferior ao retorno esperado estipulado pelo modelo matemático.

**Tabela 3.4.20 Comparação entre Retornos entre Mar/2016 e Ago/2016**

	Retorno Esperado sobre o Capital	Retorno sobre Capital Aplicado	Retorno com Investimento 100% em Renda Fixa
Agressivo	14,78%	9,40%	7,88%
Moderado	12,28%	7,12%	7,10%
Conservador	8,95%	6,17%	6,78%

Fonte: Autoria Própria

É importante considerar que o período considerado foi bastante atípico, devido à alta volatilidade do mercado decorrente da crise econômica no país em 2015. Com isso, o risco sistemático torna-se mais acentuado, acarretando distorções na percepção do risco pelo modelo de Markowitz. Apesar disto, o método mostrou-se eficaz ao obter um desempenho retorno/risco superior ao iBovespa em todos os acompanhamentos temporais e retorno acumulado positivo durante o período de análise com acompanhamento mensal.

Ao considerar a indicação do uso do modelo não somente com base no seu índice Sharpe onde o perfil conservador teve o melhor desempenho, mas utilizando o critério de validação por meio do *backtest*, levando em consideração um período mínimo de 14 meses para compor um retorno esperado e um risco esperado, o perfil conservador não manteve o seu desempenho, sendo indicado estudos mais aprofundados sobre a robustez do modelo considerando esse perfil. De um outro ponto de vista o perfil agressivo teve um desempenho satisfatório, apresentando um melhor desempenho com base em seu índice Sharpe para uma consolidação mensal das informações. Após a aplicação da técnica de validação pode-se confirmar que o modelo de Markowitz se adequou aos parâmetros do perfil agressivo, uma vez que o modelo visa otimizar portfólios compostos em sua grande parte por renda variável.

## CONCLUSÃO

Conseguiu-se definir o perfil do investidor por meio de pesquisas nas maiores empresas de investimentos no mercado. Pode-se utilizar o modelo de Markowitz para traçar a fronteira eficiente com a relação risco x retorno para diferentes perfis de investimento o que auxiliou na explicação da dinâmica de investimento com os resultados obtidos pelo modelo aplicado.

Durante o período, concluiu-se que em todos os acompanhamentos de análise o desempenho da carteira foi superior ao índice IBovespa ao utilizar como critério o índice Sharpe, demonstrando maior ganho na relação retorno/risco obtidos pela composição das carteiras indicadas no modelo de Markowitz.

A utilização do índice Sharpe demonstrou que para perfis conservadores possui melhor relação retorno/risco, decorrente do fato de que investidores conservadores investem boa parte do seu capital em renda fixa, atualmente em alta no Brasil, o que compensa esse tipo de investimento frente à proporção retorno/risco do mercado de renda variável no período estudado.

Referente à validação do modelo durante o período de análise, verificou-se que o melhor período de acompanhamento é o mensal para o perfil de investidor agressivo. Isso confirma que o modelo de Markowitz se adequou aos parâmetros do perfil agressivo, apesar da alta volatilidade do mercado mobiliário, demonstrando a eficácia do método em reduzir o risco não-sistemático a partir da diversificação das ações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANBIMA. **Classificação de Fundos. Visão geral e nova estrutura**. São Paulo, 13 de Abril de 2015.

ASSAF NETO, Alexandre. **Finanças corporativas e valor**. Atlas, 2012.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 10ª edição. São Paulo: Atlas, 2011

BANDINELLI, M. B. **Finanças Comportamentais: Orientação ao Perfil do Investidor Pessoa Física**. Monografia, UFRGS, 2010

BERTOLO, L. A. **Perfil do investidor**. Disponível em: . Acesso em: 23 de nov. de 2016.

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Fundamentos de investimento**. 3ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2000.

BRUNI, Adriano Leal. **Mercados financeiros**. São Paulo: Atlas, 2005

CAVALCANTE, Francisco; MISUMI, Jorge Yoshio;

CERBASI, Gustavo. **Investimentos inteligentes**. Thomas Nelson Brasil, 2008.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. **Instrução CVM Nº 539, de 13 de Novembro de 2013, com as Alterações Introduzidas pela Instrução CVM Nº 554/14**. Rio de Janeiro, 2013.

EIZIRIK, Nelson Laks. **O papel do Estado na regulação do mercado de capitais**. Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais, 1977.

EXAME. **Onde investir em 2016**. Edição nº1104. São Paulo. Editora Abril, 2015.

FARRELL, James Lawrence; REINHART, Walter J. **Portfolio management: theory and application**. McGraw-Hill, 1997.

FONSECA, Caroline Garcia. **Aplicação do Modelo de Markowitz na seleção de carteiras eficientes: Uma análise da relação risco/retorno**. Trabalho de Conclusão de Curso. MBA em Finanças e Gestão de Risco. UFRJ. Rio de Janeiro, 2011.



FORTUNA, Eduardo. **Mercado financeiro: produtos e serviços**. Qualitymark Editora Ltda, 2015.

FREITAS, R.; WILHNELM, L. **Finanças Comportamentais: análise do perfil dos clientes em relação aos seus investimentos**. Revista de Administração do USJ – ciências, sociedade e organização. v. 1. n. 1, 2013

GITMAN, Lawrence J.; MADURA, Jeff. **Introduction to finance**. 2001.

GOLDSMITH, Raymond William; CONTADOR, Cláudio Roberto; DE MELLO, Pedro Carvalho. **Brasil 1850-1984: desenvolvimento financeiro sob um século de inflação**. Banco Bamerindus do Brasil, 1986.

MACEDO JR., Jurandir Sell. **A Árvore do Dinheiro: guia para cultivar a sua independência financeira**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

MARCOLINO, Luiz Claudio e CARNEIRO, Ricardo. **Sistema financeiro e desenvolvimento no Brasil: do Plano Real à crise financeira**. Editora Gráfica Atitude, 2010.

MELLAGI FILHO, Armando; ISHIKAWA, Sérgio. **Mercado financeiro e de capitais**. Editora Atlas, 2000.

MESQUITA ZANINI, Francisco Antônio; FIGUEIREDO, Antonio Carlos. **As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000**. RAM. Revista de Administração Mackenzie, vol. 6, núm. 2, 2005, pp. 38-64 Universidade Presbiteriana Mackenzie São Paulo, Brasil.

MOTTA JUNIOR, N.; OLIVEIRA, U. R.; GUTIERREZ, R. H. **Minimização de riscos de investimentos em carteira de ações através da pesquisa operacional**. In: IV Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia - IV SEGET, 2007, Resende. Anais do IV SEGET, Resende: EADB, 2007.

PETERSON, Richard L. **Desvendando a mente do investidor: o domínio da mente sobre o dinheiro**. Rio de Janeiro (RJ): Elsevier, 2008.

SAMANEZ, Carlos Patricio. **Matemática financeira: aplicações à análise de investimentos**. Pearson Prentice Hall, 2007.

RUDGE, Luis Fernando. **Mercado de Capitais. O que é, como funciona.** Editora Campus. 5ª Tiragem, 2005.

SCHIROK, Marco Moises. **Seleção de carteira através do modelo de Markowitz.** Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização. UFRGS. Porto Alegre, 2007.

SENNA, José Júlio. **Tempos de incerteza: a economia brasileira nos anos 80.** Livros Técnicos e Científicos Editora, 1989.

SHARPE, William F. **The sharpe ratio.** *The journal of portfolio management*, v. 21, n. 1, p. 49-58, 1994.

SOUZA, Leandro Alves. **Sistema de pagamentos brasileiro: nova estrutura e seus impactos econômicos.** Saraiva, 2001.

VAUGHAN, Emmett J. **Risk Management.** New York: John Willey & Sons, Inc., 1997.

## ANEXO A SUITABILITY (Questionário de Análise do Perfil do Investidor)

Cliente:

CPF / CNPJ:

Considerando que a Geração Futuro preponderantemente atua na oferta de investimentos em renda variável, segmento classificado como sendo o de maior grau de risco, podendo gerar perdas patrimoniais, responda:

- 1) Pretende investir na Geração Futuro em produtos de renda variável com qual percentual de seu patrimônio?

- ☐ De 5% a 10%
- ☐ De 11% a 25%
- ☐ De 26% a 50%
- ☐ Maior que 50%

- 2) Pretende investir na Geração Futuro em produtos com alavancagem, tais como: derivativos, conta margem, opções ou aluguel de ações para venda?

- ☐ **SIM**, assumindo posições com alavancagem que possam ser garantidas pelos meus ativos financeiros (dinheiro, títulos de renda fixa ou de renda variável).
- ☐ **SIM**, assumindo posições com alavancagem que possam ser garantidas não só pelos meus ativos financeiros, mas também por outras formas de garantia aceitas as quais são fornecidas por terceiros – por exemplo, carta de fiança.
- ☐ **NÃO** desejo operações alavancadas.

- 3) Já investiu em produtos de renda variável, tais como: ações, fundos de ações, ou outros fundos de investimento?

- ☐ **SIM**, já investi.
- ☐ **NÃO**, nunca investi.

4) Já investiu em produtos com alavancagem, tais como: derivativos, conta margem, opções ou aluguel de ações para venda?

- ☐ **SIM**, já assumi risco com posições alavancadas.
- ☐ **NÃO**, nunca assumi posições alavancadas de risco.

5) Já teve perdas passadas investindo em algum desses mercados de maior risco (renda variável, títulos de crédito privado ou alavancagem)?

- ☐ **SIM**, já tive perdas no passado.
- ☐ **NÃO**, nunca tive perdas.

#### INFORMAÇÕES GERAIS

- a) Este questionário é de uso exclusivo da Geração Futuro.
- b) A partir da assinatura deste questionário, o cliente atesta que o seu perfil de investimento será o considerado pela Geração Futuro para todos os seus investimentos.
- c) A probabilidade e montante de perda indicados são meramente ilustrativos. Não é possível prever o percentual exato de perdas ou ganhos potenciais.
- d) É recomendada a leitura cuidadosa do prospecto e do regulamento do fundo de investimento que o cliente deseja efetuar aplicações.
- e) As informações contidas neste questionário são verdadeiras e completas e o cliente entende que a Geração Futuro e as recomendações de investimento que lhe foram dadas dependem dessas informações para fins de conformidade com as normas de *suitability*.

Assinatura do cliente

Data e Local

## ANEXO B Taxa de Variação Contínua de Cotações Históricas das Ações para Análise

### Taxa de Variação Contínua Mensal (Histórico de 21 Meses)

	PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3
fev/15	3,3%	-0,9%	-10,2%	6,4%	2,9%	10,4%	6,6%	4,3%	1,5%	8,1%	3,9%	1,6%	-14,3%	2,3%	5,1%
mar/15	-4,0%	-9,5%	23,4%	-1,7%	8,1%	-1,1%	2,0%	-2,1%	-9,6%	7,7%	-1,9%	8,3%	-10,6%	-1,3%	-4,4%
abr/15	28,8%	-2,6%	9,3%	7,5%	-11,3%	-5,7%	4,2%	6,5%	1,3%	-7,8%	2,3%	16,0%	8,7%	11,7%	33,4%
mai/15	9,1%	10,2%	7,1%	-11,4%	-13,8%	0,9%	0,5%	-1,0%	11,4%	-1,6%	-8,6%	0,5%	4,1%	2,4%	13,3%
jun/15	-3,1%	-4,5%	-20,3%	-6,8%	-20,7%	0,0%	-1,7%	-8,3%	-8,2%	-16,0%	-8,1%	-4,1%	4,2%	-9,2%	-1,3%
jul/15	-15,1%	-15,2%	-14,4%	-2,1%	-49,0%	-0,3%	2,4%	-1,2%	-13,5%	-25,6%	-1,1%	-3,5%	-10,5%	-2,5%	-13,6%
ago/15	-19,0%	-4,1%	-15,4%	-12,2%	-30,1%	-0,9%	-1,9%	-10,4%	0,7%	-13,6%	-13,3%	-6,3%	-17,1%	-13,9%	-18,5%
set/15	-18,1%	5,0%	9,7%	-3,5%	6,2%	5,4%	2,2%	-1,9%	4,8%	10,4%	-7,6%	3,6%	-10,9%	-16,2%	-13,2%
out/15	3,4%	0,5%	-17,4%	1,8%	-16,9%	6,5%	1,5%	2,1%	-1,0%	-2,3%	-3,5%	6,7%	15,2%	0,5%	7,0%
nov/15	-1,4%	-15,6%	-18,1%	0,1%	-25,1%	8,3%	-2,7%	2,7%	-17,9%	-4,9%	-1,3%	4,6%	6,6%	5,8%	-1,0%
dez/15	-8,8%	-21,3%	-43,2%	-1,5%	-35,7%	2,3%	-4,0%	-1,8%	-17,8%	-11,6%	-5,6%	-3,6%	-0,9%	-5,3%	-7,1%
jan/16	-29,9%	-27,3%	-47,9%	-10,5%	-34,6%	-4,8%	-6,1%	-13,1%	-23,9%	-32,9%	-12,1%	-8,7%	-18,0%	-20,0%	-24,1%
fev/16	-13,8%	4,5%	-14,4%	3,3%	13,2%	3,2%	6,6%	3,0%	8,8%	6,8%	11,5%	2,4%	9,9%	0,1%	-5,9%
mar/16	48,7%	30,4%	60,9%	21,9%	38,9%	-18,9%	3,4%	25,4%	31,6%	31,3%	28,0%	33,3%	17,1%	38,1%	39,6%
abr/16	18,0%	24,3%	21,3%	1,9%	33,4%	-8,5%	1,0%	2,6%	19,1%	32,8%	6,9%	10,0%	8,5%	8,5%	16,7%
mai/16	3,0%	-10,5%	0,0%	-1,8%	-12,7%	-13,3%	0,4%	-4,3%	-14,8%	-13,6%	-1,2%	1,9%	-2,7%	-11,3%	3,3%
jun/16	-4,3%	-0,5%	-5,7%	-2,1%	-13,8%	-5,8%	-0,5%	-4,3%	0,4%	-8,3%	-2,7%	-0,3%	12,5%	-11,8%	-6,6%
jul/16	20,1%	10,8%	24,6%	10,0%	14,5%	-3,6%	2,2%	11,0%	10,3%	14,5%	12,7%	13,0%	10,6%	15,7%	15,2%
ago/16	11,7%	11,3%	39,3%	7,5%	36,1%	-18,3%	1,2%	8,9%	6,3%	27,6%	4,7%	-2,1%	-1,2%	14,3%	8,8%
set/16	9,8%	-3,9%	-2,1%	-0,9%	9,0%	4,1%	1,6%	1,4%	-5,7%	-0,7%	1,0%	-7,1%	3,7%	4,1%	7,0%
Retorno	-0,1%	-1,7%	-4,7%	-0,4%	-9,0%	-0,2%	0,9%	0,5%	-0,8%	-1,3%	-0,7%	4,1%	-0,5%	0,1%	1,7%
Risco	20,2%	15,6%	27,5%	8,7%	25,6%	7,3%	3,7%	8,8%	15,0%	18,3%	10,5%	10,5%	12,0%	13,8%	18,0%

Fonte: Autoria Própria

### Taxa de Variação Contínua Mensal (Histórico de 21 Meses)

	RUM03	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG3	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3
fev/15	16,4%	1,3%	7,7%	-2,7%	2,5%	3,0%	-3,1%	4,9%	4,3%	9,4%	-8,2%	4,6%	10,4%	1,7%	4,2%
mar/15	-9,6%	1,6%	13,7%	14,7%	-5,1%	-5,7%	3,8%	6,2%	10,0%	6,0%	-10,7%	0,9%	-2,9%	-7,0%	-3,1%
abr/15	0,9%	14,6%	14,8%	16,8%	4,0%	-13,9%	9,8%	6,8%	10,7%	-3,3%	-1,2%	10,4%	-5,4%	11,8%	-0,3%
mai/15	-20,0%	4,2%	1,8%	18,2%	-4,5%	-10,5%	-32,7%	3,4%	15,0%	-4,2%	0,5%	0,8%	-5,2%	-8,0%	2,5%
jun/15	1,6%	-13,9%	-1,6%	-27,1%	-2,4%	9,6%	-10,1%	3,3%	1,0%	-0,3%	9,0%	-3,9%	-6,4%	6,4%	3,8%
jul/15	-13,3%	-23,3%	-4,3%	-27,7%	-0,4%	-5,0%	-7,7%	-5,7%	1,5%	6,8%	14,9%	-3,9%	0,2%	-10,4%	1,5%
ago/15	-29,8%	-17,5%	-5,0%	-21,9%	-4,8%	-6,9%	-14,9%	-17,0%	-11,0%	-8,6%	10,2%	-7,0%	-4,1%	-30,6%	2,2%
set/15	-18,5%	-20,3%	10,7%	22,8%	-13,5%	-6,5%	-2,8%	-17,2%	-5,5%	-9,8%	11,9%	-14,3%	-4,8%	0,8%	0,0%
out/15	4,4%	0,7%	-6,2%	2,9%	1,9%	-6,3%	-2,3%	10,4%	2,4%	3,4%	-2,7%	5,2%	-2,6%	22,9%	-3,6%
nov/15	-6,9%	1,9%	-9,9%	15,3%	6,2%	5,1%	14,1%	26,7%	-1,9%	-3,2%	-2,0%	0,9%	1,6%	-2,6%	-18,6%
dez/15	-12,5%	-17,4%	-11,8%	-18,6%	0,6%	-16,2%	-5,6%	2,7%	-8,0%	-5,2%	-2,7%	-6,3%	-5,8%	-9,0%	2,3%
jan/16	-64,2%	-21,8%	-14,9%	-28,1%	-12,8%	-12,3%	-10,4%	-4,9%	-4,5%	-6,6%	-7,3%	-14,8%	-8,7%	-17,7%	-13,7%
fev/16	-39,1%	20,1%	2,1%	28,3%	7,7%	1,2%	12,8%	11,9%	3,1%	-6,7%	4,3%	5,2%	6,2%	0,8%	4,4%
mar/16	42,4%	22,5%	4,7%	47,2%	13,0%	21,6%	19,3%	12,2%	19,6%	11,6%	8,6%	23,2%	17,5%	7,2%	2,9%
abr/16	11,3%	-1,0%	-17,9%	41,2%	4,8%	-1,2%	5,1%	5,5%	-0,7%	11,2%	-2,1%	6,5%	1,5%	-9,0%	-7,7%
mai/16	15,1%	-16,4%	9,9%	-20,0%	8,1%	-4,0%	0,3%	5,5%	3,0%	3,8%	-2,1%	-11,9%	0,1%	-0,9%	-5,2%
jun/16	9,9%	0,9%	-1,4%	-19,5%	0,2%	-5,8%	-2,0%	-7,6%	6,4%	-0,7%	-6,9%	-1,4%	-0,9%	28,3%	-1,3%
jul/16	17,3%	34,7%	1,8%	31,4%	6,9%	11,3%	10,3%	-9,5%	13,6%	7,0%	-6,4%	4,8%	11,0%	14,8%	9,9%
ago/16	19,9%	8,8%	13,1%	0,2%	4,8%	8,7%	-2,0%	7,4%	1,6%	-2,2%	-3,9%	4,4%	2,4%	-1,1%	6,4%
set/16	-3,7%	-3,4%	3,4%	-12,9%	-3,9%	-3,4%	-4,7%	1,4%	-4,4%	-5,7%	-3,7%	4,3%	0,3%	3,6%	1,7%
Retorno	-9,1%	-3,2%	-1,1%	5,4%	-0,2%	-2,9%	-1,7%	3,3%	2,4%	0,0%	1,5%	0,5%	-0,6%	-2,8%	-1,5%
Risco	24,9%	15,2%	10,2%	25,4%	7,2%	9,9%	13,2%	11,2%	8,5%	7,4%	7,9%	9,6%	7,1%	12,8%	6,9%

Fonte: Autoria Própria

**Taxa de Variação Contínua Semanal (Histórico de 30 Semanas)**

		PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3
14/03/2016	à 18/03/2016	-2,7%	-5,6%	-1,1%	0,3%	-0,8%	-0,6%	-2,1%	0,4%	-3,3%	4,7%	1,2%	2,6%	-4,9%	-3,8%	-0,5%
21/03/2016	à 25/03/2016	5,5%	6,7%	5,0%	0,1%	8,8%	2,2%	2,9%	-0,1%	3,0%	12,4%	2,3%	1,3%	5,3%	-0,1%	3,7%
28/03/2016	à 01/04/2016	6,2%	3,4%	-1,6%	0,8%	13,2%	1,4%	1,1%	-0,2%	2,2%	8,6%	2,5%	1,2%	0,7%	1,9%	4,8%
04/04/2016	à 08/04/2016	-7,7%	0,3%	-14,9%	-5,9%	-0,1%	-4,7%	-2,5%	-4,3%	-0,1%	-1,1%	-4,0%	-1,1%	1,5%	-5,9%	-6,9%
11/04/2016	à 15/04/2016	16,2%	18,9%	25,2%	7,9%	13,8%	-5,2%	-0,4%	8,1%	18,7%	18,1%	8,2%	6,9%	2,0%	15,4%	13,9%
18/04/2016	à 22/04/2016	3,8%	12,4%	17,1%	-1,2%	6,7%	1,6%	3,2%	-1,7%	10,6%	2,5%	-0,8%	2,3%	3,4%	-1,5%	8,0%
25/04/2016	à 29/04/2016	4,4%	-4,6%	2,4%	1,5%	-1,9%	-2,2%	0,9%	1,2%	-6,7%	-2,4%	-0,2%	2,1%	1,2%	-0,3%	5,8%
02/05/2016	à 06/05/2016	0,1%	-6,4%	-3,0%	-4,8%	-4,7%	-7,2%	0,1%	-6,3%	-6,7%	-5,8%	-2,2%	-3,1%	-1,4%	-4,4%	-1,2%
09/05/2016	à 13/05/2016	-1,2%	-11,2%	-4,9%	3,8%	-2,8%	-3,9%	-2,0%	3,7%	-14,8%	-3,6%	4,7%	4,4%	-1,7%	-2,6%	-3,1%
16/05/2016	à 20/05/2016	-5,8%	-6,0%	-11,8%	-3,6%	-19,4%	-1,4%	-2,0%	-4,5%	-4,5%	-17,2%	-6,0%	-4,4%	-4,8%	-11,5%	-4,7%
23/05/2016	à 27/05/2016	-8,6%	-3,7%	-15,6%	-1,9%	-7,0%	0,8%	1,6%	-1,6%	-2,5%	-2,2%	-2,7%	-3,0%	-3,6%	-9,1%	-8,7%
30/05/2016	à 03/06/2016	-2,4%	1,4%	-1,0%	-0,2%	-1,5%	-1,4%	2,1%	-1,4%	2,9%	-0,9%	-3,2%	0,1%	6,9%	2,1%	-4,0%
06/06/2016	à 10/06/2016	6,7%	8,6%	12,6%	1,5%	9,2%	-1,9%	-0,7%	1,1%	9,0%	8,5%	3,6%	1,9%	10,6%	2,1%	7,5%
13/06/2016	à 17/06/2016	-3,6%	-4,8%	-1,2%	-3,0%	-9,6%	-3,8%	-2,6%	-3,8%	-7,4%	-6,9%	-1,1%	-2,8%	-1,3%	-4,6%	-4,8%
20/06/2016	à 24/06/2016	9,1%	4,4%	10,2%	1,1%	2,9%	2,8%	-0,8%	1,8%	4,5%	1,4%	3,3%	5,5%	5,2%	-0,7%	8,3%
27/06/2016	à 01/07/2016	-0,5%	0,7%	-4,3%	1,7%	-1,3%	-3,6%	2,4%	0,8%	0,1%	-0,6%	0,0%	2,7%	1,1%	2,5%	-2,8%
04/07/2016	à 08/07/2016	2,8%	2,6%	1,4%	3,5%	1,6%	1,6%	1,3%	5,1%	3,3%	4,2%	4,2%	2,2%	0,6%	3,2%	3,7%
11/07/2016	à 15/07/2016	10,9%	5,6%	5,6%	4,3%	11,0%	-0,5%	0,3%	5,3%	6,6%	9,3%	5,8%	7,8%	7,9%	8,0%	10,2%
18/07/2016	à 22/07/2016	9,5%	0,2%	17,8%	4,9%	10,0%	-3,1%	0,2%	3,8%	-1,8%	4,7%	5,2%	2,5%	2,1%	11,9%	4,4%
25/07/2016	à 29/07/2016	-0,4%	6,0%	23,1%	-0,9%	6,6%	-1,7%	0,4%	-1,4%	7,7%	8,8%	-1,6%	-3,2%	-5,0%	2,0%	-0,4%
01/08/2016	à 05/08/2016	-1,0%	2,9%	16,2%	2,6%	5,9%	-15,9%	-2,1%	3,2%	0,2%	4,4%	0,8%	-2,2%	-0,3%	-2,1%	-2,8%
08/08/2016	à 12/08/2016	2,2%	3,3%	-3,1%	1,1%	6,9%	2,8%	2,7%	1,9%	0,0%	7,3%	0,7%	1,7%	3,3%	4,2%	2,4%
15/08/2016	à 19/08/2016	6,2%	2,5%	4,1%	3,1%	21,7%	-0,1%	2,9%	4,2%	2,2%	14,3%	2,1%	-2,4%	-3,2%	5,7%	8,6%
22/08/2016	à 26/08/2016	-1,2%	-4,0%	-9,3%	-2,8%	-2,8%	-4,7%	-2,5%	-2,4%	-3,6%	-6,0%	-3,7%	-2,4%	-2,7%	-1,2%	-0,6%
29/08/2016	à 02/09/2016	4,5%	-2,3%	-1,1%	1,9%	0,4%	2,3%	-0,1%	2,3%	-3,1%	-1,7%	2,7%	-0,7%	-0,2%	4,3%	2,4%
05/09/2016	à 09/09/2016	6,1%	0,4%	11,0%	-0,1%	7,3%	8,5%	2,5%	0,6%	0,8%	4,0%	2,1%	-0,8%	4,8%	1,0%	5,6%
12/09/2016	à 16/09/2016	-4,1%	-6,6%	-8,1%	-4,0%	-3,8%	-0,5%	-1,7%	-3,5%	-6,5%	-8,6%	-5,4%	-5,1%	2,0%	-6,0%	-5,1%
19/09/2016	à 23/09/2016	1,7%	4,9%	-2,4%	1,4%	-6,1%	-4,7%	-0,2%	1,1%	3,3%	-2,5%	3,0%	1,8%	1,4%	3,0%	-0,2%
26/09/2016	à 30/09/2016	-0,8%	3,6%	1,1%	0,0%	-4,4%	-3,8%	0,9%	0,7%	3,2%	3,1%	2,4%	-1,9%	-0,4%	0,0%	-1,2%
Retorno		1,9%	1,2%	2,4%	0,5%	2,1%	-1,6%	0,2%	0,5%	0,6%	2,0%	0,8%	0,5%	1,0%	0,5%	1,5%
Risco		5,7%	6,3%	10,6%	3,1%	8,4%	4,3%	1,9%	3,3%	6,5%	7,5%	3,5%	3,3%	3,9%	5,7%	5,6%

Fonte: Autoria Própria

**Taxa de Variação Contínua Semanal (Histórico de 30 Semanas)**

			RUMO3	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG3	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3
14/03/2016	à	18/03/2016	-8,7%	1,1%	-0,3%	-2,8%	-0,8%	2,8%	-1,7%	2,0%	1,5%	-1,8%	4,9%	-2,1%	4,1%	-15,9%	0,6%
21/03/2016	à	25/03/2016	5,3%	8,2%	-3,8%	9,8%	0,8%	4,8%	1,4%	4,8%	2,8%	0,7%	0,9%	-1,1%	4,6%	-2,9%	0,4%
28/03/2016	à	01/04/2016	0,6%	3,8%	-3,7%	-5,7%	0,5%	-0,4%	-1,8%	0,3%	-1,5%	3,4%	-0,3%	2,9%	2,3%	-4,3%	-1,7%
04/04/2016	à	08/04/2016	-6,4%	-15,1%	-8,0%	2,7%	-4,3%	-8,0%	-3,0%	-1,6%	-4,5%	2,6%	-4,1%	-3,2%	-6,3%	1,0%	-5,1%
11/04/2016	à	15/04/2016	11,6%	9,3%	-5,7%	38,9%	6,6%	0,1%	7,0%	2,8%	3,9%	6,8%	-0,6%	9,7%	1,4%	1,6%	-3,2%
18/04/2016	à	22/04/2016	7,5%	-4,1%	0,0%	16,3%	3,7%	3,4%	5,5%	0,8%	-2,1%	0,7%	-0,1%	4,5%	0,2%	-0,1%	0,3%
25/04/2016	à	29/04/2016	8,5%	-4,9%	-1,7%	-4,0%	3,2%	2,4%	1,0%	2,2%	-2,0%	1,3%	0,0%	-8,6%	-1,7%	-0,7%	0,7%
02/05/2016	à	06/05/2016	5,0%	-6,6%	0,3%	-7,3%	2,0%	-3,9%	-1,8%	3,9%	3,2%	3,8%	-1,7%	-8,2%	2,4%	1,2%	-3,7%
09/05/2016	à	13/05/2016	-0,1%	1,3%	6,7%	-19,7%	3,2%	-1,5%	-1,1%	2,1%	2,7%	0,5%	-1,5%	-0,8%	-0,1%	-0,4%	0,8%
16/05/2016	à	20/05/2016	-10,1%	-11,0%	20,3%	-21,5%	-2,2%	-3,1%	-4,3%	-2,7%	0,8%	-4,7%	2,8%	-4,0%	-2,3%	-2,6%	-2,2%
23/05/2016	à	27/05/2016	5,8%	-6,1%	-9,5%	-14,0%	-4,4%	-2,7%	-0,9%	-5,1%	-3,4%	-4,3%	-0,1%	1,3%	-0,1%	-0,7%	-1,7%
30/05/2016	à	03/06/2016	11,7%	4,3%	-1,8%	-1,4%	0,4%	1,3%	-1,5%	-0,4%	1,6%	1,2%	-3,1%	0,0%	0,1%	7,7%	2,6%
06/06/2016	à	10/06/2016	1,2%	2,9%	1,0%	9,8%	2,5%	-0,8%	2,9%	1,0%	5,2%	3,1%	-1,7%	-0,7%	1,1%	21,8%	2,2%
13/06/2016	à	17/06/2016	-7,1%	-5,2%	-5,3%	-4,8%	-2,7%	-4,8%	-3,1%	-3,5%	-0,5%	-0,7%	-4,4%	-1,1%	-3,1%	-0,6%	-5,1%
20/06/2016	à	24/06/2016	6,2%	11,7%	-5,3%	6,9%	6,2%	2,6%	2,8%	2,1%	4,3%	2,5%	-0,7%	2,3%	1,8%	5,3%	-1,4%
27/06/2016	à	01/07/2016	1,5%	12,2%	2,4%	3,7%	1,1%	-1,2%	3,4%	-14,3%	0,1%	-0,1%	-2,5%	0,8%	3,4%	4,9%	-0,2%
04/07/2016	à	08/07/2016	9,5%	9,1%	1,2%	12,8%	-1,2%	2,9%	2,5%	-1,9%	5,5%	1,9%	-0,4%	-2,2%	4,2%	-1,2%	8,7%
11/07/2016	à	15/07/2016	2,2%	10,5%	1,2%	8,1%	0,3%	8,5%	0,0%	3,0%	5,6%	3,8%	-3,5%	4,8%	4,8%	8,4%	4,5%
18/07/2016	à	22/07/2016	7,7%	5,5%	6,0%	8,9%	6,5%	4,4%	8,6%	2,3%	2,6%	2,2%	1,9%	4,7%	-0,3%	4,7%	1,0%
25/07/2016	à	29/07/2016	2,8%	0,7%	0,9%	5,8%	3,0%	4,4%	-0,8%	5,2%	-0,3%	-0,2%	-0,1%	-1,1%	2,5%	-6,4%	1,5%
01/08/2016	à	05/08/2016	5,3%	2,4%	5,0%	-5,0%	4,0%	0,8%	1,7%	1,3%	1,9%	-1,1%	-0,1%	2,1%	0,4%	-0,9%	1,4%
08/08/2016	à	12/08/2016	3,7%	2,9%	0,8%	1,3%	-5,0%	-0,9%	-2,8%	1,9%	-0,8%	-1,6%	-0,6%	0,3%	-4,7%	2,4%	1,5%
15/08/2016	à	19/08/2016	6,5%	-0,3%	-0,1%	-3,1%	-0,7%	2,7%	-8,8%	0,4%	-2,1%	-1,5%	-4,3%	-0,1%	3,6%	-0,3%	1,7%
22/08/2016	à	26/08/2016	2,9%	-6,2%	7,4%	-15,0%	-1,1%	-2,1%	-1,2%	-4,8%	-4,5%	-2,9%	-2,0%	-2,7%	1,0%	-3,9%	-1,1%
29/08/2016	à	02/09/2016	-1,9%	1,9%	4,4%	-0,2%	0,6%	0,6%	1,8%	0,6%	1,5%	-1,2%	-0,5%	3,6%	1,6%	-1,3%	0,5%
05/09/2016	à	09/09/2016	1,0%	4,7%	-10,1%	3,6%	3,1%	0,7%	2,2%	4,5%	0,9%	-1,7%	0,2%	4,2%	0,9%	5,2%	2,5%
12/09/2016	à	16/09/2016	-7,6%	-10,9%	4,2%	-11,6%	-7,0%	-5,6%	-5,3%	-2,9%	-4,0%	-0,5%	-2,3%	-2,5%	-5,5%	2,1%	-3,4%
19/09/2016	à	23/09/2016	-5,8%	3,0%	2,7%	4,7%	-1,6%	-1,1%	1,5%	2,0%	1,0%	1,3%	3,3%	0,8%	1,6%	1,7%	1,4%
26/09/2016	à	30/09/2016	-1,3%	0,5%	-2,2%	2,9%	0,6%	1,2%	-0,6%	1,2%	0,0%	-1,4%	-0,5%	0,4%	-0,1%	-0,6%	1,3%

<b>Retorno</b>	2,0%	0,9%	0,2%	0,7%	0,6%	0,3%	0,1%	0,2%	0,7%	0,4%	-0,7%	0,1%	0,6%	0,9%	0,2%
<b>Risco</b>	6,1%	7,0%	6,0%	11,9%	3,4%	3,5%	3,6%	3,9%	2,9%	2,6%	2,2%	3,8%	2,9%	6,1%	2,9%

Fonte: Autoria Própria



Taxa de Variação Contínua Diária (Histórico de 30 dias)															
	PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3
22/08/2016	-3,5%	-3,8%	-6,2%	-2,8%	-5,4%	-3,5%	-1,3%	-1,9%	-3,7%	-6,1%	-2,7%	-1,9%	-0,9%	-3,9%	-4,0%
23/08/2016	2,6%	1,5%	3,3%	0,1%	2,1%	1,0%	-0,1%	-0,2%	2,0%	0,8%	-1,1%	1,0%	-0,6%	1,8%	3,1%
24/08/2016	-2,2%	-3,3%	-8,4%	-0,4%	-7,0%	1,6%	0,0%	-0,5%	-3,3%	-6,5%	-0,7%	-0,1%	-0,3%	-1,0%	-2,0%
25/08/2016	1,0%	0,7%	-2,1%	-0,2%	0,3%	-1,8%	-1,4%	-0,3%	0,2%	0,2%	0,5%	0,4%	-0,7%	0,4%	1,4%
26/08/2016	0,2%	-2,2%	6,3%	0,9%	1,4%	0,1%	-0,6%	1,2%	-2,6%	0,8%	1,4%	-0,4%	0,9%	2,0%	0,7%
29/08/2016	2,5%	2,4%	-4,3%	1,5%	0,8%	0,8%	0,3%	1,7%	2,2%	1,1%	1,8%	-0,6%	2,5%	3,9%	1,5%
30/08/2016	1,7%	-2,0%	-1,5%	0,2%	0,3%	0,4%	0,0%	0,7%	-2,5%	-1,1%	0,3%	1,3%	-3,8%	-0,4%	-0,1%
31/08/2016	-1,9%	-4,4%	2,6%	-1,5%	0,0%	0,2%	-0,3%	-2,1%	-4,1%	-1,3%	-0,7%	-1,1%	-0,4%	-2,2%	-2,9%
01/09/2016	1,2%	2,9%	-0,9%	0,9%	-2,7%	1,2%	2,5%	1,0%	2,9%	-1,4%	-1,0%	-3,1%	1,7%	-1,5%	0,9%
02/09/2016	4,3%	3,9%	9,7%	1,4%	7,7%	3,9%	0,9%	1,5%	4,5%	5,6%	2,9%	3,5%	-1,0%	3,7%	5,0%
05/09/2016	1,9%	-2,4%	1,6%	-0,3%	0,5%	1,4%	0,2%	0,0%	-1,9%	1,8%	0,3%	-0,4%	0,6%	-1,0%	2,8%
06/09/2016	1,1%	2,1%	1,3%	0,8%	2,0%	3,5%	0,6%	0,9%	2,0%	-0,3%	1,0%	0,4%	4,0%	2,2%	-0,5%
08/09/2016	1,7%	-1,5%	3,5%	-1,4%	4,2%	1,8%	0,0%	-1,2%	-2,7%	1,7%	1,3%	-1,3%	5,4%	0,5%	2,4%
09/09/2016	-5,1%	-4,8%	-4,8%	-4,7%	-5,4%	-2,4%	-1,3%	-3,9%	-5,4%	-5,3%	-5,7%	-4,7%	-2,2%	-5,5%	-5,6%
12/09/2016	3,2%	2,5%	1,0%	0,8%	4,9%	-0,4%	0,0%	1,3%	3,7%	2,2%	0,3%	0,2%	1,3%	0,5%	3,4%
13/09/2016	-7,0%	-7,2%	-8,0%	-0,5%	-8,8%	1,2%	-1,7%	-2,0%	-7,2%	-9,2%	-4,3%	-3,4%	-2,3%	-3,6%	-7,9%
14/09/2016	0,8%	2,2%	-0,6%	-1,1%	-0,8%	-0,7%	1,2%	0,1%	2,2%	1,0%	0,8%	1,0%	-1,4%	-0,4%	0,9%
15/09/2016	3,0%	0,1%	-0,6%	2,3%	1,8%	0,1%	0,4%	2,1%	0,0%	-0,3%	2,7%	3,4%	2,6%	1,7%	2,3%
16/09/2016	-2,6%	-1,4%	-3,7%	-1,2%	-2,9%	-2,5%	-1,5%	-2,3%	-1,4%	-3,7%	-1,8%	-0,8%	1,2%	-1,7%	-2,6%
19/09/2016	-0,8%	2,1%	-1,5%	0,2%	-0,5%	-2,8%	0,1%	0,7%	1,5%	0,4%	0,5%	0,5%	-0,7%	0,4%	-0,1%
20/09/2016	3,4%	0,8%	0,9%	0,6%	-5,8%	0,5%	0,2%	0,2%	0,2%	-1,4%	1,1%	-0,4%	0,0%	2,7%	1,1%
21/09/2016	1,2%	6,1%	7,1%	0,6%	5,3%	-0,9%	-0,2%	1,0%	5,5%	5,5%	1,9%	0,8%	1,0%	3,2%	1,9%
22/09/2016	2,5%	-0,2%	-1,1%	1,5%	-2,2%	-0,4%	1,1%	1,6%	-0,6%	-0,8%	1,9%	0,5%	2,4%	0,5%	1,3%
23/09/2016	-2,2%	0,6%	-1,1%	-0,8%	0,6%	2,1%	0,3%	-0,2%	0,6%	-0,1%	0,2%	-1,6%	-5,0%	-2,2%	-3,7%
26/09/2016	-2,1%	-1,0%	-1,1%	-1,2%	-2,5%	-3,5%	-0,6%	-0,8%	-1,2%	-0,1%	-1,3%	-1,6%	1,1%	-1,1%	-1,8%
27/09/2016	-2,1%	0,5%	-2,9%	1,4%	-3,7%	-1,4%	0,4%	1,1%	0,9%	-0,6%	2,1%	0,7%	1,6%	0,8%	-0,3%
28/09/2016	5,4%	3,5%	6,2%	1,0%	3,7%	2,2%	0,8%	0,7%	3,3%	4,6%	0,6%	0,9%	1,2%	1,9%	4,5%
29/09/2016	-3,1%	-1,6%	0,0%	-2,9%	-2,9%	-3,4%	-0,7%	-2,6%	-1,1%	-0,2%	-1,7%	-2,2%	-2,6%	-3,0%	-1,7%
30/09/2016	1,0%	-1,0%	-3,3%	-0,4%	-0,3%	-1,6%	0,5%	-0,2%	-1,0%	-1,8%	0,1%	1,1%	-1,8%	0,7%	0,5%
<b>Retorno</b>	0,2%	-0,2%	-0,3%	-0,2%	-0,5%	-0,1%	0,0%	-0,1%	-0,2%	-0,5%	0,0%	-0,3%	0,1%	0,0%	0,0%
<b>Risco</b>	2,9%	3,0%	4,3%	1,5%	3,9%	2,0%	0,9%	1,5%	3,0%	3,3%	2,0%	1,8%	2,2%	2,3%	3,0%

Fonte: Autoria Própria

Taxa de Variação Contínua Diária (Histórico de 30 dias)																
	RUMO3	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3	
22/08/2016	-3,6%	-4,3%	-0,3%	-8,7%	-2,8%	-1,4%	-0,8%	-1,4%	-0,2%	0,0%	-1,7%	-2,0%	-1,9%	-1,9%		
23/08/2016	2,0%	0,1%	2,5%	1,5%	0,7%	0,6%	-2,1%	-2,8%	-4,2%	-0,1%	1,6%	0,0%	1,3%	-0,9%	0,6%	
24/08/2016	-2,0%	-2,1%	0,4%	-7,3%	1,5%	1,0%	-0,2%	0,2%	1,2%	0,6%	-0,6%	1,3%	-0,4%	-1,2%	0,6%	
25/08/2016	-1,1%	0,5%	0,6%	1,1%	-0,8%	-1,1%	-1,4%	-1,4%	3,2%	-0,7%	0,0%	1,5%	1,4%	-0,8%	0,1%	
26/08/2016	-0,3%	-0,5%	2,2%	-0,3%	-0,8%	0,0%	-0,5%	0,0%	-1,4%	-2,5%	-0,6%	-1,1%	0,2%	0,6%	-0,1%	
29/08/2016	-0,1%	2,0%	2,1%	2,8%	0,2%	0,7%	2,0%	1,4%	1,5%	1,6%	-0,4%	1,0%	0,1%	2,4%	0,3%	
30/08/2016	-1,5%	-0,9%	0,5%	-3,1%	-0,3%	-1,7%	0,0%	0,6%	-0,7%	0,0%	-0,4%	0,7%	-0,3%	-4,9%	-0,1%	
31/08/2016	1,7%	-1,9%	-1,3%	-2,0%	-2,5%	1,3%	-0,6%	-1,7%	0,5%	0,2%	0,2%	-0,2%	0,2%	-0,2%	-0,1%	
01/09/2016	-1,4%	4,1%	0,0%	2,3%	4,2%	1,4%	4,2%	1,3%	-1,9%	-1,7%	0,4%	2,9%	0,6%	2,1%	-1,3%	
02/09/2016	1,5%	5,0%	-0,4%	9,7%	3,9%	-0,1%	1,0%	3,1%	2,9%	0,2%	1,7%	2,4%	1,4%	0,5%	2,9%	
05/09/2016	1,1%	0,5%	-10,6%	0,1%	-0,3%	-0,8%	-0,5%	0,6%	-0,5%	-1,1%	1,1%	-0,2%	0,1%	-0,7%	0,1%	
06/09/2016	0,0%	0,9%	-1,7%	-2,5%	0,5%	3,3%	1,6%	2,7%	1,8%	0,8%	-2,1%	1,6%	1,0%	5,5%	1,2%	
08/09/2016	0,1%	-1,6%	7,1%	-2,4%	-1,7%	-3,2%	-2,9%	-0,9%	-1,2%	-0,3%	-2,0%	-0,2%	-1,2%	2,9%	1,0%	
09/09/2016	-4,8%	-7,7%	-1,3%	-6,7%	-4,5%	-3,9%	-2,9%	-3,2%	-3,5%	-2,0%	-0,8%	-2,8%	-5,3%	-1,4%	-2,3%	
12/09/2016	-0,6%	0,2%	-0,4%	1,6%	2,0%	-0,5%	0,5%	1,0%	0,8%	1,2%	-1,4%	0,7%	0,5%	3,0%	-1,5%	
13/09/2016	-3,7%	-5,9%	1,5%	-7,7%	-5,4%	-1,5%	-3,8%	-2,2%	-2,4%	-2,1%	0,0%	-2,4%	-1,5%	-2,9%	-1,2%	
14/09/2016	-0,8%	0,6%	-0,2%	1,5%	-0,2%	-0,3%	0,9%	0,0%	0,3%	2,0%	0,8%	0,5%	-1,0%	-0,8%	0,0%	
15/09/2016	0,6%	1,4%	1,6%	0,1%	0,1%	2,1%	2,0%	2,7%	0,6%	1,0%	2,4%	2,3%	2,7%	1,2%	-0,2%	
16/09/2016	-0,9%	-2,1%	0,3%	-3,2%	-0,6%	-1,1%	-1,2%	-2,5%	-0,9%	0,4%	-0,4%	-2,1%	-2,5%	-1,4%	0,5%	
19/09/2016	-0,3%	1,4%	0,0%	5,9%	0,2%	-1,5%	0,7%	0,4%	0,6%	0,6%	3,1%	-0,4%	1,7%	0,6%	0,2%	
20/09/2016	-5,0%	1,6%	1,2%	-0,1%	-1,3%	-0,5%	-0,6%	-0,1%	1,4%	1,3%	-1,3%	-0,6%	0,8%	2,0%	-0,1%	
21/09/2016	-1,3%	2,0%	0,5%	4,3%	-0,6%	0,3%	1,9%	3,0%	-1,0%	-2,5%	0,0%	1,8%	-0,5%	1,9%	1,2%	
22/09/2016	1,6%	3,2%	0,0%	0,5%	3,2%	1,9%	1,6%	1,9%	1,4%	-0,1%	-0,6%	2,8%	1,9%	1,5%	1,2%	
23/09/2016	0,2%	-2,0%	0,2%	-2,2%	-0,6%	-0,5%	-1,5%	0,1%	0,0%	-0,8%	0,6%	0,5%	-0,7%	-4,3%	-0,1%	
26/09/2016	-2,1%	-0,3%	-3,2%	-0,5%	-1,8%	0,1%	-0,8%	-1,2%	-1,2%	-1,1%	-1,6%	-2,0%	-1,2%	0,1%	-0,7%	
27/09/2016	0,2%	0,0%	0,7%	-0,7%	0,6%	0,0%	0,0%	0,0%	1,8%	0,5%	0,8%	1,2%	1,4%	2,7%	1,1%	
28/09/2016	2,2%	1,3%	1,3%	7,7%	3,1%	1,5%	0,5%	0,2%	0,8%	1,4%	0,8%	-0,3%	0,3%	1,0%	0,3%	
29/09/2016	-1,4%	-2,5%	-2,6%	-2,6%	-2,6%	-1,0%	-1,5%	-0,3%	-3,2%	-0,6%	0,2%	-1,6%	-1,3%	-4,1%	-1,0%	
30/09/2016	1,6%	-2,3%	0,3%	0,3%	0,9%	-0,8%	0,7%	0,1%	-0,9%	0,3%	0,4%	-1,5%	-1,0%	-2,1%	1,3%	
Retorno	-0,6%	-0,3%	0,0%	-0,4%	-0,2%	-0,2%	-0,1%	0,0%	-0,2%	-0,1%	0,0%	0,1%	-0,1%	0,0%	0,1%	
Risco	1,9%	2,8%	2,7%	4,3%	2,2%	1,5%	1,7%	1,7%	1,8%	1,2%	1,3%	1,6%	1,6%	2,4%	1,0%	

Fonte: Autoria Própria

## ANEXO C Matriz de Covariação das Ações para Análise

Matriz de Covariância de Ações para Média Mensal

	PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3	RUMO3
PETR4	3,16%	1,74%	3,46%	1,08%	2,73%	-0,68%	0,23%	1,22%	1,59%	1,98%	1,25%	1,34%	1,27%	2,08%	2,72%	3,30%
VALE5	1,74%	1,91%	2,89%	0,62%	2,76%	-0,45%	0,23%	0,78%	1,79%	2,05%	0,87%	0,85%	0,80%	1,22%	1,49%	1,90%
USIM5	3,46%	2,89%	6,54%	1,32%	5,11%	-1,21%	0,40%	1,56%	2,61%	3,61%	1,65%	1,74%	0,99%	2,47%	2,81%	4,03%
ITSA4	1,08%	0,62%	1,32%	0,61%	1,25%	-0,24%	0,14%	0,59%	0,59%	0,91%	0,68%	0,59%	0,45%	0,87%	0,91%	1,31%
GOAU4	2,73%	2,76%	5,11%	1,25%	5,90%	-0,85%	0,40%	1,35%	2,47%	3,93%	1,64%	1,29%	1,00%	2,05%	2,26%	3,06%
EMBR3	-0,68%	-0,45%	-1,21%	-0,24%	-0,85%	0,62%	0,01%	-0,23%	-0,38%	-0,45%	-0,32%	-0,29%	-0,18%	-0,42%	-0,51%	-0,77%
ABEV3	0,23%	0,23%	0,40%	0,14%	0,40%	0,01%	0,10%	0,14%	0,23%	0,27%	0,18%	0,13%	0,08%	0,19%	0,23%	0,28%
ITUB4	1,22%	0,78%	1,56%	0,59%	1,35%	-0,23%	0,14%	0,66%	0,75%	1,04%	0,69%	0,63%	0,51%	1,01%	1,03%	1,32%
VALE3	1,59%	1,79%	2,61%	0,59%	2,47%	-0,38%	0,23%	0,75%	1,77%	1,85%	0,84%	0,84%	0,71%	1,16%	1,38%	1,54%
GGBR4	1,98%	2,05%	3,61%	0,91%	3,93%	-0,45%	0,27%	1,04%	1,85%	2,98%	1,14%	1,01%	0,76%	1,59%	1,64%	2,42%
BBDC4	1,25%	0,87%	1,65%	0,68%	1,64%	-0,32%	0,18%	0,69%	0,84%	1,14%	0,87%	0,69%	0,57%	1,05%	1,04%	1,36%
BVMF3	1,34%	0,85%	1,74%	0,59%	1,29%	-0,29%	0,13%	0,63%	0,84%	1,01%	0,69%	0,90%	0,57%	0,96%	1,17%	1,32%
KROT3	1,27%	0,80%	0,99%	0,45%	1,00%	-0,18%	0,08%	0,51%	0,71%	0,76%	0,57%	0,57%	1,15%	0,83%	1,13%	1,28%
BBAS3	2,08%	1,22%	2,47%	0,87%	2,05%	-0,42%	0,19%	1,01%	1,16%	1,59%	1,05%	0,96%	0,83%	1,71%	1,76%	2,03%
PETR3	2,72%	1,49%	2,81%	0,91%	2,26%	-0,51%	0,23%	1,03%	1,38%	1,64%	1,04%	1,17%	1,13%	1,76%	2,44%	2,62%
RUMO3	3,30%	1,90%	4,03%	1,31%	3,06%	-0,77%	0,28%	1,32%	1,54%	2,42%	1,36%	1,32%	1,28%	2,03%	2,62%	5,34%
CMIG4	1,96%	1,35%	2,44%	0,88%	2,46%	-0,28%	0,27%	0,98%	1,35%	1,71%	1,12%	0,99%	1,12%	1,59%	1,73%	1,67%
JBSS3	0,52%	0,29%	1,31%	0,25%	0,89%	-0,15%	0,18%	0,25%	0,28%	0,45%	0,21%	0,24%	-0,04%	0,28%	0,49%	0,75%
CSNA3	2,57%	2,45%	4,14%	1,12%	4,18%	-0,28%	0,38%	1,38%	2,38%	3,29%	1,50%	1,77%	1,28%	2,11%	2,37%	1,83%
CCRO3	0,80%	0,41%	0,73%	0,39%	0,65%	-0,20%	0,08%	0,38%	0,36%	0,52%	0,48%	0,37%	0,46%	0,62%	0,68%	1,03%
TIMP3	0,85%	0,74%	1,38%	0,46%	1,33%	-0,25%	0,09%	0,48%	0,63%	0,92%	0,61%	0,43%	0,37%	0,77%	0,62%	1,31%
BRML3	0,91%	0,43%	1,15%	0,70%	1,33%	-0,20%	0,13%	0,58%	0,39%	0,91%	0,79%	0,73%	0,56%	0,82%	0,76%	1,11%
HYPE3	0,72%	0,10%	0,28%	0,32%	0,51%	-0,01%	0,05%	0,34%	0,01%	0,42%	0,37%	0,32%	0,52%	0,66%	0,71%	0,64%
LREN3	0,97%	0,57%	1,28%	0,34%	0,79%	-0,22%	0,12%	0,40%	0,56%	0,52%	0,44%	0,53%	0,43%	0,66%	0,86%	0,91%
CIEL3	0,65%	0,38%	0,81%	0,29%	0,58%	-0,16%	0,08%	0,27%	0,31%	0,48%	0,37%	0,35%	0,18%	0,46%	0,51%	1,04%
MRFG3	-0,15%	0,16%	0,05%	-0,05%	-0,31%	0,00%	0,02%	0,00%	0,19%	-0,14%	-0,01%	0,02%	-0,05%	-0,04%	-0,12%	-0,17%
BBSE3	1,31%	0,82%	1,41%	0,54%	1,29%	-0,18%	0,15%	0,60%	0,81%	0,97%	0,66%	0,61%	0,62%	1,04%	1,14%	1,23%
VIVT4	0,68%	0,54%	0,97%	0,42%	0,98%	-0,13%	0,12%	0,43%	0,52%	0,72%	0,54%	0,38%	0,26%	0,63%	0,53%	0,93%
ESTC3	1,03%	0,54%	0,83%	0,51%	0,84%	-0,02%	0,15%	0,44%	0,44%	0,51%	0,46%	0,48%	1,01%	0,51%	0,92%	1,67%
BRFS3	0,31%	0,38%	0,58%	0,15%	0,49%	-0,06%	0,10%	0,18%	0,41%	0,34%	0,19%	0,05%	0,07%	0,24%	0,25%	0,47%

Fonte: Autoria Própria

Matriz de Covariância de Ações para Média Mensal

	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG3	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3
PETR4	1,96%	0,52%	2,57%	0,80%	0,85%	0,91%	0,72%	0,97%	0,65%	-0,15%	1,31%	0,68%	1,03%	0,31%
VALE5	1,35%	0,29%	2,45%	0,41%	0,74%	0,43%	0,10%	0,57%	0,38%	0,16%	0,82%	0,54%	0,54%	0,38%
USIM5	2,44%	1,31%	4,14%	0,73%	1,38%	1,15%	0,28%	1,28%	0,81%	0,05%	1,41%	0,97%	0,83%	0,58%
ITSA4	0,88%	0,25%	1,12%	0,39%	0,46%	0,70%	0,32%	0,34%	0,29%	-0,05%	0,54%	0,42%	0,51%	0,15%
GOAU4	2,46%	0,89%	4,18%	0,65%	1,33%	1,33%	0,51%	0,79%	0,58%	-0,31%	1,29%	0,98%	0,84%	0,49%
EMBR3	-0,28%	-0,15%	-0,28%	-0,20%	-0,25%	-0,20%	-0,01%	-0,22%	-0,16%	0,00%	-0,18%	-0,13%	-0,02%	-0,06%
ABEV3	0,27%	0,18%	0,38%	0,08%	0,09%	0,13%	0,05%	0,12%	0,08%	0,02%	0,15%	0,12%	0,15%	0,10%
ITUB4	0,98%	0,25%	1,38%	0,38%	0,48%	0,58%	0,34%	0,40%	0,27%	0,00%	0,60%	0,43%	0,44%	0,18%
VALE3	1,35%	0,28%	2,38%	0,36%	0,63%	0,39%	0,01%	0,56%	0,31%	0,19%	0,81%	0,52%	0,44%	0,41%
GGBR4	1,71%	0,45%	3,29%	0,52%	0,92%	0,91%	0,42%	0,52%	0,48%	-0,14%	0,97%	0,72%	0,51%	0,34%
BBDC4	1,12%	0,21%	1,50%	0,48%	0,61%	0,79%	0,37%	0,44%	0,37%	-0,01%	0,66%	0,54%	0,46%	0,19%
BVMF3	0,99%	0,24%	1,77%	0,37%	0,43%	0,73%	0,32%	0,53%	0,35%	0,02%	0,61%	0,38%	0,48%	0,05%
KROT3	1,12%	-0,04%	1,28%	0,46%	0,37%	0,56%	0,52%	0,43%	0,18%	-0,05%	0,62%	0,26%	1,01%	0,07%
BBAS3	1,59%	0,28%	2,11%	0,62%	0,77%	0,82%	0,66%	0,66%	0,46%	-0,04%	1,04%	0,63%	0,51%	0,24%
PETR3	1,73%	0,49%	2,37%	0,68%	0,62%	0,76%	0,71%	0,86%	0,51%	-0,12%	1,14%	0,53%	0,92%	0,25%
RUMO3	1,67%	0,75%	1,83%	1,03%	1,31%	1,11%	0,64%	0,91%	1,04%	-0,17%	1,23%	0,93%	1,67%	0,47%
CMIG4	2,46%	0,47%	2,68%	0,67%	0,77%	1,00%	0,59%	0,88%	0,34%	-0,33%	1,08%	0,69%	1,04%	0,36%
JBSS3	0,47%	0,88%	0,40%	0,06%	0,15%	0,16%	-0,01%	0,32%	0,01%	-0,02%	0,17%	0,13%	0,35%	0,29%
CSNA3	2,68%	0,40%	5,60%	0,66%	0,89%	1,48%	0,78%	1,00%	0,50%	-0,03%	1,32%	0,83%	0,65%	0,12%
CCRO3	0,67%	0,06%	0,66%	0,44%	0,35%	0,49%	0,40%	0,24%	0,24%	-0,03%	0,39%	0,31%	0,32%	0,07%
TIMP3	0,77%	0,15%	0,89%	0,35%	0,85%	0,53%	0,28%	0,30%	0,30%	0,10%	0,44%	0,47%	0,32%	0,16%
BRML3	1,00%	0,16%	1,48%	0,49%	0,53%	1,30%	0,52%	0,24%	0,28%	-0,09%	0,52%	0,45%	0,57%	-0,09%
HYPE3	0,59%	-0,01%	0,78%	0,40%	0,28%	0,52%	1,03%	0,22%	0,17%	-0,19%	0,45%	0,18%	0,26%	-0,24%
LREN3	0,88%	0,32%	1,00%	0,24%	0,30%	0,24%	0,22%	0,60%	0,28%	-0,09%	0,44%	0,26%	0,49%	0,15%
CIEL3	0,34%	0,01%	0,50%	0,24%	0,30%	0,28%	0,17%	0,28%	0,43%	-0,08%	0,30%	0,26%	0,22%	0,04%
MRFG3	-0,33%	-0,02%	-0,03%	-0,03%	0,10%	-0,09%	-0,19%	-0,09%	-0,08%	0,51%	-0,05%	-0,01%	-0,23%	0,10%
BBSE3	1,08%	0,17%	1,32%	0,39%	0,44%	0,52%	0,45%	0,44%	0,30%	-0,05%	0,75%	0,39%	0,47%	0,16%
VIVT4	0,69%	0,13%	0,83%	0,31%	0,47%	0,45%	0,18%	0,26%	0,26%	-0,01%	0,39%	0,42%	0,24%	0,14%
ESTC3	1,04%	0,35%	0,65%	0,32%	0,32%	0,57%	0,26%	0,49%	0,22%	-0,23%	0,47%	0,24%	1,72%	0,17%
BRFS3	0,36%	0,29%	0,12%	0,07%	0,16%	-0,09%	-0,24%	0,15%	0,04%	0,10%	0,16%	0,14%	0,17%	0,43%

Fonte: Autoria Própria

Matriz de Covariância de Ações para Média Semanal

	PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3
PETR4	0,32%	0,22%	0,42%	0,13%	0,34%	0,05%	0,03%	0,13%	0,21%	0,28%	0,15%	0,13%	0,11%	0,26%	0,29%
VALE5	0,22%	0,39%	0,45%	0,09%	0,32%	0,02%	0,05%	0,09%	0,38%	0,34%	0,10%	0,09%	0,11%	0,22%	0,23%
USIM5	0,42%	0,45%	1,09%	0,18%	0,54%	-0,02%	0,04%	0,18%	0,43%	0,50%	0,20%	0,13%	0,12%	0,37%	0,40%
ITSA4	0,13%	0,09%	0,18%	0,09%	0,15%	0,00%	0,01%	0,10%	0,08%	0,14%	0,09%	0,07%	0,03%	0,14%	0,11%
GOAU4	0,34%	0,32%	0,54%	0,15%	0,68%	0,06%	0,07%	0,16%	0,30%	0,55%	0,17%	0,11%	0,12%	0,33%	0,34%
EMBR3	0,05%	0,02%	-0,02%	0,00%	0,06%	0,18%	0,04%	0,00%	0,03%	0,04%	0,01%	0,02%	0,04%	0,01%	0,07%
ABEV3	0,03%	0,05%	0,04%	0,01%	0,07%	0,04%	0,03%	0,01%	0,04%	0,06%	0,01%	0,01%	0,02%	0,04%	0,04%
ITUB4	0,13%	0,09%	0,18%	0,10%	0,16%	0,00%	0,01%	0,11%	0,08%	0,16%	0,10%	0,07%	0,03%	0,14%	0,12%
VALE3	0,21%	0,38%	0,43%	0,08%	0,30%	0,03%	0,04%	0,08%	0,41%	0,33%	0,09%	0,08%	0,10%	0,20%	0,22%
GGBR4	0,28%	0,34%	0,50%	0,14%	0,55%	0,04%	0,06%	0,16%	0,33%	0,54%	0,17%	0,12%	0,09%	0,30%	0,28%
BBDC4	0,15%	0,10%	0,20%	0,09%	0,17%	0,01%	0,01%	0,10%	0,09%	0,17%	0,12%	0,09%	0,05%	0,15%	0,13%
BVMF3	0,13%	0,09%	0,13%	0,07%	0,11%	0,02%	0,01%	0,07%	0,08%	0,12%	0,09%	0,10%	0,06%	0,11%	0,12%
KROT3	0,11%	0,11%	0,12%	0,03%	0,12%	0,04%	0,02%	0,03%	0,10%	0,09%	0,05%	0,06%	0,14%	0,08%	0,10%
BBAS3	0,26%	0,22%	0,37%	0,14%	0,33%	0,01%	0,04%	0,14%	0,20%	0,30%	0,15%	0,11%	0,08%	0,31%	0,22%
PETR3	0,29%	0,23%	0,40%	0,11%	0,34%	0,07%	0,04%	0,12%	0,22%	0,28%	0,13%	0,12%	0,10%	0,22%	0,31%
RUMO3	0,17%	0,17%	0,31%	0,09%	0,26%	0,01%	0,06%	0,09%	0,16%	0,23%	0,07%	0,07%	0,07%	0,18%	0,16%
CMIG4	0,27%	0,21%	0,38%	0,16%	0,29%	0,06%	0,05%	0,17%	0,21%	0,32%	0,18%	0,16%	0,12%	0,27%	0,22%
JBSS3	-0,05%	-0,11%	-0,08%	0,00%	-0,16%	-0,07%	-0,04%	-0,01%	-0,11%	-0,19%	-0,04%	-0,03%	-0,06%	-0,04%	-0,05%
CSNA3	0,46%	0,64%	0,87%	0,19%	0,55%	0,06%	0,07%	0,20%	0,63%	0,61%	0,25%	0,22%	0,22%	0,47%	0,45%
CCRO3	0,13%	0,08%	0,28%	0,06%	0,11%	-0,02%	0,01%	0,05%	0,08%	0,10%	0,07%	0,05%	0,03%	0,09%	0,11%
TIMP3	0,12%	0,09%	0,22%	0,07%	0,15%	0,04%	0,03%	0,07%	0,09%	0,15%	0,07%	0,06%	0,03%	0,11%	0,12%
BRML3	0,11%	0,11%	0,23%	0,06%	0,07%	0,00%	0,01%	0,05%	0,10%	0,08%	0,07%	0,07%	0,05%	0,10%	0,09%
HYPE3	0,10%	0,06%	0,21%	0,03%	0,12%	0,02%	0,00%	0,03%	0,06%	0,12%	0,05%	0,03%	0,03%	0,06%	0,10%
LREN3	0,09%	0,05%	0,14%	0,05%	0,05%	0,00%	0,00%	0,05%	0,05%	0,07%	0,07%	0,05%	0,05%	0,07%	0,07%
CIEL3	0,09%	0,08%	0,12%	0,03%	0,10%	-0,01%	0,00%	0,03%	0,07%	0,08%	0,05%	0,05%	0,05%	0,08%	0,08%
MRFG3	0,00%	0,00%	0,03%	0,01%	-0,03%	0,01%	0,00%	0,01%	0,00%	-0,01%	0,01%	0,01%	-0,02%	-0,01%	0,00%
BBSE3	0,12%	0,15%	0,21%	0,07%	0,16%	0,03%	0,02%	0,07%	0,14%	0,15%	0,08%	0,06%	0,05%	0,13%	0,10%
VIVT4	0,07%	0,05%	0,10%	0,04%	0,09%	0,01%	0,02%	0,04%	0,06%	0,10%	0,05%	0,04%	0,00%	0,06%	0,07%
ESTC3	0,11%	0,11%	0,12%	0,03%	0,10%	0,01%	0,02%	0,03%	0,11%	0,05%	0,04%	0,05%	0,18%	0,10%	0,09%
BRFS3	0,05%	0,04%	0,09%	0,05%	0,08%	0,03%	0,02%	0,05%	0,04%	0,08%	0,04%	0,03%	0,03%	0,06%	0,05%

Fonte: Autoria Própria

Matriz de Covariância de Ações para Média Semanal

	RUM03	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG3	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3
PETR4	0,17%	0,27%	-0,05%	0,46%	0,13%	0,12%	0,11%	0,10%	0,09%	0,09%	0,00%	0,12%	0,07%	0,11%	0,05%
VALE5	0,17%	0,21%	-0,11%	0,64%	0,08%	0,09%	0,11%	0,06%	0,05%	0,08%	0,00%	0,15%	0,05%	0,11%	0,04%
USIM5	0,31%	0,38%	-0,08%	0,87%	0,28%	0,22%	0,23%	0,21%	0,14%	0,12%	0,03%	0,21%	0,10%	0,12%	0,09%
ITSA4	0,09%	0,16%	0,00%	0,19%	0,06%	0,07%	0,06%	0,03%	0,05%	0,03%	0,01%	0,07%	0,04%	0,03%	0,05%
GOAU4	0,26%	0,29%	-0,16%	0,55%	0,11%	0,15%	0,07%	0,12%	0,05%	0,10%	-0,03%	0,16%	0,09%	0,10%	0,08%
EMBR3	0,01%	0,06%	-0,07%	0,06%	-0,02%	0,04%	0,00%	0,02%	0,00%	-0,01%	0,01%	0,03%	0,01%	0,01%	0,03%
ABEV3	0,06%	0,05%	-0,04%	0,07%	0,01%	0,03%	0,01%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,02%	0,02%	0,02%	0,02%
ITUB4	0,09%	0,17%	-0,01%	0,20%	0,05%	0,07%	0,05%	0,03%	0,05%	0,03%	0,01%	0,07%	0,04%	0,03%	0,05%
VALE3	0,16%	0,21%	-0,11%	0,63%	0,08%	0,09%	0,10%	0,06%	0,05%	0,07%	0,00%	0,14%	0,06%	0,11%	0,04%
GGBR4	0,23%	0,32%	-0,19%	0,61%	0,10%	0,15%	0,08%	0,12%	0,07%	0,08%	-0,01%	0,15%	0,10%	0,05%	0,08%
BBDC4	0,07%	0,18%	-0,04%	0,25%	0,07%	0,07%	0,07%	0,05%	0,07%	0,05%	0,01%	0,08%	0,05%	0,04%	0,04%
BVMF3	0,07%	0,16%	-0,03%	0,22%	0,05%	0,06%	0,07%	0,03%	0,05%	0,05%	0,01%	0,06%	0,04%	0,05%	0,03%
KROT3	0,07%	0,12%	-0,06%	0,22%	0,03%	0,03%	0,05%	0,03%	0,05%	0,05%	-0,02%	0,05%	0,00%	0,18%	0,03%
BBAS3	0,18%	0,27%	-0,04%	0,47%	0,09%	0,11%	0,10%	0,06%	0,07%	0,08%	-0,01%	0,13%	0,06%	0,10%	0,06%
PETR3	0,16%	0,22%	-0,05%	0,45%	0,11%	0,12%	0,09%	0,10%	0,07%	0,08%	0,00%	0,10%	0,07%	0,09%	0,05%
RUM03	0,36%	0,20%	-0,10%	0,32%	0,11%	0,10%	0,10%	0,04%	0,05%	0,06%	-0,02%	0,06%	0,06%	0,09%	0,06%
CMIG4	0,20%	0,48%	-0,07%	0,46%	0,12%	0,16%	0,13%	0,04%	0,14%	0,07%	0,02%	0,15%	0,13%	0,10%	0,11%
JBSS3	-0,10%	-0,07%	0,35%	-0,28%	-0,01%	0,00%	-0,02%	-0,04%	0,02%	-0,04%	0,03%	-0,05%	-0,01%	-0,03%	0,02%
CSNA3	0,32%	0,46%	-0,28%	1,37%	0,19%	0,17%	0,28%	0,13%	0,14%	0,19%	0,01%	0,25%	0,10%	0,19%	0,07%
CCRO3	0,11%	0,12%	-0,01%	0,19%	0,11%	0,06%	0,08%	0,05%	0,05%	0,04%	0,01%	0,05%	0,04%	0,04%	0,02%
TIMP3	0,10%	0,16%	0,00%	0,17%	0,06%	0,12%	0,05%	0,06%	0,05%	0,02%	0,02%	0,05%	0,07%	0,00%	0,07%
BRML3	0,10%	0,13%	-0,02%	0,28%	0,08%	0,05%	0,13%	0,02%	0,05%	0,04%	0,03%	0,07%	0,03%	0,06%	0,02%
HYPE3	0,04%	0,04%	-0,04%	0,13%	0,05%	0,06%	0,02%	0,15%	0,04%	0,03%	0,02%	0,02%	0,02%	-0,01%	0,02%
LREN3	0,05%	0,14%	0,02%	0,14%	0,05%	0,05%	0,05%	0,04%	0,08%	0,03%	0,01%	0,03%	0,04%	0,06%	0,04%
CIEL3	0,06%	0,07%	-0,04%	0,19%	0,04%	0,02%	0,04%	0,03%	0,03%	0,06%	-0,01%	0,02%	0,01%	0,06%	0,00%
MRFG3	-0,02%	0,02%	0,03%	0,01%	0,01%	0,02%	0,03%	0,02%	0,01%	-0,01%	0,05%	0,00%	0,01%	-0,05%	0,01%
BBSE3	0,06%	0,15%	-0,05%	0,25%	0,05%	0,05%	0,07%	0,02%	0,03%	0,02%	0,00%	0,14%	0,02%	0,05%	0,02%
VIVT4	0,06%	0,13%	-0,01%	0,10%	0,04%	0,07%	0,03%	0,02%	0,04%	0,01%	0,01%	0,02%	0,08%	-0,02%	0,04%
ESTC3	0,09%	0,10%	-0,03%	0,19%	0,04%	0,00%	0,06%	-0,01%	0,06%	0,06%	-0,05%	0,05%	-0,02%	0,36%	0,03%
BRFS3	0,06%	0,11%	0,02%	0,07%	0,02%	0,07%	0,02%	0,02%	0,04%	0,00%	0,01%	0,02%	0,04%	0,03%	0,08%

Fonte: Autoria Própria

Matriz de Covariância de Ações para Média Diária

	PETR4	VALE5	USIM5	ITSA4	GOAU4	EMBR3	ABEV3	ITUB4	VALE3	GGBR4	BBDC4	BVMF3	KROT3	BBAS3	PETR3
PETR4	0,082%	0,059%	0,077%	0,029%	0,078%	0,027%	0,016%	0,031%	0,059%	0,071%	0,041%	0,036%	0,026%	0,053%	0,079%
VALE5	0,059%	0,085%	0,070%	0,025%	0,073%	0,013%	0,015%	0,029%	0,085%	0,075%	0,037%	0,028%	0,019%	0,049%	0,062%
USIM5	0,077%	0,070%	0,179%	0,022%	0,131%	0,033%	0,013%	0,024%	0,070%	0,118%	0,045%	0,034%	0,023%	0,057%	0,085%
ITSA4	0,029%	0,025%	0,022%	0,023%	0,024%	0,015%	0,007%	0,021%	0,026%	0,022%	0,023%	0,018%	0,014%	0,028%	0,028%
GOAU4	0,078%	0,073%	0,131%	0,024%	0,144%	0,030%	0,011%	0,029%	0,075%	0,110%	0,047%	0,041%	0,024%	0,056%	0,085%
EMBR3	0,027%	0,013%	0,033%	0,015%	0,030%	0,040%	0,008%	0,012%	0,014%	0,018%	0,015%	0,010%	0,009%	0,020%	0,021%
ABEV3	0,016%	0,015%	0,013%	0,007%	0,011%	0,008%	0,008%	0,009%	0,016%	0,013%	0,010%	0,006%	0,005%	0,009%	0,015%
ITUB4	0,031%	0,029%	0,024%	0,021%	0,029%	0,012%	0,009%	0,021%	0,030%	0,028%	0,024%	0,018%	0,012%	0,027%	0,031%
VALE3	0,059%	0,085%	0,070%	0,026%	0,075%	0,014%	0,016%	0,030%	0,088%	0,076%	0,036%	0,029%	0,017%	0,048%	0,064%
GGBR4	0,071%	0,075%	0,118%	0,022%	0,110%	0,018%	0,013%	0,028%	0,076%	0,106%	0,045%	0,033%	0,020%	0,053%	0,080%
BBDC4	0,041%	0,037%	0,045%	0,023%	0,047%	0,015%	0,010%	0,024%	0,036%	0,045%	0,037%	0,027%	0,018%	0,038%	0,043%
BVMF3	0,036%	0,028%	0,034%	0,018%	0,041%	0,010%	0,006%	0,018%	0,029%	0,033%	0,027%	0,031%	0,007%	0,030%	0,037%
KROT3	0,026%	0,019%	0,023%	0,014%	0,024%	0,009%	0,005%	0,012%	0,017%	0,020%	0,018%	0,007%	0,049%	0,024%	0,029%
BBAS3	0,053%	0,049%	0,057%	0,028%	0,056%	0,020%	0,009%	0,027%	0,048%	0,053%	0,038%	0,030%	0,024%	0,053%	0,053%
PETR3	0,079%	0,062%	0,085%	0,028%	0,085%	0,021%	0,015%	0,031%	0,064%	0,080%	0,043%	0,037%	0,029%	0,053%	0,086%
RUMO3	0,030%	0,021%	0,041%	0,014%	0,048%	0,014%	0,008%	0,013%	0,023%	0,037%	0,021%	0,020%	0,011%	0,020%	0,033%
CMIG4	0,062%	0,063%	0,065%	0,032%	0,057%	0,020%	0,017%	0,033%	0,064%	0,063%	0,042%	0,030%	0,025%	0,048%	0,063%
JBSS3	0,010%	0,010%	0,005%	0,008%	0,012%	0,007%	0,000%	0,005%	0,004%	-0,002%	0,009%	0,005%	0,013%	0,018%	0,006%
CSNA3	0,089%	0,100%	0,124%	0,037%	0,113%	0,021%	0,020%	0,040%	0,102%	0,117%	0,052%	0,044%	0,019%	0,069%	0,097%
CCRO3	0,046%	0,044%	0,035%	0,023%	0,040%	0,018%	0,015%	0,024%	0,047%	0,038%	0,026%	0,022%	0,015%	0,029%	0,047%
TIMP3	0,018%	0,018%	0,015%	0,015%	0,012%	0,012%	0,007%	0,013%	0,020%	0,012%	0,014%	0,011%	0,013%	0,017%	0,015%
BRML3	0,027%	0,033%	0,017%	0,016%	0,022%	0,006%	0,011%	0,018%	0,034%	0,023%	0,019%	0,014%	0,013%	0,020%	0,025%
HYPE3	0,028%	0,031%	0,029%	0,017%	0,033%	0,014%	0,010%	0,020%	0,031%	0,030%	0,024%	0,018%	0,012%	0,024%	0,027%
LREN3	0,022%	0,019%	0,007%	0,014%	0,016%	0,010%	0,004%	0,014%	0,019%	0,016%	0,022%	0,017%	0,010%	0,020%	0,019%
CIEL3	0,016%	0,011%	-0,003%	0,005%	0,007%	0,003%	0,004%	0,006%	0,012%	0,007%	0,009%	0,011%	0,005%	0,010%	0,013%
MRFG3	0,006%	0,010%	0,010%	0,006%	0,010%	0,001%	0,003%	0,005%	0,011%	0,011%	0,006%	0,010%	-0,007%	0,005%	0,010%
BBSE3	0,027%	0,029%	0,021%	0,017%	0,027%	0,016%	0,010%	0,018%	0,029%	0,024%	0,022%	0,016%	0,012%	0,021%	0,027%
VIVT4	0,028%	0,023%	0,024%	0,020%	0,024%	0,011%	0,007%	0,019%	0,024%	0,023%	0,023%	0,019%	0,011%	0,024%	0,029%
ESTC3	0,032%	0,035%	0,035%	0,019%	0,032%	0,014%	0,009%	0,018%	0,034%	0,030%	0,023%	0,010%	0,045%	0,032%	0,034%
BRFS3	0,014%	0,014%	0,019%	0,008%	0,019%	0,009%	0,003%	0,007%	0,013%	0,016%	0,014%	0,013%	0,006%	0,016%	0,016%

Fonte: Os Autores

Matriz de Covariância de Ações para Média Diária

	RUM03	CMIG4	JBSS3	CSNA3	CCRO3	TIMP3	BRML3	HYPE3	LREN3	CIEL3	MRFG3	BBSE3	VIVT4	ESTC3	BRFS3
PETR4	0,030%	0,062%	0,010%	0,089%	0,046%	0,018%	0,027%	0,028%	0,022%	0,016%	0,006%	0,027%	0,028%	0,032%	0,014%
VALE5	0,021%	0,063%	0,010%	0,100%	0,044%	0,018%	0,033%	0,031%	0,019%	0,011%	0,010%	0,029%	0,023%	0,035%	0,014%
USIM5	0,041%	0,065%	0,005%	0,124%	0,035%	0,015%	0,017%	0,029%	0,007%	-0,003%	0,010%	0,021%	0,024%	0,035%	0,019%
ITSA4	0,014%	0,032%	0,008%	0,037%	0,023%	0,015%	0,016%	0,017%	0,014%	0,005%	0,006%	0,017%	0,020%	0,019%	0,008%
GOAU4	0,048%	0,057%	0,012%	0,113%	0,040%	0,012%	0,022%	0,033%	0,016%	0,007%	0,010%	0,027%	0,024%	0,032%	0,019%
EMBR3	0,014%	0,020%	0,007%	0,021%	0,018%	0,012%	0,006%	0,014%	0,010%	0,003%	0,001%	0,016%	0,011%	0,014%	0,009%
ABEV3	0,008%	0,017%	0,000%	0,020%	0,015%	0,007%	0,011%	0,010%	0,004%	0,004%	0,003%	0,010%	0,007%	0,009%	0,003%
ITUB4	0,013%	0,033%	0,005%	0,040%	0,024%	0,013%	0,018%	0,020%	0,014%	0,006%	0,005%	0,018%	0,019%	0,018%	0,007%
VALE3	0,023%	0,064%	0,004%	0,102%	0,047%	0,020%	0,034%	0,031%	0,019%	0,012%	0,011%	0,029%	0,024%	0,034%	0,013%
GGBR4	0,037%	0,063%	-0,002%	0,117%	0,038%	0,012%	0,023%	0,030%	0,016%	0,007%	0,011%	0,024%	0,023%	0,030%	0,016%
BBDC4	0,021%	0,042%	0,009%	0,052%	0,026%	0,014%	0,019%	0,024%	0,022%	0,009%	0,006%	0,022%	0,023%	0,023%	0,014%
BVMF3	0,020%	0,030%	0,005%	0,044%	0,022%	0,011%	0,014%	0,018%	0,017%	0,011%	0,010%	0,016%	0,019%	0,010%	0,013%
KROT3	0,011%	0,025%	0,013%	0,019%	0,015%	0,013%	0,013%	0,012%	0,010%	0,005%	-0,007%	0,012%	0,011%	0,045%	0,006%
BBAS3	0,020%	0,048%	0,018%	0,069%	0,029%	0,017%	0,020%	0,024%	0,020%	0,010%	0,005%	0,021%	0,024%	0,032%	0,016%
PETR3	0,033%	0,063%	0,006%	0,097%	0,047%	0,015%	0,025%	0,027%	0,019%	0,013%	0,010%	0,027%	0,029%	0,034%	0,016%
RUM03	0,036%	0,025%	0,000%	0,045%	0,024%	0,014%	0,010%	0,011%	0,008%	0,006%	0,011%	0,013%	0,016%	0,009%	0,012%
CMIG4	0,025%	0,073%	0,000%	0,092%	0,048%	0,024%	0,035%	0,033%	0,025%	0,010%	0,010%	0,034%	0,033%	0,035%	0,015%
JBSS3	0,000%	0,000%	0,073%	0,003%	0,002%	-0,003%	-0,005%	-0,004%	0,000%	0,005%	-0,004%	0,004%	0,003%	0,011%	0,005%
CSNA3	0,045%	0,092%	0,003%	0,175%	0,061%	0,020%	0,038%	0,037%	0,027%	0,013%	0,027%	0,032%	0,037%	0,038%	0,021%
CCRO3	0,024%	0,048%	0,002%	0,061%	0,048%	0,019%	0,027%	0,023%	0,017%	0,010%	0,008%	0,026%	0,021%	0,021%	0,011%
TIMP3	0,014%	0,024%	-0,003%	0,020%	0,019%	0,023%	0,017%	0,014%	0,010%	0,005%	0,002%	0,015%	0,015%	0,016%	0,005%
BRML3	0,010%	0,035%	-0,005%	0,038%	0,027%	0,017%	0,029%	0,023%	0,013%	0,006%	0,004%	0,019%	0,014%	0,020%	0,005%
HYPE3	0,011%	0,033%	-0,004%	0,037%	0,023%	0,014%	0,023%	0,028%	0,015%	0,004%	0,004%	0,020%	0,016%	0,018%	0,008%
LREN3	0,008%	0,025%	0,000%	0,027%	0,017%	0,010%	0,013%	0,015%	0,032%	0,012%	0,001%	0,016%	0,016%	0,017%	0,009%
CIEL3	0,006%	0,010%	0,005%	0,013%	0,010%	0,005%	0,006%	0,004%	0,012%	0,014%	0,002%	0,004%	0,007%	0,007%	0,003%
MRFG3	0,011%	0,010%	-0,004%	0,027%	0,008%	0,002%	0,004%	0,004%	0,001%	0,002%	0,015%	0,005%	0,008%	-0,006%	0,003%
BBSE3	0,013%	0,034%	0,004%	0,032%	0,026%	0,015%	0,019%	0,020%	0,016%	0,004%	0,005%	0,025%	0,018%	0,017%	0,008%
VIVT4	0,016%	0,033%	0,003%	0,037%	0,021%	0,015%	0,014%	0,016%	0,016%	0,007%	0,008%	0,018%	0,024%	0,016%	0,008%
ESTC3	0,009%	0,035%	0,011%	0,038%	0,021%	0,016%	0,020%	0,018%	0,017%	0,007%	-0,006%	0,017%	0,016%	0,056%	0,007%
BRFS3	0,012%	0,015%	0,005%	0,021%	0,011%	0,005%	0,005%	0,008%	0,009%	0,003%	0,003%	0,008%	0,008%	0,007%	0,011%

Fonte: Autoria Própria



## ANEXO D Taxa de variação do índice iBovespa no Períodos de Análise

Variação Mensal		Variação Semanal		Variação Diária	
fev/15	3,6%	14/03/2016 à 18/03/2016	-0,30%	22/08/2016	-1,16%
mar/15	0,5%	21/03/2016 à 25/03/2016	2,29%	23/08/2016	0,64%
abr/15	7,8%	28/03/2016 à 01/04/2016	1,06%	24/08/2016	0,56%
mai/15	2,4%	04/04/2016 à 08/04/2016	-3,66%	25/08/2016	0,09%
jun/15	-4,3%	11/04/2016 à 15/04/2016	6,42%	26/08/2016	-0,15%
jul/15	-3,7%	18/04/2016 à 22/04/2016	2,20%	29/08/2016	0,30%
ago/15	-7,8%	25/04/2016 à 29/04/2016	0,33%	30/08/2016	-0,07%
set/15	-2,9%	02/05/2016 à 06/05/2016	-2,22%	31/08/2016	-0,11%
out/15	2,1%	09/05/2016 à 13/05/2016	0,04%	01/09/2016	-1,25%
nov/15	-0,4%	16/05/2016 à 20/05/2016	-3,42%	02/09/2016	2,91%
dez/15	-5,2%	23/05/2016 à 27/05/2016	-2,55%	05/09/2016	0,07%
jan/16	-12,6%	30/05/2016 à 03/06/2016	0,11%	06/09/2016	1,23%
fev/16	4,1%	06/06/2016 à 10/06/2016	2,45%	08/09/2016	1,02%
mar/16	18,1%	13/06/2016 à 17/06/2016	-2,77%	09/09/2016	-2,27%
abr/16	5,3%	20/06/2016 à 24/06/2016	2,73%	12/09/2016	-1,55%
mai/16	-1,6%	27/06/2016 à 01/07/2016	0,40%	13/09/2016	-1,17%
jun/16	-1,7%	04/07/2016 à 08/07/2016	2,89%	14/09/2016	0,00%
jul/16	9,2%	11/07/2016 à 15/07/2016	4,64%	15/09/2016	-0,21%
ago/16	5,3%	18/07/2016 à 22/07/2016	3,42%	16/09/2016	0,49%
set/16	0,7%	25/07/2016 à 29/07/2016	0,38%	19/09/2016	0,24%
		01/08/2016 à 05/08/2016	0,27%	20/09/2016	-0,07%
		08/08/2016 à 12/08/2016	1,25%	21/09/2016	1,21%
		15/08/2016 à 19/08/2016	2,31%	22/09/2016	1,19%
		22/08/2016 à 26/08/2016	-2,27%	23/09/2016	-0,07%
		29/08/2016 à 02/09/2016	1,37%	26/09/2016	-0,71%
		05/09/2016 à 09/09/2016	1,73%	27/09/2016	1,10%
		12/09/2016 à 16/09/2016	-3,62%	28/09/2016	0,27%
		19/09/2016 à 23/09/2016	1,28%	29/09/2016	-1,02%
		26/09/2016 à 30/09/2016	0,46%	30/09/2016	1,29%
Retorno	0,9%	Retorno	0,59%	Retorno	0,10%
Risco	6,7%	Risco	2,49%	Risco	1,06%

Fonte: Autoria Própria