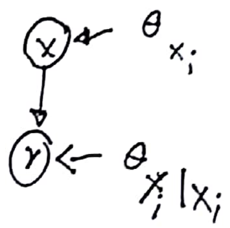
BRUNO BORGES DE SOUZA

LISTA 3

Exercício 11.3

A resposta é que o procedimento dado não é equivalente à máxima verossimilhança. Suponha um exemplo simples com $N=3$, dado por $\{(?, y_0), (x_0, y_1), (?, y_0)\}$, onde $X \in \{x_0, x_1\}$, $Y \in \{y_0, y_1\}$ são os valores de X e Y. Poderíamos estimar a verossimilhança como:



$$L(\theta) = P(y_0) \cdot P(x_0, y_1) \cdot P(y_0)$$

$$= \Big(\sum_{x \in \{x_0, x_1\}} P(x, y_0)\Big)^2 \cdot P(x_0, y_1) = (\theta_{x_0} \cdot \theta_{y_0|x_0} + \theta_{x_1} \cdot \theta_{y_0|x_1})^2 \cdot \theta_{x_0} \cdot \theta_{y_1|x_0}$$

· Podemos ver então que a razão é que quando observamos y, mesmo com X perdido, isto dá alguma ideia do estado de X. Veja que no algoritmo EM, a etapa E calcula a verossimilhança-log esperada para os dados completos e a etapa M maximiza a verossimilhança $g(\theta|\theta^*)$ em θ fixado θ^*.

Exercício 11.9

· Inicialmente observei que as duas matrizes, ao somar suas colunas, têm o mesmo valor $\begin{pmatrix} 0.6 \\ 0.4 \end{pmatrix}$.

· Já que x_2 está perdido, se calcularmos a verossimilhança chegamos em $P(x_1 = i) = \sum_{x_2} P(x_1 = i, x_2) = \sum_{j=1}^{2} \theta_{i,j}$.

· Daí percebe-se que, se a soma das colunas das matrizes forem iguais, a verossimilhança é a mesma devido ao somatório dar o mesmo resultado.