BRUNO BORGES DE SOUZA

LISTA 4

Exercício 12.5

1. Se os dados são gerados de forma puramente aleatória, então temos $P(D|H_{random}) = P(R|H_{random})P(W|H_{random}) = \left(\frac{1}{2}\right)^R\left(\frac{1}{2}\right)^W$

$= 0.5^{R+W}$

2. Primeiro, lembrando da eq. (9.1.23), $\int_0^1 \theta^{N_H}(1-\theta)^{N_T}d\theta \equiv B(N_H+1, N_T+1)$.
e da eq. (9.1.24), $P(\theta) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}$, chegamos em:

$$P(D|H_{non\ random}) = \int_\theta P(D|\theta)P(\theta) = \int_\theta \theta^R(1-\theta)^W \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{b-1}}{B(a,b)}$$

$$= \frac{B(R+a, W+b)}{B(a,b)}$$

3. Pela equação de Bayes:

$$P(H_{random}|D) = \frac{P(D|random)P(H_{random})}{P(D|H_{non\ random})P(H_{non\ random}) + P(D|H_{random})P(H_{random})}$$

Pelo problema, $P(H_{random}) = P(H_{non\ random})$. Simplificando a expressão acima e substituindo os valores:

$$P(H_{random}|D) = \frac{0.5^{R+W}}{0.5^{R+W} + \frac{B(R+a, W+b)}{B(a,b)}}$$

4. Com $a=b=1$, $R=10$, $W=12$:

$$\frac{0.5^{22}}{0.5^{22} + \frac{B(11,13)}{B(1,1)}} = 0.780$$

Com $a=b=1$, $R=100$, $W=120$

$$\frac{0.5^{220}}{0.5^{220} + \frac{B(101,121)}{B(1,1)}} = 0.827$$

5. Em um classificador anonimo, $P(x=W) = P(x=R) = 0.5$. Da eq. 8.2.5, $\langle f(x) \rangle = \sum_x f(x=X) P(x=X)$, temos, sendo $N = R + W$

$$\langle f(x) \rangle = 0.5N \quad , \quad f(x) = \sum_{n=1}^{N} x_n$$

$$\langle f(x)^2 \rangle = \sum_{n_1, n_2} \langle x_{n_1} x_{n_2} \rangle = 0.5N + 0.5^2 N^2 - 0.5^2 N$$

Assim, podemos chegar no desvio padrão $\sqrt{\langle f(x)^2 \rangle - \langle f(x) \rangle^2}$

$$= \sqrt{0.5N + 0.5^2 N^2 - 0.5^2 N - 0.5^2 N^2} = \sqrt{0.5N - 0.25N} = \sqrt{0.25N}$$

$$= 0.5\sqrt{R+W}$$

Primeiro caso:

$N = R + W = 22$

· média $= 11$ com desvio de 1.65

Segundo caso;

$N = R + W = 220$

· média 110 com desvio de 5.24