

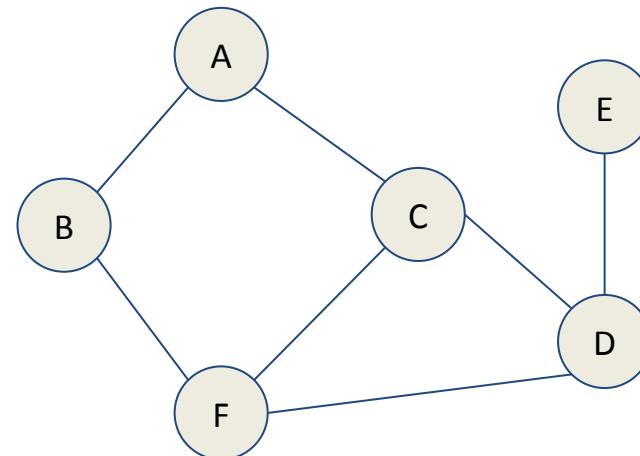
# Estruturas de dados

## Análise de grafos parte 1: conceitos iniciais e implementação

Professor Leandro O. Freitas  
[leandro@politecnico.ufsm.br](mailto:leandro@politecnico.ufsm.br)

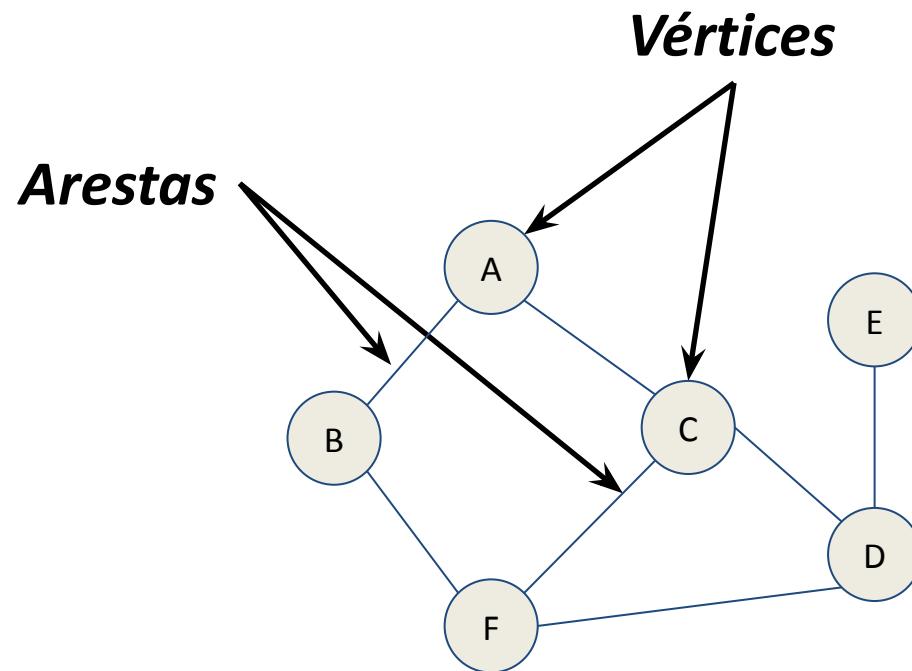
# Grafos

- Estrutura de dados utilizada para modelar relações entre objetos;
- Informação representada através de um diagrama que é utilizado em determinado domínio de aplicação.
  - Exemplos:
    - Rotas entre cidades;
    - Transações financeiras;
    - Jogos de tabuleiro;
    - Internet;
    - Relações pessoais.



# Grafos

- Consiste em um conjunto de **nós (vértices)** e um conjunto de **arcos (arestas)** que ligam estes **nós** uns com os outros.  $G = \{V, A\}$ ;

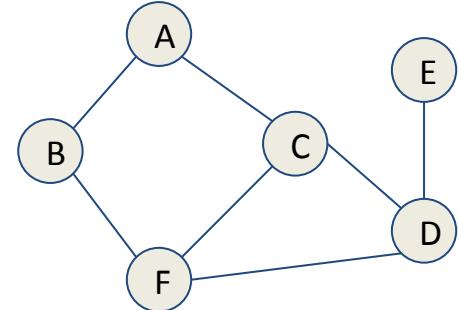


# Terminologia

- **Sequência de nós** de um grafo G:

- $G = \{A, B, C, D, E, F\}$

- Cada **arco** é formado por um par de nós. (A, B)



- **Relação:** sequência de pares de um grafo.

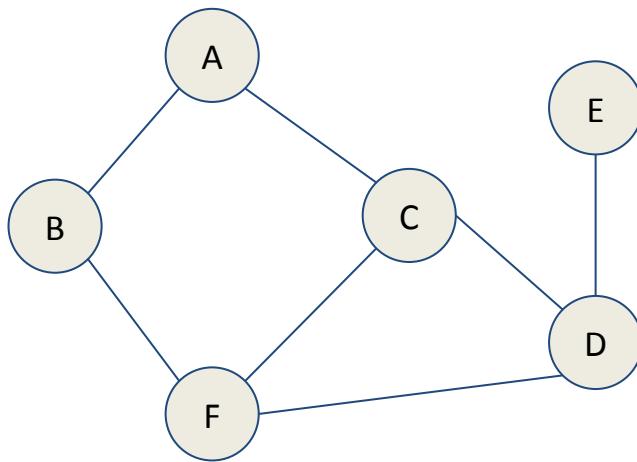
- $G = \{(A, B), (A, C), (C, D), \dots\}$

- **Grafo não-orientado:** pares de nós não ordenados.

- **Grafo orientado (dígrafo):** pares de nós ordenados.

# Grafos

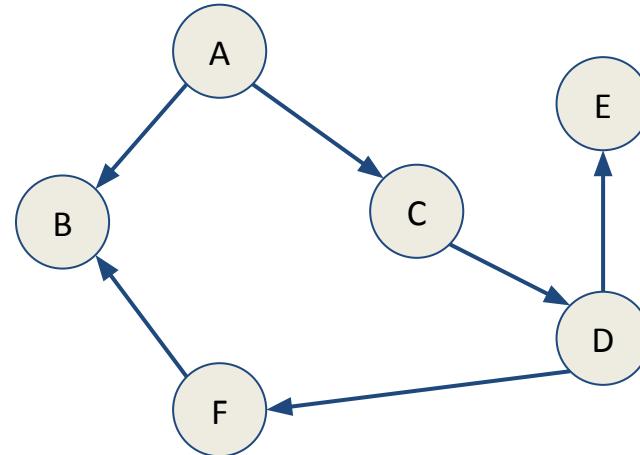
- Não-orientado



$\{(A, B), (A, C), (C, D), (D, E), (D, F), (F, B)\}$

Pares agrupados por parênteses.

- Orientado



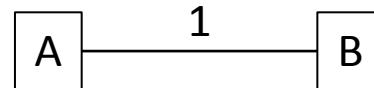
$\{\langle A, B \rangle, \langle A, C \rangle, \langle C, D \rangle, \langle D, E \rangle, \langle D, F \rangle, \langle F, B \rangle\}$

Pares agrupados por chaves angulares.

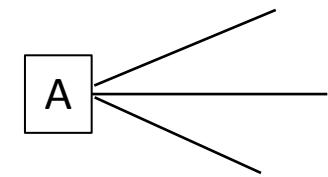
# Terminologia

- **Incidência:** arcos que ligam dois nós. Um nó  $N$  **incide** em um arco  $X$  se  $N$  faz parte do par ordenado que constitui  $X$ .

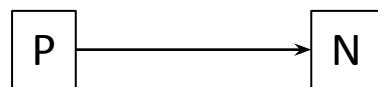
- Exemplo: nós **A** e **B** incidem no arco **1**.



- **Grau** é o número de arcos que incidem em um nó.
  - Nó **A** tem grau **3**.

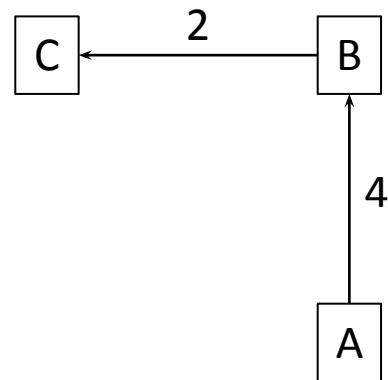


- **Adjacência:** nós conectados por um arco.
  - Um nó  $N$  é **adjacente** a um nó  $P$  se existe um arco que o liga a  $P$ .



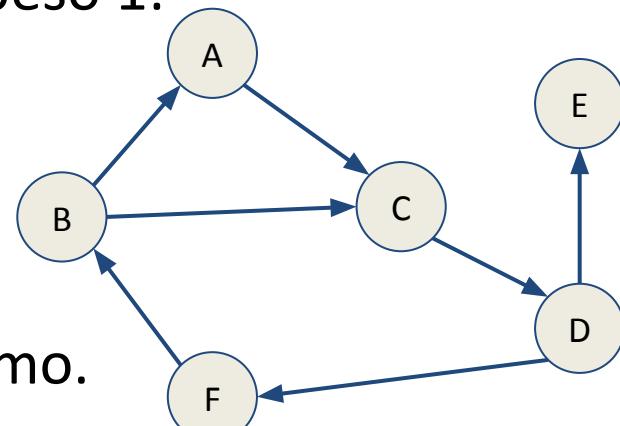
# Terminologia

- **Grafo ponderado:** aquele em que os arcos podem ter pesos definidos de acordo com a aplicação.
  - Exemplo: Tempo, em minutos, entre paradas de ônibus.



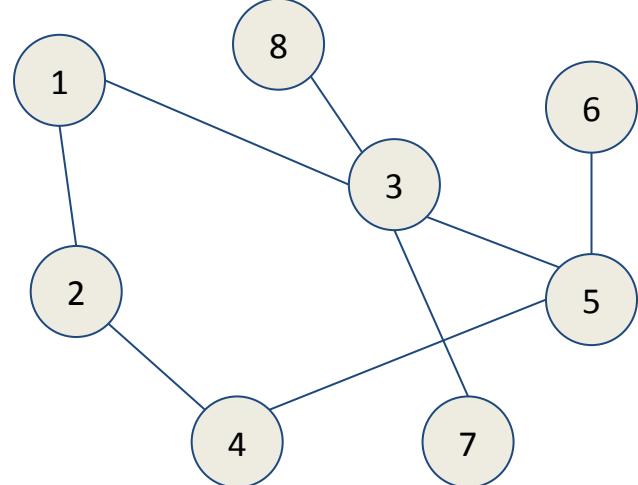
# Terminologia

- **Comprimento** ( $k$ ), ou custo, do caminho entre dois nós específicos é definido pela distância (soma dos pesos das arestas) entre nós adjacentes do nó de origem até o nó de destino.
- Exemplo: Supondo que os arcos tenham peso 1:
  - Comprimento  $k$  do caminho entre D e E = 1.
  - E entre A e B?
    - Resposta: 4.
- **Ciclo** é o caminho de um nó para ele mesmo.
  - Grafos com ciclos são *cíclicos*.
  - Grafos sem ciclos são *acíclicos*.
  - Existe caminho de A para A?
    - Resposta: Sim. Portanto, é um grafo cíclico.



# Grafos

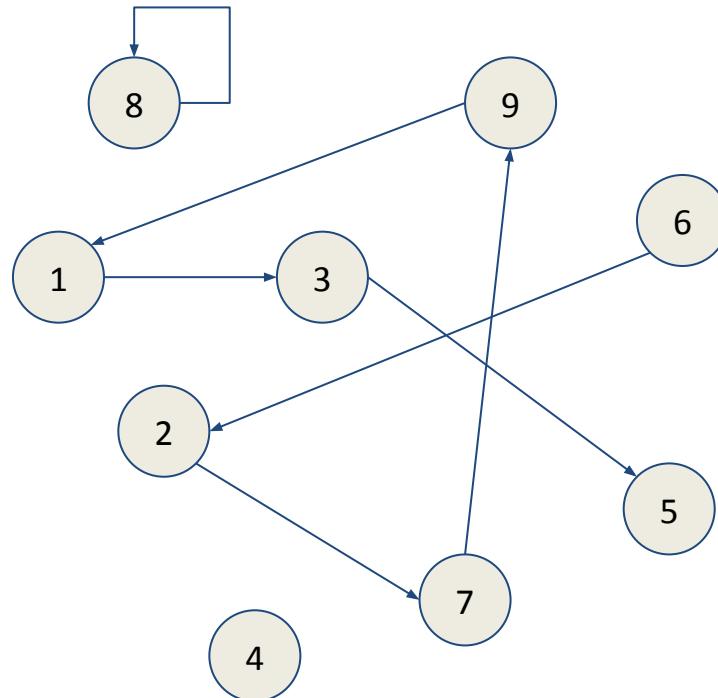
- Define-se o conjunto de pares a partir do grafo.
- Exemplo:
  - O grafo abaixo é orientado ou não-orientado?
  - Quais são os pares do grafo a seguir?



$$G = \{(1,2), (1,3), (2,4), (3,5), (3,7), (3,8), (4,5), (5,6)\}$$

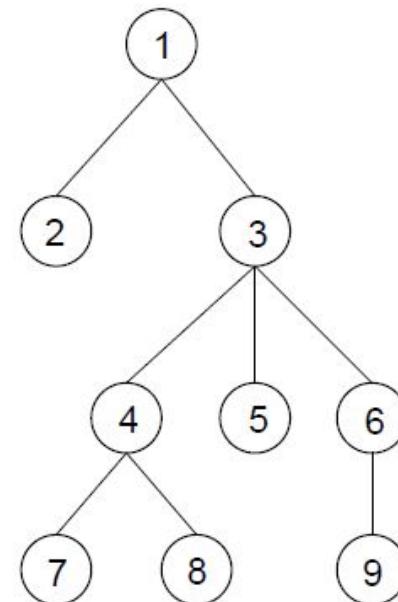
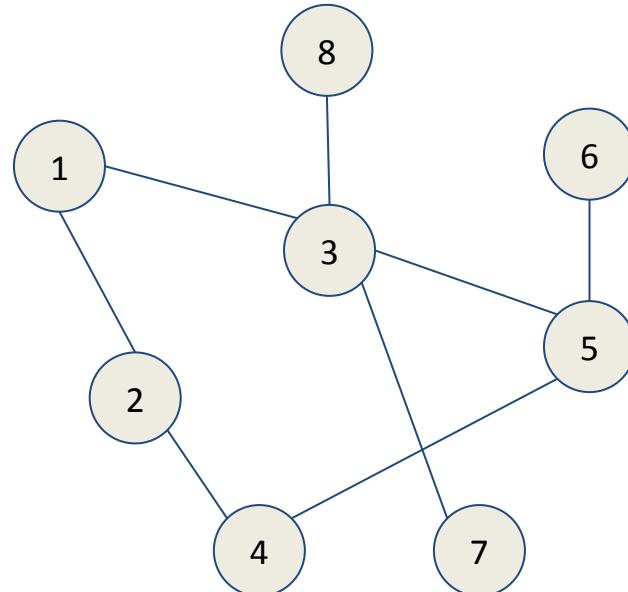
# Grafos

- A partir de um conjunto de nós é possível criar um grafo.
- Exemplo: para  $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 
  - $G = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 7, 9 \rangle, \langle 9, 1 \rangle, \langle 6, 2 \rangle, \langle 2, 7 \rangle, \langle 8, 8 \rangle\}$ .



# Árvores x Grafos

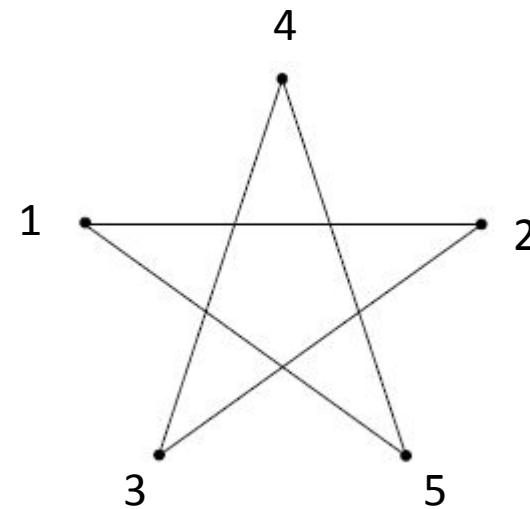
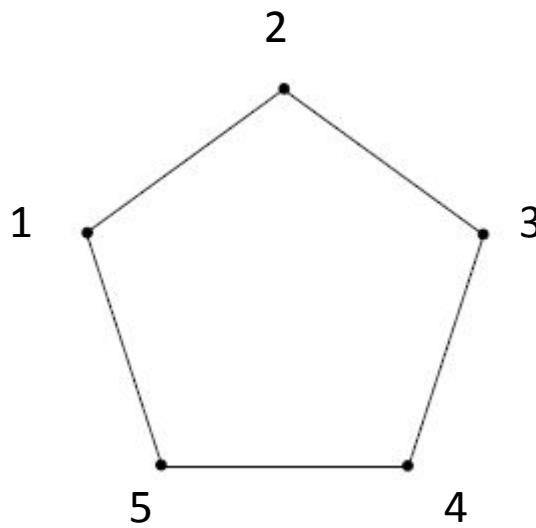
- Analizando o nível de abrangência de árvores e grafos, qual seria o mais abrangente? Por quê?



- Nem todo grafo é uma árvore, porém, toda árvore é um grafo.

# Grafos

- Podem existir diferentes grafos que representam exatamente a mesma situação.
  - Exemplo: definir os vértices para os grafos a seguir, garantindo que os dois representam a mesma situação.



# Grafos

- Como um grafo poderia ser representado de outra forma, que não seja figura?
- Através de uma matriz de adjacência:
  - Permite codificar as relações entre os nós do grafo através de uma tabela;
  - Cria-se uma matriz  $A$  de ordem  $N \times N$ , onde  $N$  é o total de nós (vértices) do grafo;
  - Atribui-se 1 para  $A[i][j]$  se existe um arco (aresta) entre  $i$  e  $j$ ;
  - Caso contrário, atribui-se 0.

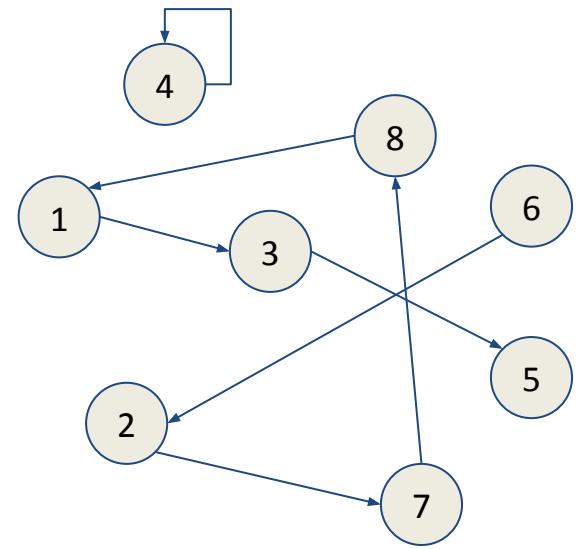
# Matriz de adjacência

- Exemplo:
- $G = \{<1, 3>, <3, 5>, <6, 2>, <2, 7>, <7, 8>, <8, 1>, <4, 4>\}$

Vai para

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	<b>1</b>	0
3	0	0	0	0	<b>1</b>	0	0	0
4	0	0	0	<b>1</b>	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	<b>1</b>
8	<b>1</b>	0	0	0	0	0	0	0

Sai de



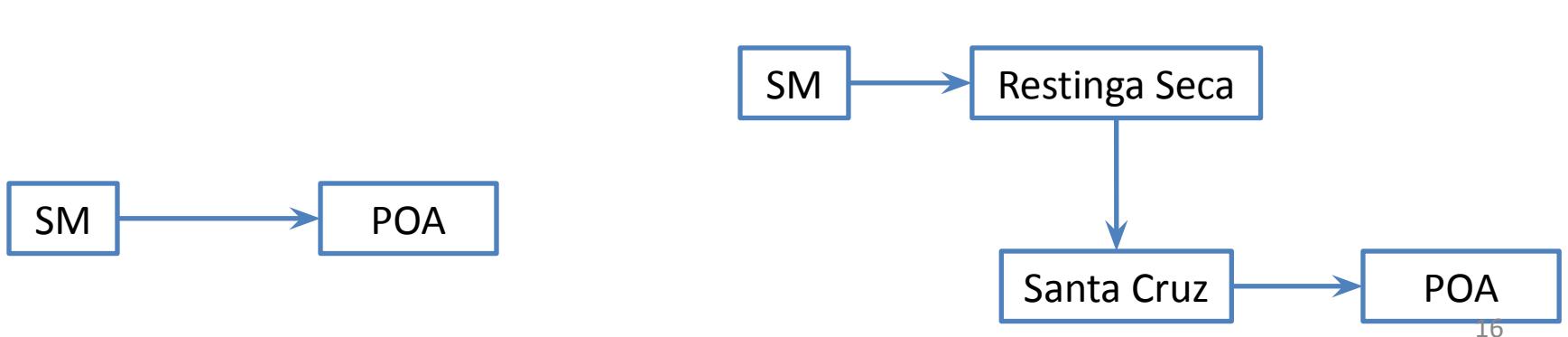
# Grafos

- Considerações:
  - Podem ser orientados ou não-orientados;
  - Arestas (arcos) podem ter pesos diferentes;
  - Cada vértice pode ter diversas informações;
  - Grafos podem ganhar ou perder nós ao longo do tempo. Depende da aplicação. Exemplo:
    - Trajeto de SM e POA, para fins de cálculo de distância;



# Grafos

- Considerações:
  - Podem ser orientados ou não-orientados;
  - Arestas (arcos) podem ter pesos diferentes;
  - Cada vértice pode ter diversas informações;
  - Grafos podem ganhar ou perder nós ao longo do tempo. Depende da aplicação. Exemplo:
    - Trajeto de SM e POA, para fins de cálculo de distância;
    - Trajeto em SM e POA para fins de logística de entrega de encomendas de e-commerce.



# Exercício de ambientação



Sistemas para Internet  
UFSM

- Analisando os conceitos estudados, crie um diagrama de um grafo que representa um contexto qualquer a sua escolha (deve existir!);
- Defina se é um grafo orientado ou não-orientado;
- Desenvolva um algoritmo em C para representar o grafo através de sua matriz de adjacência;
- Realizar consultas: solicitar nó ao usuário e suas mostrar conexões.