Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

# Visualização 2D
# Transformações Geométricas

André Tavares da Silva

andre.silva@udesc.br

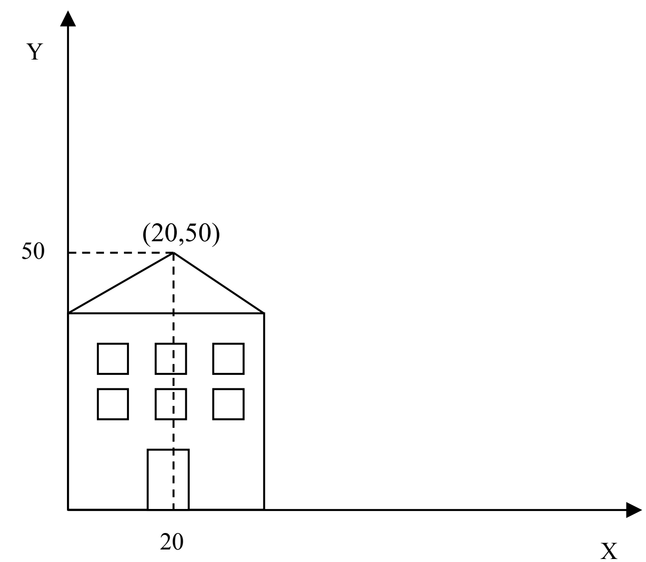
Capítulo 2 de "Foley"
Capítulo 2 de Azevedo e Conci

# Uso das transformações

- Modelagem
  - Colocar, redimensionar e redefinir objetos
- Visualização
  - Alterar sistemas de coordenadas e projeção

# Etapas

**Sistema de referência do objeto (SRO)**



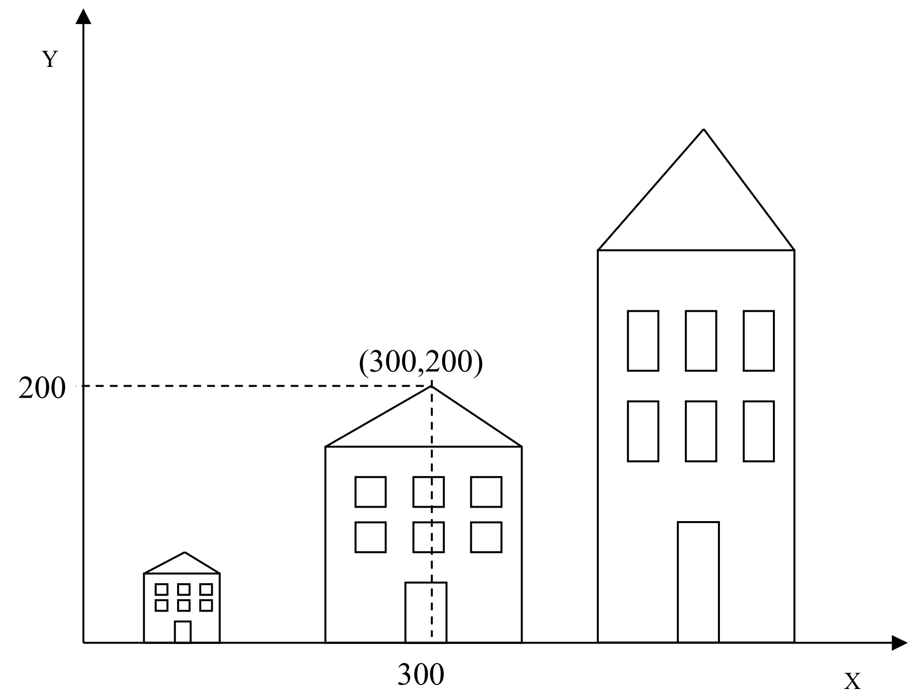

**Sistema de referência do objeto (SRO)**

# Etapas

**Sistema de referência do objeto (SRO)**

↓ instanciamento

**Sistema de referência do universo (SRU)**




**Sistema de referência do universo (SRU)**

# Etapas

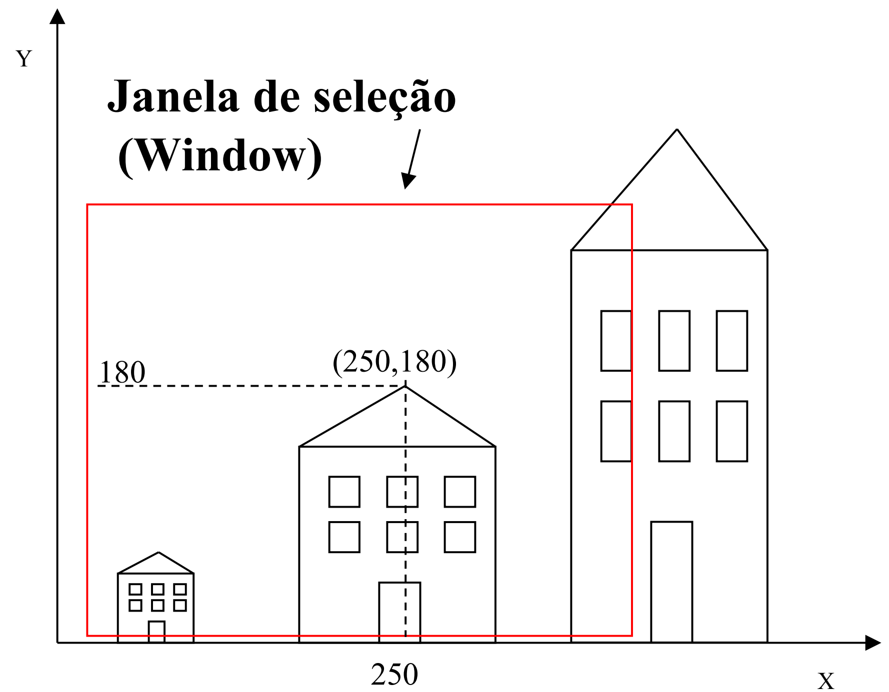
**Sistema de referência do objeto (SRO)**

↓ instanciamento

**Sistema de referência do universo (SRU)**

↓ recorte

**Sistema de referência da seleção (SRS)**




**Sistema de referência do universo (SRU)**

# Etapas

**Sistema de referência do objeto (SRO)**

↓ instanciamento

**Sistema de referência do universo (SRU)**

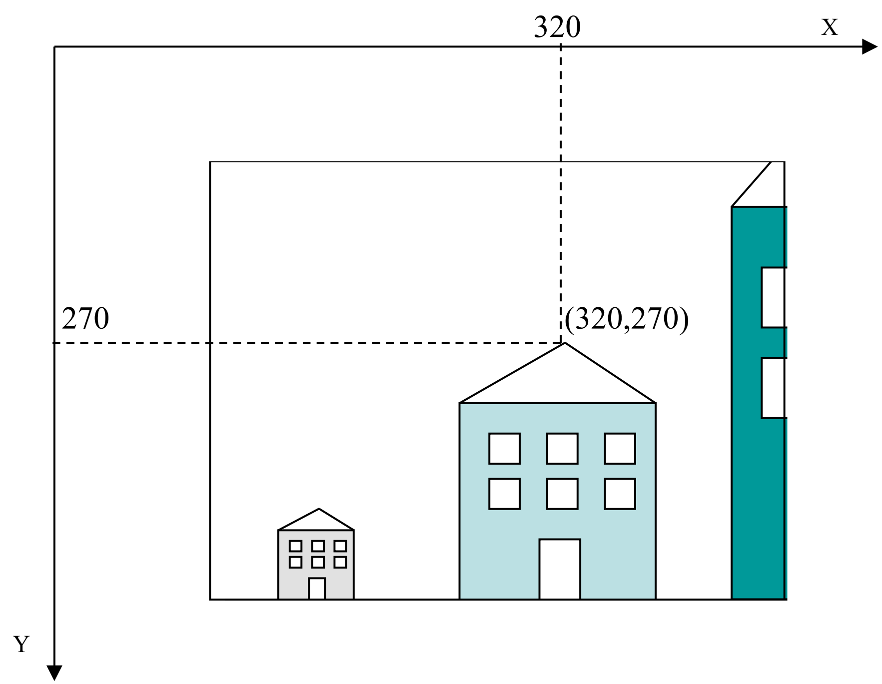
↓ recorte

**Sistema de referência da seleção (SRS)**

↓ viewport

**Sistema de referência do dispositivo (SRD)**

↓ preenchimento




**Sistema de referência do dispositivo (SRD)**

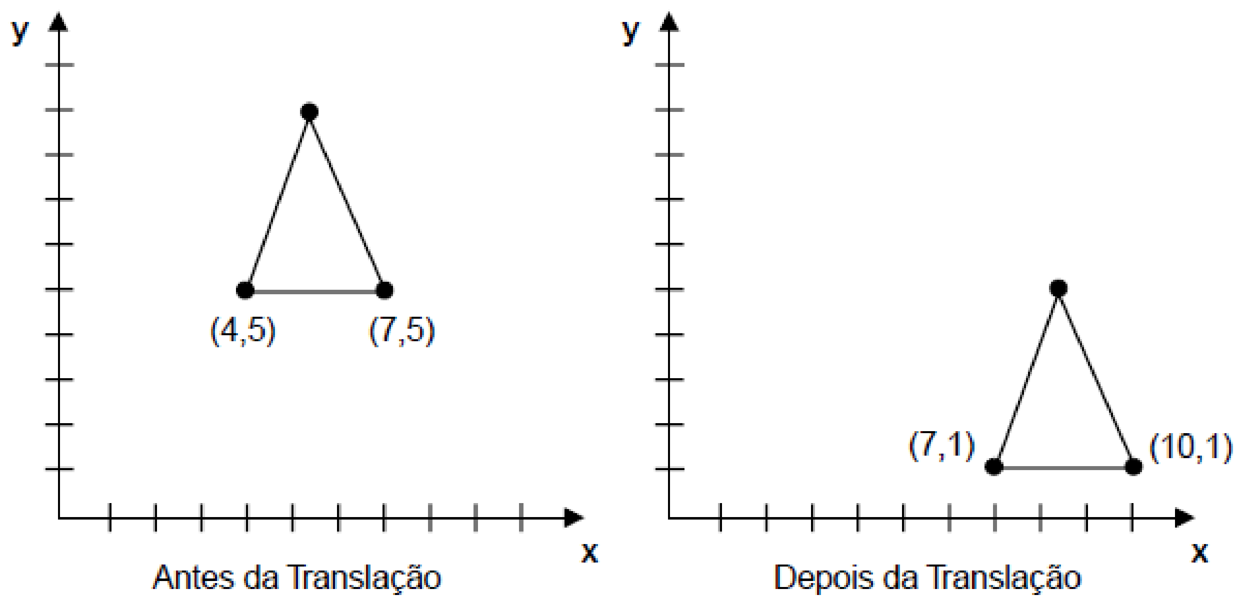
# Principais Transformações


- Aplicadas aos vértices
- Modificam o objeto como um todo
- Não alteram a topologia!

# Transformações

- Translação
- Rotação
- Escala
- Cisalhamento
- Espelhamento/Reflexão
- Transformações Projetivas
- ...

# Translação




$$P' = P + T$$

$$[x' \; y'] = [x \; y] + [Tx \; Ty]$$

# Translação

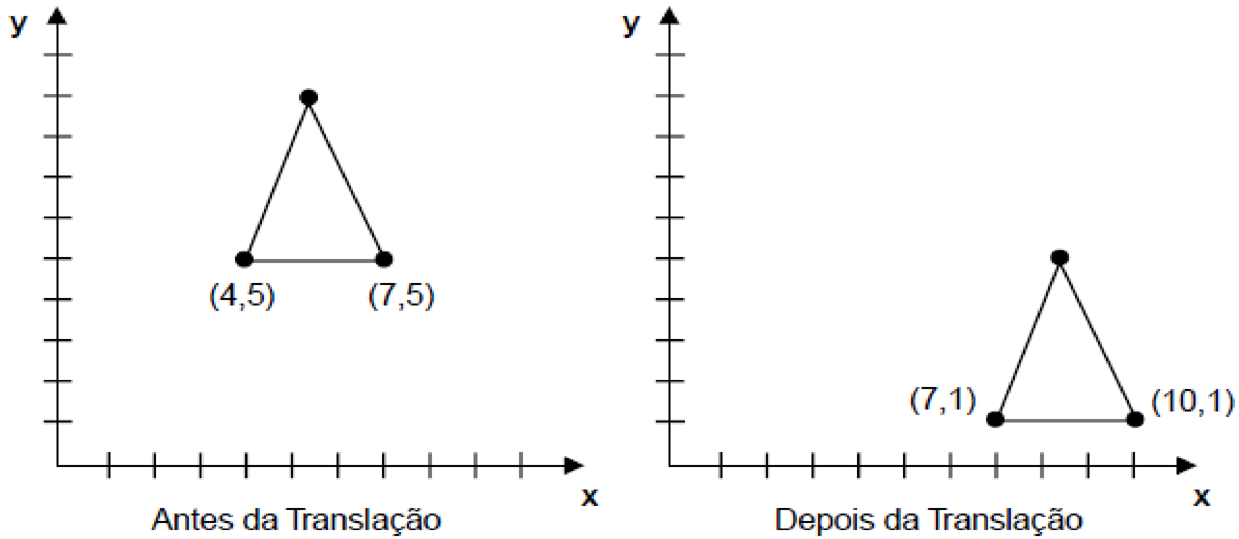


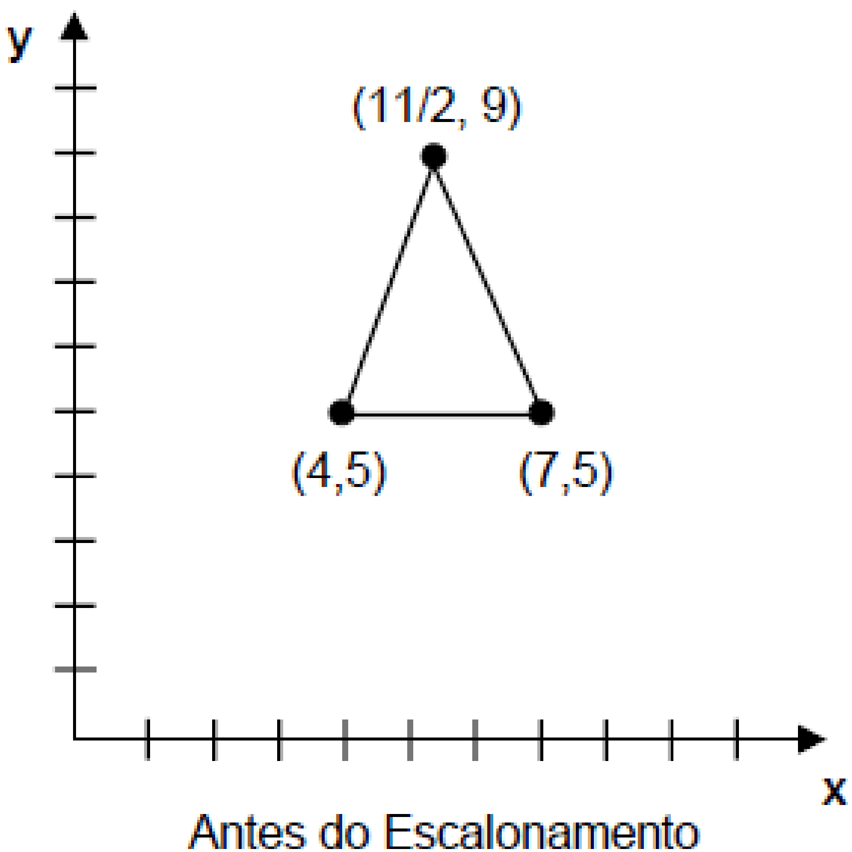

**FIGURA 2.2.** *Translação de um triângulo de três unidades na horizontal e –4 na vertical. Repare que se teria o mesmo efeito transladando a origem do sistema de coordenadas para o ponto (–3, 4) na primeira figura.*

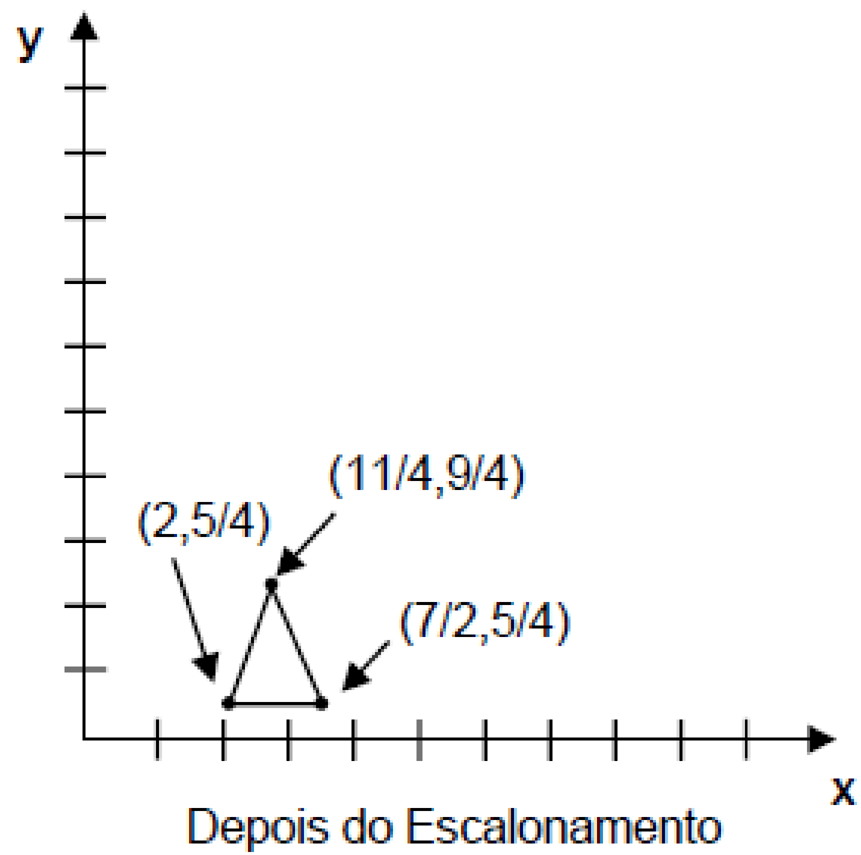
$$P' = P + T = [x'\ y'] = [x\ y] + [Tx\ Ty\ ].$$

$$[x'\ y'\ z'] = [x\ y\ z] + [Tx\ Ty\ Tz]$$

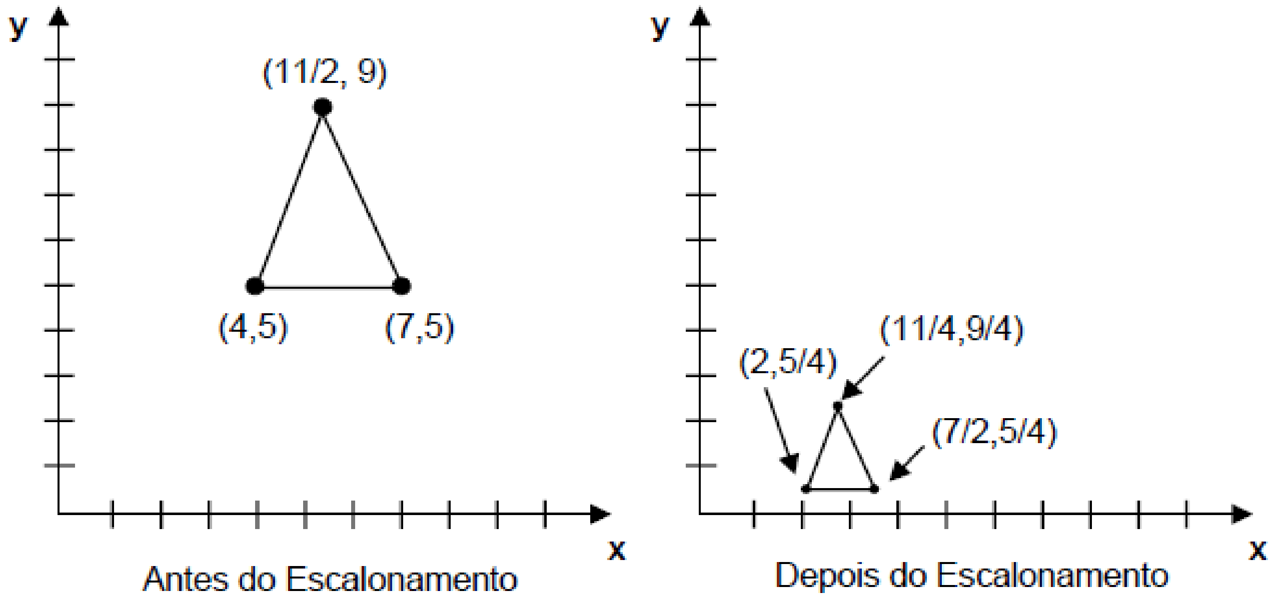
# Escala (escalonamento)

$$x' = x \bullet S_x \qquad y' = y \bullet S_y$$



# Escala 2D




**Sx = ½**
**Sy = ¼**

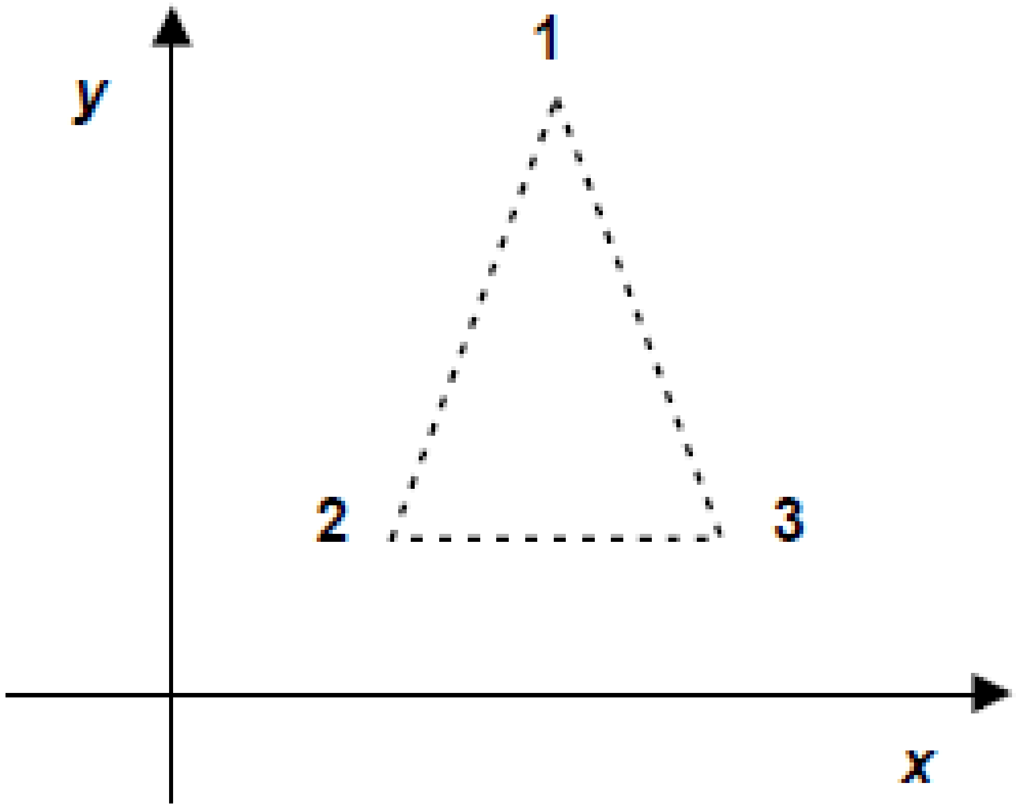
$$[x \quad y]\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

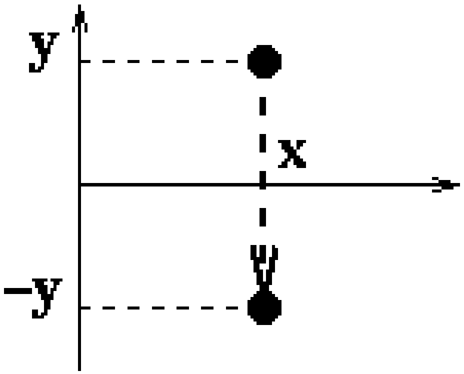
# Escala 3D

$$[x \quad y]\begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

$$[x' \; y' \; z'] = [x \; y \; z]\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = [xS_x \; yS_y \; zS_z]$$

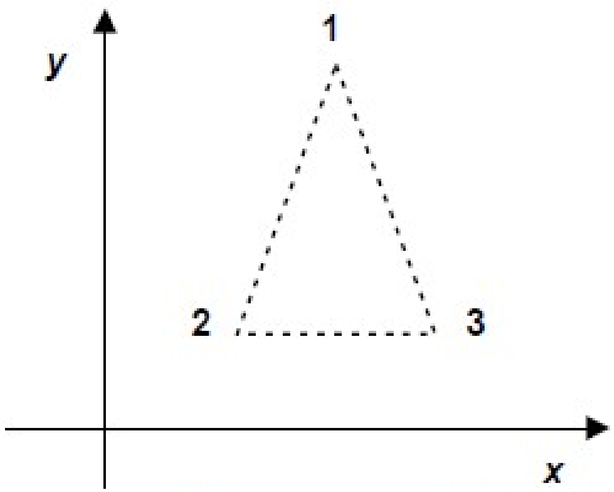
# Reflexão / Espelhamento



# Reflexão em Y

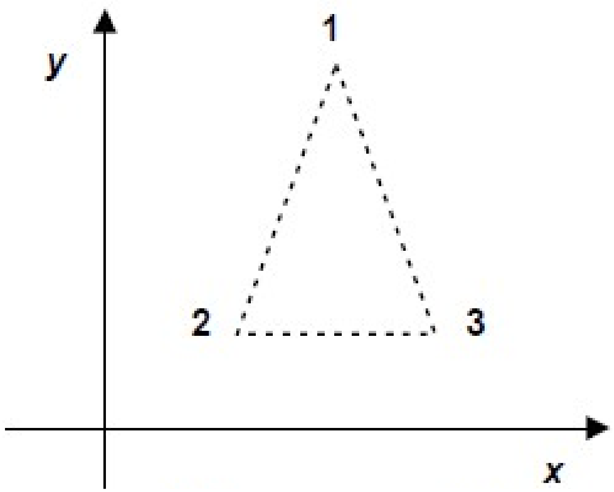
$$[x' \; y' \; z'] = [x \; y \; z]\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = [xS_x \; yS_y \; zS_z]$$



# Reflexão em Y

$$[x' \; y' \; z'] = [x \; y \; z]\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} = [xS_x \; yS_y \; zS_z]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



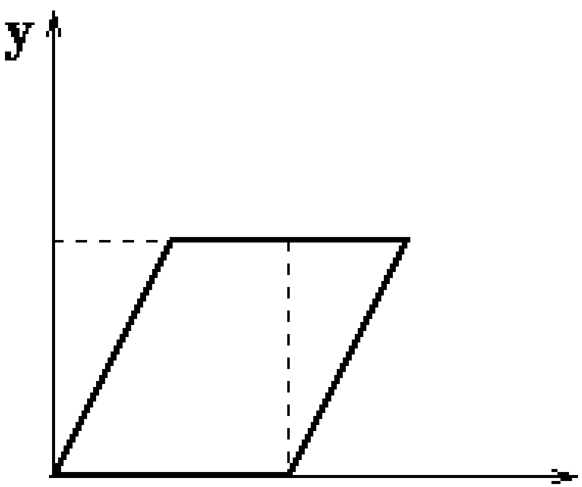
# Escala x Reflexão

- Escala usa só parâmetros positivos
- Espelhamento usa só parâmetros -1
- Pode ocorrer composição destas duas

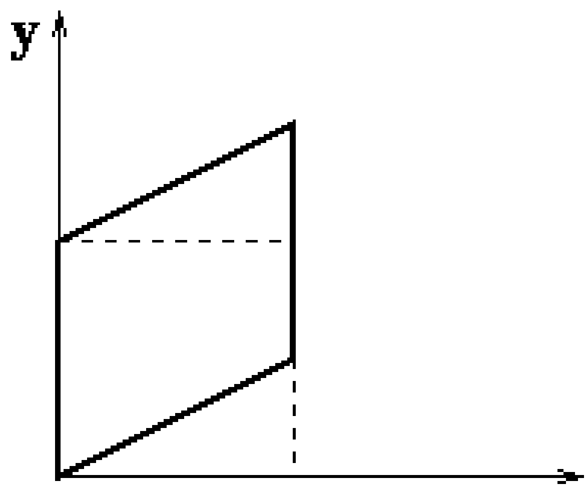
Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

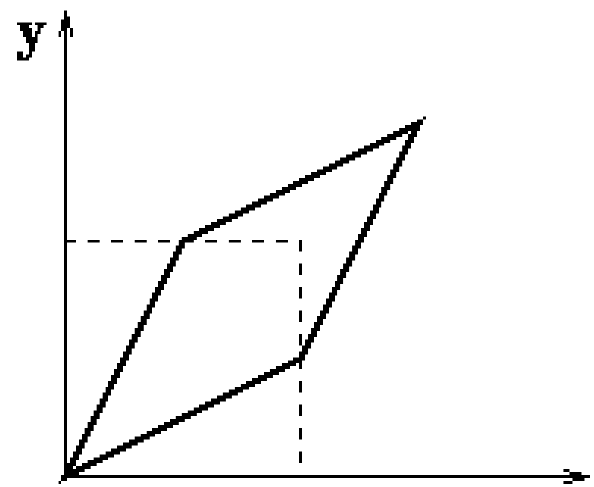
# Cisalhamento (Shear ou Skew)




Cizalhamento em X

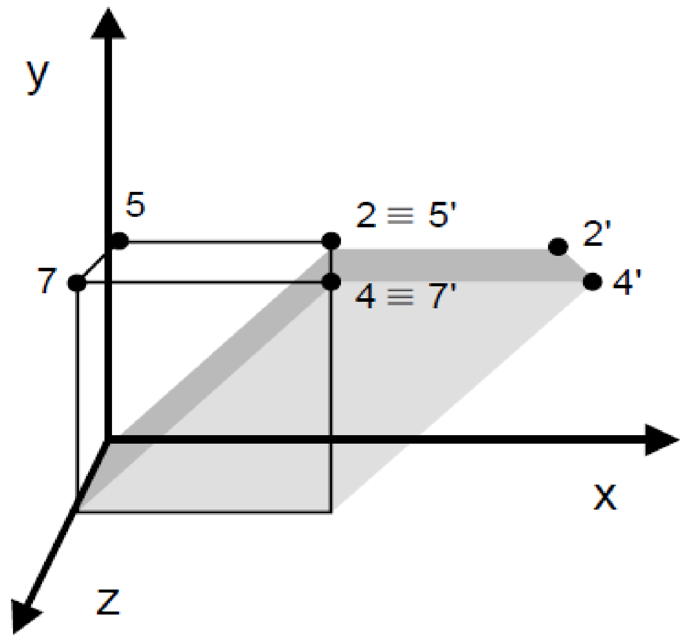



Cizalhamento em Y




Cizalhamento em X e Y

# Cisalhamento em X




*Efeito de cisalhamento (skew) em um cubo unitário.*

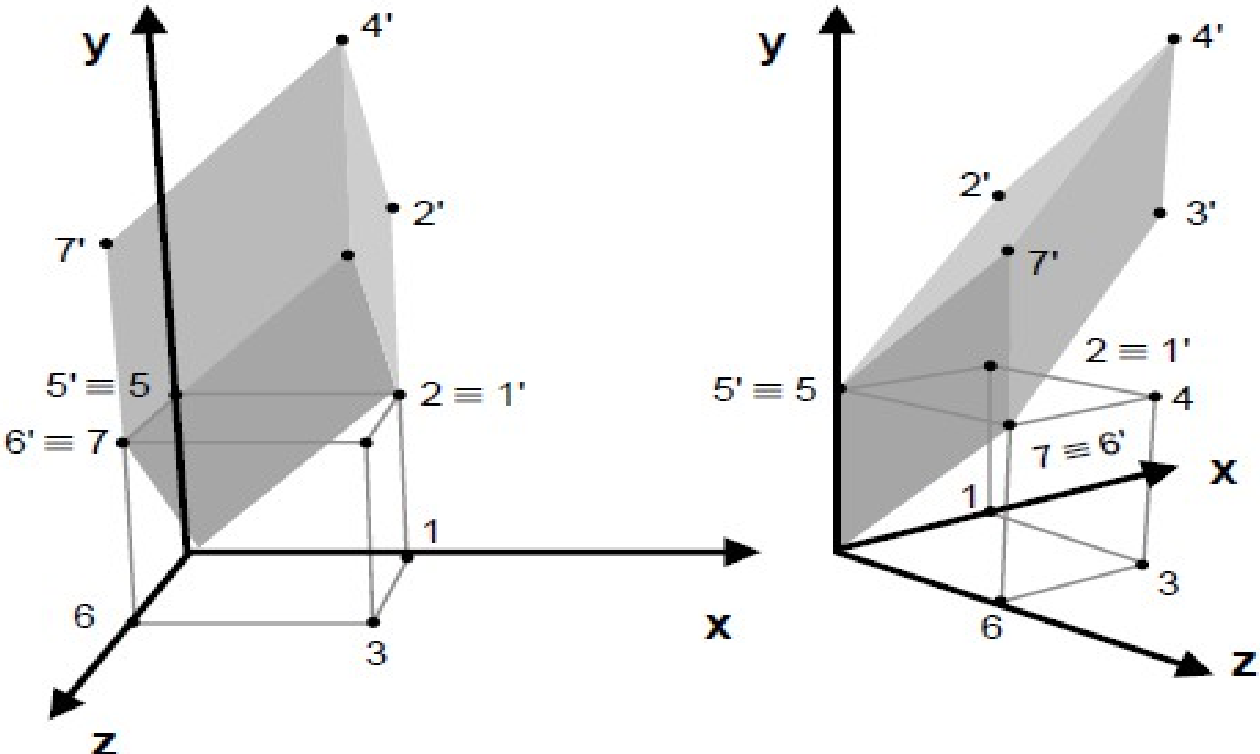
$$x' = x + S \cdot y,\ y' = y \text{ e } z' = z,$$

# Cisalhamento em X

$$x' = x + S \bullet y,\ y' = y \text{ e } z' = z,$$

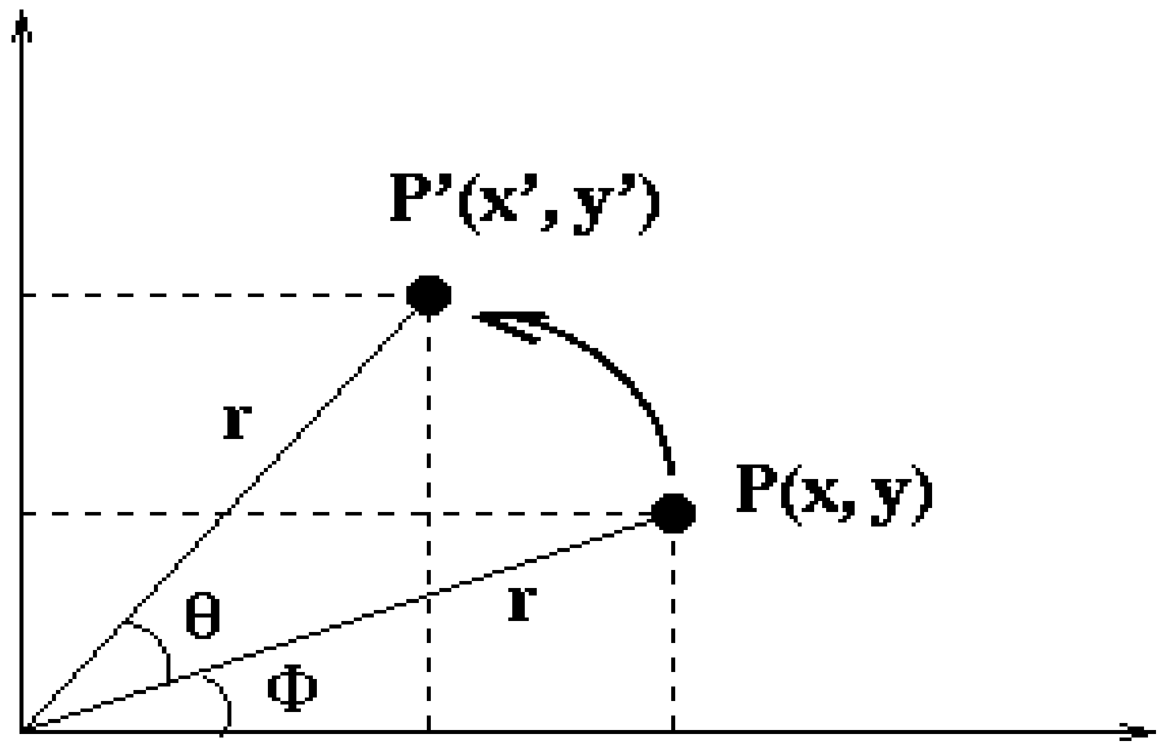
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ S & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Cisalhamento




$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \end{bmatrix}$$

# Rotação 2D



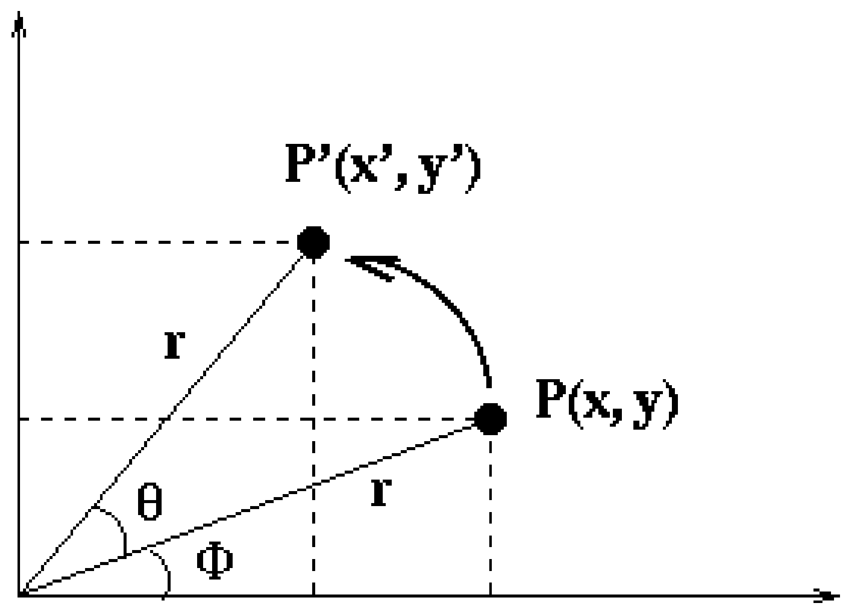
# Rotação 2D

$$x = r \cos \phi$$

$$y = r \sin \phi$$

$$x' = r \cos (\phi + \theta)$$

$$y' = r \sin (\phi + \theta)$$



Departamento de Ciência da COMPUTAÇÃO

UDESC Joinville

# Lembrando...

$$\cos(\phi + \theta) = \cos\phi \cos\theta - \sin\phi \sin\theta$$

$$\sin(\phi + \theta) = \cos\phi \sin\theta + \sin\phi \cos\theta$$

# Lembrando...

$\cos(\phi + \theta) = \mathbf{r\ cos\ \boldsymbol{\phi}} \cos\theta$ - $\mathbf{r\ sin\ \boldsymbol{\phi}} \sin\theta$

$\sin(\phi + \theta) = \mathbf{r\ cos\ \boldsymbol{\phi}} \sin\theta + \mathbf{r\ sin\ \boldsymbol{\phi}} \cos\theta$

$x = r \cos\phi$ $\qquad$ $y = r \sin\phi$

$x' = r\cos(\phi + \theta)$ $\qquad$ $y' = r \sin(\phi + \theta)$

# Rotação 2D

$$x' = x \cos(\theta) - y \operatorname{sen}(\theta)$$
$$y' = y \cos(\theta) + x \operatorname{sen}(\theta)$$

**Matriz de Transformação ?**

# Rotação 2D

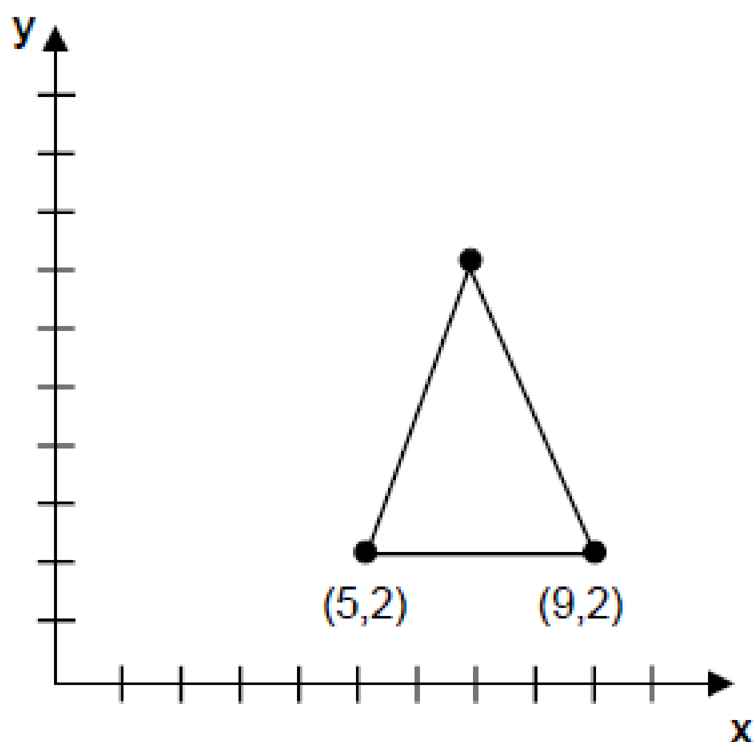
$$x' = x \cos(\theta) - y \operatorname{sen}(\theta)$$

$$y' = y \cos(\theta) + x \operatorname{sen}(\theta)$$

$$\downarrow$$

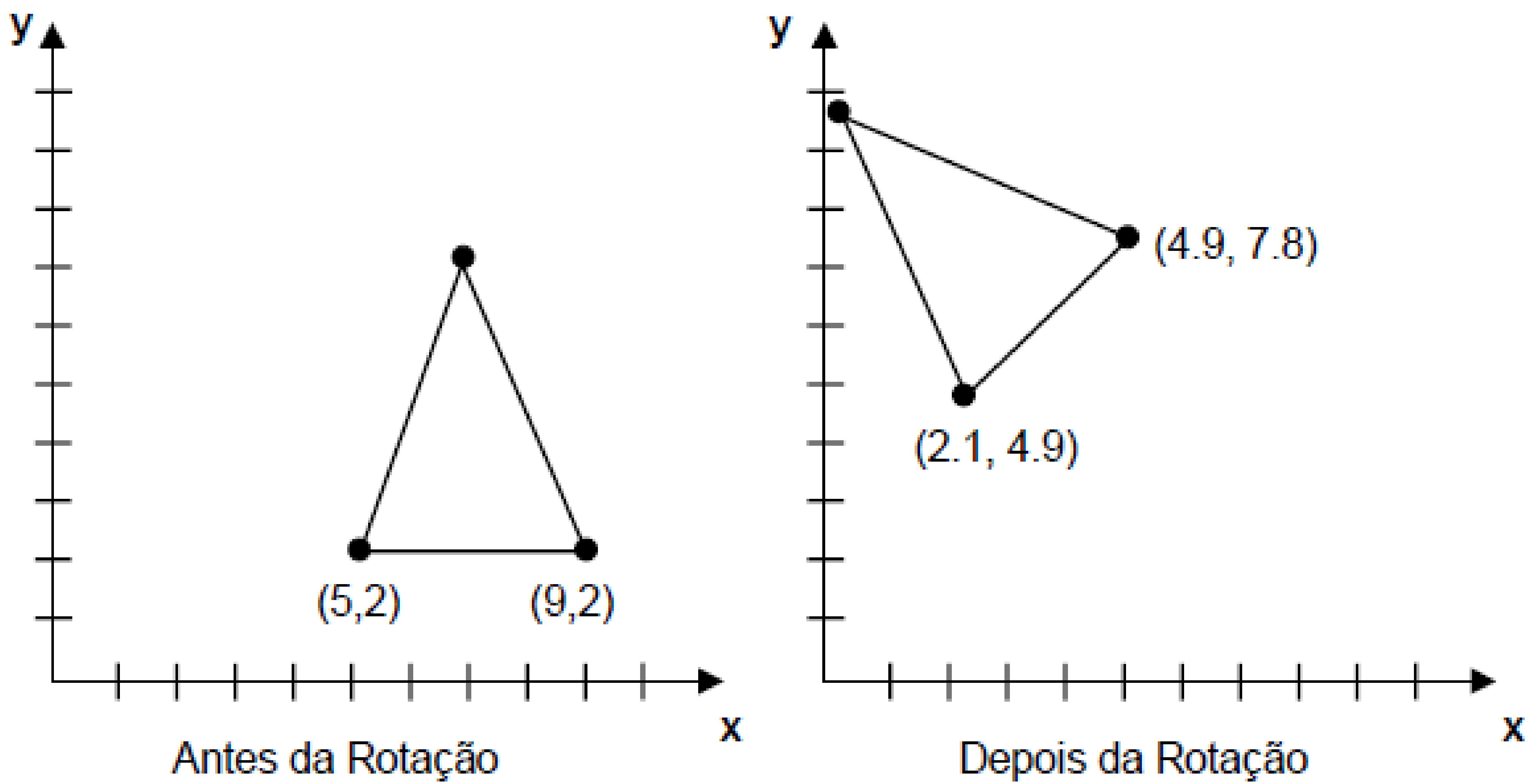
$$[x \quad y] \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & sen\theta \\ -sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

# Efetue uma Rotação de 60 graus

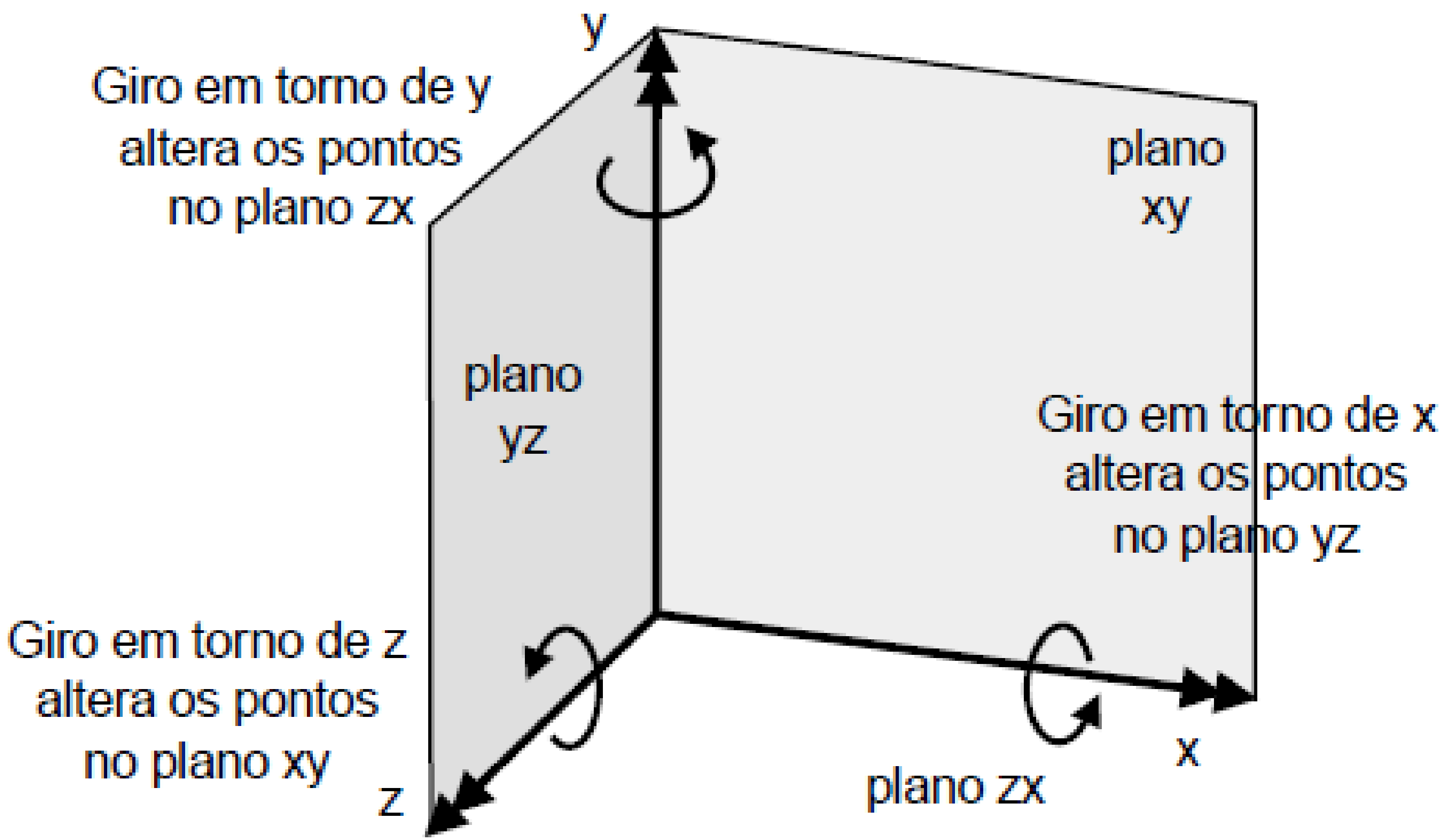



Antes da Rotação

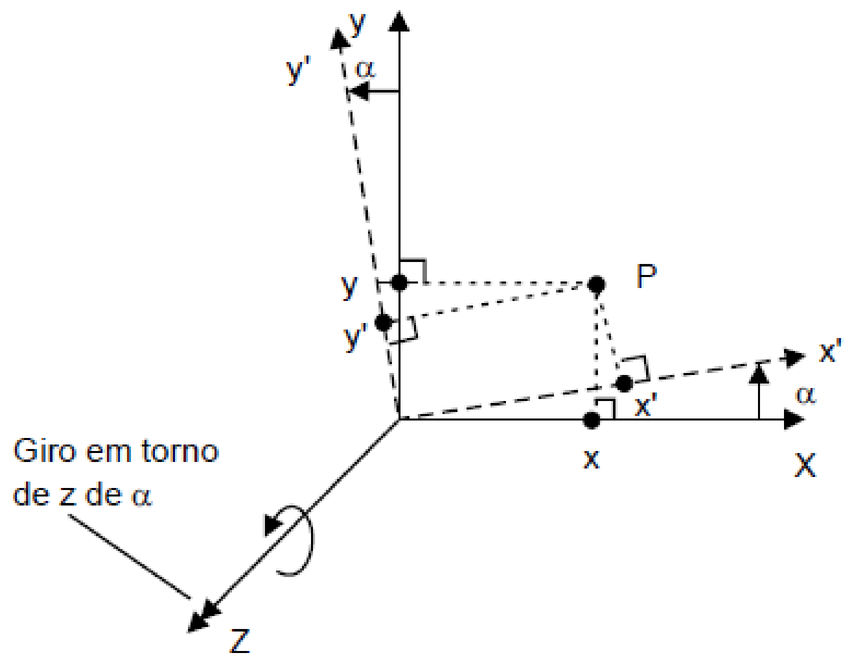
# Rotação 2D



# Rotação 3D
## Ângulo Positivo e Regra da Mão Direita



# Rotação 3D sobre Z




$$[x'\ y'\ z'] = [x\ y\ z] * \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \mathrm{sen}(\alpha) & 0 \\ -\mathrm{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Escala x Rotação

- Efeito colateral é que a rotação aparenta também uma translação.
- Isso só não acontece se o centro do objeto é a **origem do SRU**

- Solução para Escala e Rotação em torno de uma "Referência" é :

ajustar o SRU para coincidir com o SRO

# Rotação 2D Normalizada (em torno de P1)

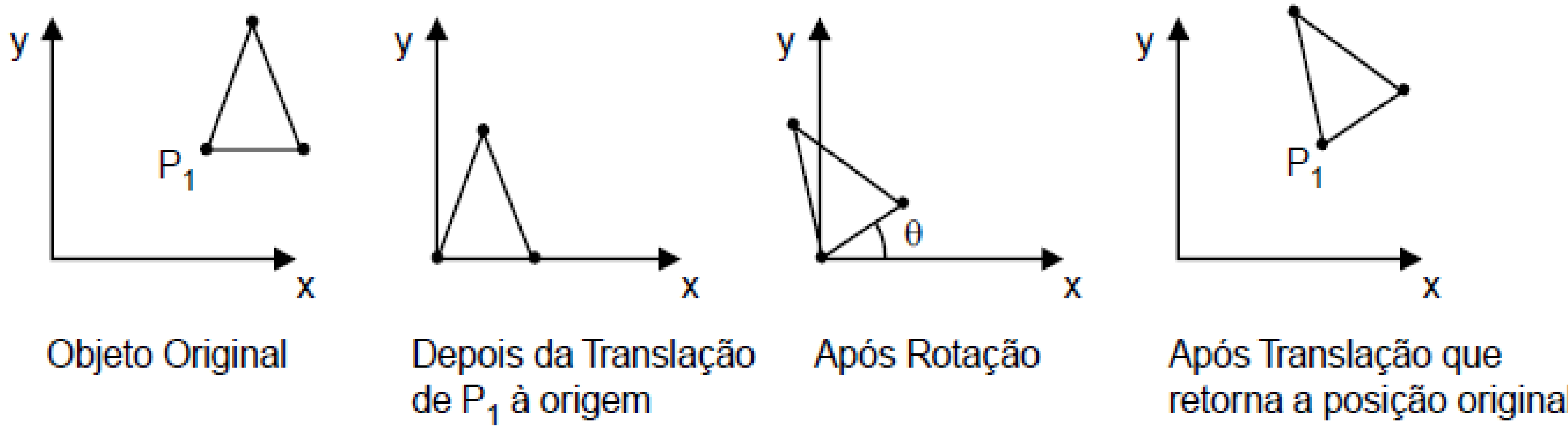



**FIGURA 2.7.** *Processo de alteração da orientação de um objeto em torno de um certo ponto, que não na origem.*

**Concatenação**

Transformação = T(-P1) ; Rz(teta) ; T(+P1)

# Problema na Concatenação

- Regras de Precedência
  - Translação é “Soma”
  - Escala e Rotação são “Multiplicação”
- Não Comutativas
  - A ordem IMPORTA
- Uma composição/concatenação vai ser definida caso a caso

  $P' = (((P + T1) * R) + T2) * S)$

# Outro Problema?

# Solução

- Seria bom se tivéssemos uma forma mais uniforme e homogênea de tratar todas essas transformações e de maneira previsível geométrica e topologicamente…..

- Coordenadas HOMOGÊNEAS