**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS**

Curso: Engenharia de Computação
Disciplina: Controle de Sistemas Dinâmicos (CSD)
[redacted] (ERE) - 2021
Semestre 2021/2

# PLANO DE ESTUDOS

**SEMANA 11**

**Aula 17 – Critério de Estabilidade de Routh**

Data: 18/01/2022

Entrega: 25/01/2022

<u>Estude:</u>

1) Vídeos:
   - Critério de Estabilidade de Routh (ELT009, ELT035)
     https://www.youtube.com/watch?v=NjyjJ6qtOMs
   - Critério de Routh Casos Especiais (ELT009, ELT035)
     https://www.youtube.com/watch?v=ELVB3L8bsCs
   - Critério de Estabilidade de routh hurwitz Teoria e Exercícios
     https://www.youtube.com/watch?v=Vpxj4JQGdnM

**2)** Texto 1: Seção 6.2 do livro do Norman Nise: “Critério de Routh-Hurwitz” .

3) Texto 2: notas de aula

**Critério de Estabilidade de Routh**

- A questão da estabilidade é o problema mais importante relacionado aos sistemas de controle.
- Um sistema de controle é estável se e somente se todos os pólos de malha fechada estiverem situados no semiplano esquerdo do plano s.
- Existe uma dificuldade de localizarmos os pólos de um sistema de ordem superior a 2.
- O critério de estabilidade de Routh nos permite determinar o número de pólos de malha fechada que se situam no semiplano direito do plano s, sem ter que fatorar o polinômio do denominador ou resolver a equação.

Considere a função de transferência de malha fechada da forma:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + ... + b_{m-1} s \ + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + ... + a_{n-1} s \ + a_n} = \frac{B(s)}{A(s)} \quad ,$$

sendo que a e b são constantes.

Procedimento:

1) Considerar a função de transferência de <u>malha fechada</u> do sistema;
2) Obter a equação característica do sistema (igualar o polinômio do denominador a zero);
3) Verificar se os coeficientes são todos positivos. Se houver coeficiente zero ou negativo na presença de pelo menos um coeficiente positivo, podemos afirmar que o sistema é instável.
4) Se todos os coeficientes forem positivos, organizar os coeficientes do polinômio em linhas e colunas de acordo com o seguinte padrão:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $s^n$ | $a_0$ | $a_2$ | $a_4$ | $a_6$ | . |
| $s^{n-1}$ | $a_1$ | $a_3$ | $a_5$ | $a_7$ | . |
| $s^{n-2}$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ | . | . |
| . | . | . | | | |
| $s^2$ | $e_1$ | $e_2$ | | | |
| $s^1$ | $f_1$ | | | | |
| $s^0$ | $g_1$ | | | | |

Os coeficientes b1, b2, etc. são calculados como se segue: $b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$, $b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$. O cálculo dos coeficientes continua até que os restantes sejam todos nulos. O cálculo dos c, d, e, e etc. segue o mesmo padrão de multiplicação em cruz.

**Conclusão:**

- O número de pólos com parte real positiva (isto é, que se localizam no semi-plano direito do plano s) é igual ao número de vezes que os coeficientes da primeira coluna da tabela mudaram de sinal.
- A condição necessária e suficiente para a garantia da estabilidade é que os coeficientes de A(s) devem ser positivos e que todos os termos da primeira coluna da tabela sejam também positivos.

**Casos especiais:**

1) Um valor da primeira coluna é igual a zero. Nesse caso, substitui-se o zero por um número épsilon, muito pequeno, próximo de zero, e continuam os cálculos. Por definição, épsilon será considerado um número positivo.
2) Uma linha inteira é igual a zero. Nesse caso, haverá pólos sobre o eixo jw.

**<u>Atividades:</u>**

1) Para cada polinômio característico a seguir, aplique o critério de Routh e verifique se o sistema é estável ou instável. No caso de ser instável, diga quantas raizes estão no semiplano direito do plano s, e quantas estão no semiplano esquerdo desse plano.

   a) $D(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 4s + 5$.

   b) $D(s) = s^3 + 6s^2 + 11s + 6$.

   c) $P(s) = 3s^7 + 9s^6 + 6s^5 + 4s^4 + 7s^3 + 8s^2 + 2s + 6$.

   d) $P(s) = s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + 200$.

2) Determine o intervalo de valores de K para a estabilidade do sistema de controle com realimentação unitária, cuja função de transferência de ramo direto seja:

   a) $$G_1(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

   b) $$G_2(s) = \frac{K(s+20)}{s(s+2)(s+3)}$$

3) Para cada equação característica a seguir, use o critério de Routh e determine o intervalo de k para a estabilidade.

   a) $s^4 + 2s^3 + (4 + k)s^2 + 9s + 25 = 0$.

   b) $s^3 + 18s^2 + 77s + k = 0$.

4) Seja um sistema representado pela seguinte função de transferência de malha fechada:

$$G(s) = \frac{1000}{s^3 + 10s^2 + 31s + 1030}$$

⇨ Utilize o critério de Routh e verifique se o sistema é estável ou instável.

5) Considere o sistema de controle dotado de realimentação unitária com a seguinte função de transferência de ramo direto:

$$G\ (s) = \frac{10}{s(s-1)(2s+3)}$$

- ⇨ Esse sistema é estável?