

Curso: Engenharia de Computação  
Disciplina: Controle de Sistemas Dinâmicos (CSD)

Ensino Remoto Emergencial (ERE) - 2021  
Semestre 2021/2

---

## **PLANO DE ESTUDOS**

### **SEMANA 11**

#### **Aula 16 – Sistemas de Segunda Ordem: especificações da resposta transitória**

Data: 17/01/2022

Entrega: 24/01/2022

#### Estude:

1) Vídeos:

- Sistemas de Controle (aula 05) Sistemas de Segunda Ordem  
<https://www.youtube.com/watch?v=UVFer8huMKE&t=1186s>
- Sistemas de Segunda Ordem: Introdução | Controle [CON2]  
<https://www.youtube.com/watch?v=zruRnpM-ze8>

2) Texto 1: Seção 4.6 do livro do Norman Nise: “Sistemas de segunda ordem subamortecidos” .

3) Texto 2: notas de aula

#### **Sistemas de segunda ordem - Especificações da resposta transitória**

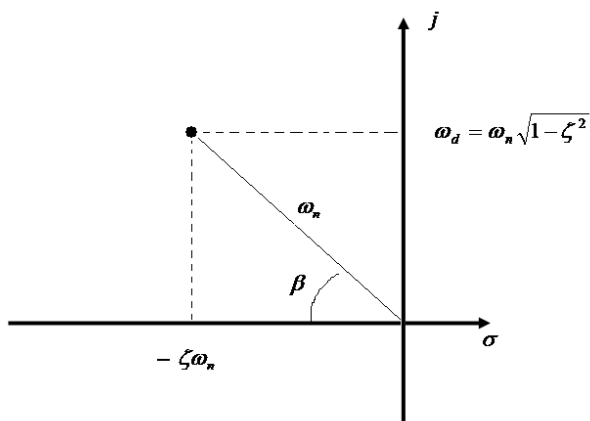
Em muitos casos práticos, as *características de desempenho* desejadas de sistemas de controle são especificadas em termos e grandezas no domínio do tempo. Sistemas com armazenamento de energia não podem responder instantaneamente e terão respostas transitórias sempre que sujeitos a entradas ou perturbações.

O desempenho de um sistema de segunda ordem é muito frequentemente caracterizado por meio da definição de algumas especificações que descrevem as características que o sistema deve

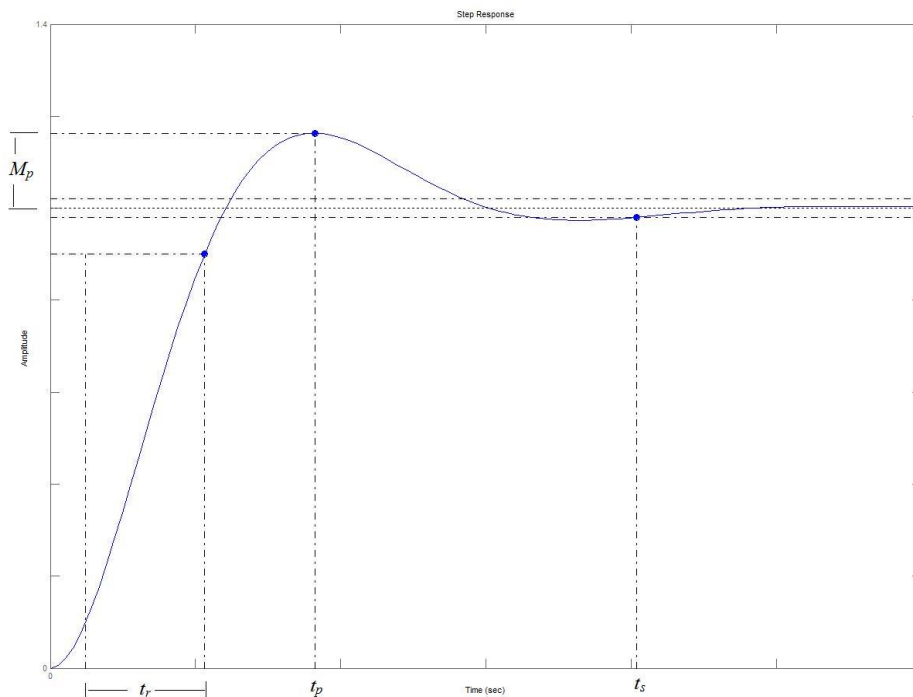
apresentar quando a entrada do sistema é um degrau unitário. Estas especificações são: tempo de subida, tempo de pico, tempo de acomodação e máximo sobre-sinal (overshoot).

Existe uma relação entre resposta transitória e localização dos pólos complexos em um sistema de segunda ordem subamortecido.

Seja a figura abaixo representando a posição de um dos pólos de um sistema de segunda ordem (naturalmente o outro pólo localiza-se de forma simétrica a este).



A resposta a um degrau de um sistema de segunda ordem subamortecido pode ser representada de forma simplificada por:



Sendo:

$t_r$  - Tempo de subida: tempo necessário para o sinal passar de 10% para 90%, ou de 5% para 95%, ou de 0 a 100% do seu valor final,

$t_p$  - Instante de pico: tempo necessário para o sinal alcançar o primeiro sobre-sinal (overshoot);

$M_p$  – Sobre-sinal Máximo: é o máximo valor de pico do sinal, medido a partir do valor final da saída.

$t_s$  - Tempo de acomodação: tempo necessário para o sinal permanecer dentro de uma faixa em torno do valor final. Normalmente esta faixa é especificada como 5% ou 2% de erro em torno do valor final.

Este comportamento no domínio do tempo se relaciona com a posição dos pólos do sistema de segunda ordem pelas seguintes equações.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$t_r = \frac{1}{\omega_d} \tan^{-1} \left( \frac{\omega_d}{-\sigma} \right) = \frac{\pi - \beta}{\omega_d}$$

$$t_s = 4\tau = \frac{4}{\sigma} = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

$$M_p = e^{-(\zeta / \sqrt{1-\zeta^2})\pi}$$

As especificações no domínio do tempo são muito importantes, visto que a maioria dos sistemas de controle são sistemas no domínio do tempo, ou seja, devem fornecer respostas temporais aceitáveis.

Observe que todas essas especificações não se aplicam necessariamente a todos os casos. Por exemplo, para um sistema

### **Atividades:**

1) Para cada sistema apresentado a seguir determine:  $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $t_p$ ,  $M_p$  e  $t_s$ .

$$G_1(s) = \frac{100}{s^2 + 15s + 100}$$

$$G_3(s) = \frac{16}{s^2 + 3s + 16}$$

$$G_2(s) = \frac{361}{s^2 + 16s + 361}$$

- 2) Sabendo que os pólos de um determinado sistema de segunda ordem são  $-3+j7$  e  $-3-j7$ , determine os seguintes parâmetros:  $\zeta$ ,  $\omega_n$ ,  $t_p$ ,  $M_p$  e  $t_s$ .
- 3) Para cada par de especificações de sistema de segunda ordem, a seguir, determine os pólos do sistema.
- a)  $M_p = 12\%$  e  $t_s = 0,6$  segundo
  - b)  $M_p = 10\%$  e  $t_p = 5$  segundos
  - c)  $t_s = 7$  segundos e  $t_p = 3$  segundos.
- 4) Determine a função de transferência de um sistema de segunda ordem que resulta em uma ultrapassagem de 15% e um tempo de acomodação de 0,7 segundo.
- 5) Observe a figura abaixo, que mostra a resposta de um sistema de segunda ordem ao degrau unitário.
- a) Obtenha, pelo gráfico, os valores de  $t_r$ ,  $t_p$ ,  $M_p$  e  $t_s$ .
  - b) Obtenha o valor do erro de estado estacionário.
  - c) Escreva a função de transferência do sistema.

