

EXERCICI 3

- Volem deduir quina és la distribució del quadrat d'una variable amb distribució t-Student.

Per definició t-Student: $t_n \sim \frac{Z}{\sqrt{\frac{\chi^2}{n}}}$ on $\begin{cases} Z \sim N(0,1) \\ \chi^2 \text{ chi-quadrat amb } n \text{ graus de llibertat} \end{cases}$

Per definició Fisher: $F_{n_1, n_2} \sim \frac{Y_1/n_1}{Y_2/n_2}$ on $\begin{cases} Y_1 \sim \chi_{n_1}^2 \\ Y_2 \sim \chi_{n_2}^2 \end{cases}$, Y_1 i Y_2 indep

- Si volem calcular la distribució del quadrat t-Student.

$$t^2 \sim \frac{Z}{\sqrt{\frac{\chi^2}{n}}} \cdot \frac{Z}{\sqrt{\frac{\chi^2}{n}}} = \frac{\frac{Z^2}{n}}{\frac{\chi^2}{n}} = \frac{Y_1/1}{\chi^2/n} \sim F_{1, n}$$

$\left(\begin{array}{l} Z^2 = Y_1 \\ Y_1 \sim \chi^2 \text{ amb } 1 \text{ grau de llibertat} \end{array} \right)$

Observacions: Veiem que la distribució trobada és la Fisher on la primera variable és una normal (0,1) amb 1 grau de llibertat, que es al quadrat
comporta com una chi-quadrat amb 1 gr. llib i la segona variable és un altre chi-quadrat amb "n" gr. llib.
Les dues variable són independents.

- En una distribució t-Student trobem valors positius i negatius, mentre que en la (t-Student)² només trobem positius.