Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática

Universidade de Aveiro

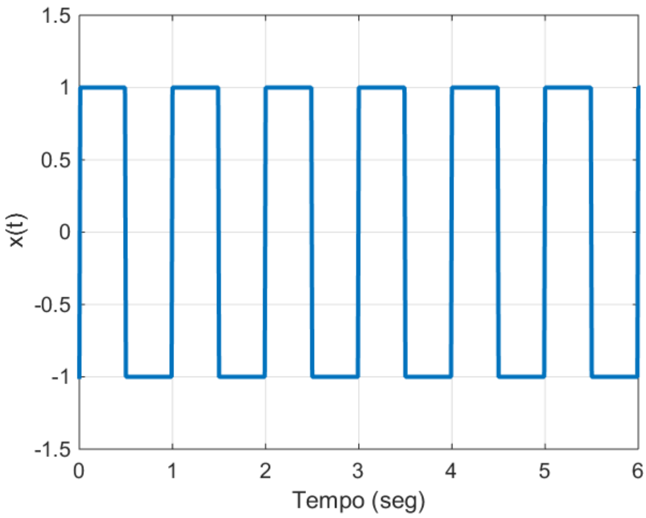
# Sistemas Multimédia

2024/2025

**Guião 03**

## I. Decomposição de Sinais em Série de Fourier

1. Determine as expressões de $a_k$ e $b_k$ correspondentes à representação do seguinte sinal em Série de Fourier:




Relembra-se que

$$x(t) = \sum_{k=0}^{K} A_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k) = \sum_{k=0}^{K} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{K} b_k \sin(k\omega_0 t)$$

Para k>0

$a_k = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} x(t)\cos(k\omega_0 t)\, dt$ e $b_k = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} x(t)\sin(k\omega_0 t)\, dt,$ com $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

Para k=0

$$a_0 = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} x(t)dt$$

No Matlab:

$a_k = (\frac{2}{N})\sum_{n=1}^{N} x(n)\cos(k\omega_0 nTa)$ $b_k = (\frac{2}{N})\sum_{n=1}^{N} x(n)\sin(k\omega_0 tnTa)$ Para k>0

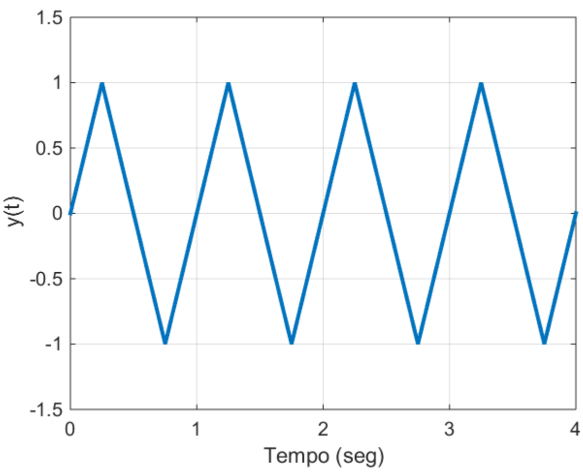
$$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n)$$

2. Desenvolva uma função em MATLAB que produza o sinal resultante da série de Fourier que é gerada a partir da seguinte informação:
   - $T_a$: Período de amostragem, em segundos;
   - $f_0$: Frequência do sinal composto, em Hz;
   - $N_p$: Número de períodos a considerar para o sinal resultante;
   - $a_k$: Vetor ($K$x1) com os valores de $a_k$ da série;
   - $b_k$: Vetor ($K$x1) com os valores de $b_k$ da série.

   Experimente esta função para os valores dos coeficientes da pergunta 1, e veja como progressivamente o resultado se vai aproximando do sinal representado nessa pergunta.

3. Desenvolva uma função em MATLAB que calcule os coeficientes $a_k$ e $b_k$ de um sinal periódico $x(n)$. Essa função deverá receber como argumentos de entrada:
   - $T_a$: Período de amostragem, em segundos;
   - $T_0$: Período do sinal, em segundos;
   - $x$: Vetor ($N$x1) com as amostras sucessivas do sinal a decompor (deverá ser passado um número inteiro de períodos deste sinal, não devendo o último período ficar truncado);
   - $K$: Número de harmónicas a considerar na decomposição.

4. Teste a função desenvolvida na pergunta 3 para decompor o seguinte sinal (e, depois, reconstrua este sinal usando a função desenvolvida na pergunta 2):



**Exercício extra para casa:**

5. Considere agora a série exponencial de Fourier dada por,

$$x(t) = \sum_{k=-K}^{K} C_k e^{j2\pi k f_0 t}$$

$$C_k = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} x(t) e^{-j2\pi k f_0 t} dt$$

Repetia a alínea 1), mas agora calculando teoricamente os $C_k$. Verifique que

$$C_k = \frac{a_k - jb_k}{2}, k = 1,2,..$$

$$C_{-k} = \frac{a_k + jb_k}{2}, k = 1,2,..$$

$$C_0 = \frac{a_0}{2}$$

De seguida desenvolva uma função em MATLAB que produza o sinal resultante da série exponencial de Fourier que é gerada a partir da seguinte informação:
- $T_a$: Período de amostragem, em segundos;
- $f_0$: Frequência do sinal composto, em Hz;
- $N_p$: Número de períodos a considerar para o sinal resultante;
- $C_k$: Vetor ($K$x1) com os valores de $c_k$ da série;

Experimente esta função para os valores dos coeficientes $C_k$ calculados em cima, e veja como progressivamente o resultado também se vai aproximando do sinal representado na alínea 1).