

ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS DA METAHEURÍSTICA ALGORITMO GENÉTICO E DA METAHEURÍSTICA ALGORITMO SLIME MOLD NA OTIMIZAÇÃO DO ROTEAMENTO DO TRANSPORTE ESCOLAR**Bruno Reis Moreira Nacano**

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Pça. Mal. do Ar Eduardo Gomes 50 (Vila das Acácias), São José dos Campos, SP, 12228-900

Universidade Federal de São Paulo

Rua Talim 330, São José dos Campos, SP, 12231-280

bruno.nacano.101303@ga.ita.br

Jefferson Mika

Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Pça. Mal. do Ar Eduardo Gomes 50 (Vila das Acácias), São José dos Campos, SP, 12228-900

Universidade Federal de São Paulo

Rua Talim 330, São José dos Campos, SP, 12231-280

jefferson.mika.101423@ga.ita.br

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi comparar a recente Metaheurística Slime Mold Algorithm (SMA) com a Metaheurística Genética (AG) na solução do problema de roteamento de ônibus escolares. Foi escolhida uma variação do problema de otimização discretamente do caixeiro viajante para encontrar a melhor rota das linhas de veículo de uma unidade escolar de Caraguatatuba-SP. Para obter sua solução ideal, o problema foi formulado como um problema de roteamento de veículo e modelado na linguagem AMPL, resolvido no servidor NEOS utilizando o solucionador Gurobi. Mesmo a AG tendo os melhores, a SMA conseguiu solucionar o problema, apresentando rotas viáveis para o trabalho em questão. Não foram encontrados trabalhos relacionados ao roteamento de veículos, ônibus ou ônibus escolares com a utilização do algoritmo SMA, havendo a possibilidade desse trabalho ser o primeiro relacionado a essa utilização.

PALAVRAS CHAVES. Transporte escolar. Slime Mould Algorithm. Pesquisa Operacional.**MH - Meta-heurísticas, L&T - Logística e Transportes****ABSTRACT**

The objective of this work was to compare the recent Metaheuristic Slime Mold Algorithm (SMA) with Methaurisc Genetica (AG) in solving the school bus routing problem. A variation of the traveling salesman's discrete optimization problem was chosen to find the best route for the vehicle lines of a school unit in Caraguatatuba-SP. To obtain its ideal solution, the problem was formulated as a vehicle routing problem and modeled in the AMPL language, solved on the NEOS server using the Gurobi solver. Even though AG had the best, SMA managed to solve the problem, presenting viable routes for the work in question. No works were found related to the routing of vehicles, buses or school buses using the SMA algorithm, with the possibility that this work is the first related to this use.

KEYWORDS. School Bus Transportation, Slime Mould Algorithm, Operations Research.**MH - Metaheuristics, L&T - Logistic and Transportation**

1. Introdução

O acesso à educação no Brasil é um desafio multifacetado que exige esforços multidisciplinares para garantir a melhoria contínua da educação no país. Nesse contexto, um dos problemas enfrentados é garantir o transporte dos alunos de suas residências até os centros educacionais. Em específico, quando se fala do Brasil com suas dimensões geográficas consideráveis, o problema do transporte toma proporções de custo elevado para os cofres públicos e consequentemente para toda população. Porquanto, no que tange a área de Pesquisa Operacional, o presente trabalho propõe avaliar um método para otimização de rotas do transporte escolar a fim otimizar os recursos disponíveis e auxiliar no dimensionamento da frota de veículos para unidades escolares.

O trabalho propõe avaliar uma recente meta-heurística chamada Slime Mould Algorithm (SMA) [Li S et al 2020]. Como o próprio nome sugere, essa metaheurística surgiu baseada no comportamento do comumente chamado ‘bolor/mofo limoso’, tradução livre do inglês para Slime Mould, porém, sem significado taxonômico, ou seja, não é um fungo de fato na caracterização taxonômica. Esse organismo em especial, o *Physarum polycephalum*, é um organismo caracterizado por uma massa mucilaginosa onde apresenta um comportamento flutuante expansivo e que tende a se alastrar sob superfícies, criando redes de conexões entre fontes de alimento distintas. A ideia apresenta novos recursos com um modelo matemático que fornece um caminho ideal para conectar elementos e com alta capacidade de exploração.

O estudo em específico está interessado em otimizar as rotas de transporte escolar da instituição Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (Apae) de Caraguatatuba. Nesse problema proposto o transporte é destinado a buscar os alunos em sua residência, por isso a necessidade de otimizar o tamanho da frota para buscar cada um dos alunos em sua respectiva residência.

Em suma, o objetivo deste trabalho é resolver um Problema de Otimização Discreta para encontrar a melhor rota para as linhas escolares dessa unidade escolar de Caraguatatuba. Será simulada a disponibilidade de 20 pontos, divididos em n linhas que variam conforme a capacidade dos veículos disponíveis na frota, representando a demanda de transporte de um período do dia. Esta combinação visa minimizar o valor da função objetivo sob as restrições estabelecidas pelos critérios de distância entre os pontos da linha. Para obter sua solução ótima, o problema foi formulado como um modelo na linguagem AMPL, utilizando o solver Gurobi, de modo a obter sua solução ótima. Também foi utilizado um modelo de Metaheurística Genética (AG) como forma de comparação dos resultados para avaliação do SMA.

2. Problema de Roteamento

Além de ser um desafio importante de otimização combinatória amplamente explorado na área de Computação [Toth and Vigo 2002], O Vehicle Routing Problem (Problema de Roteamento de Veículos, VRP) desempenha um papel crítico e fundamental para o êxito do processo logístico e de transporte [Giaglis et al. 2004]. Tendo como essência atender a um número predefinido de clientes por meio de uma frota de veículos, buscando a rota que minimize o custo total é um problema de otimização combinatória, o problema tem sido objeto de estudo na área de Computação por mais de meio século [Dantzig and Ramser 1959]. Ele representa uma variação do Problema do Caixeiro Viajante [Gutin and Punnen 2002, Kanda 2014], classificando-se como NP-difícil [Lenstra and Rinnooy Kan 1981].

O problema será formulado como um modelo conhecido como “Problema do Caixeiro Viajante”, em inglês Traveling Salesman Problem (TSP), um dos problemas mais famosos e estudados na área de otimização combinatória. O TSP visa determinar o caminho mais curto que o caixeleiro viajante pode percorrer, visitando cada cidade exatamente uma vez e retornando à cidade de origem [KARP 1975]. Nesse sentido o problema estudado pode ser modelado como o Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP, ou também m-TSP), uma generalização do problema do caixeleiro viajante, onde é permitido mais de um viajante. Ou seja, existem vários veículos para buscar os alunos saindo da mesma escola.

3. Trabalhos relacionados

Essa seção apresenta uma síntese de trabalhos que exploram soluções tradicionais para roteirização de veículos e sua aplicação no transporte escolar, também conhecido como Problema do Transporte Escolar (PTE). Além disso, são explanados os respectivos métodos aplicados à solução deste tipo de problema, assim como, os resultados qualitativos pertinentes a cada metodologia.

Os trabalhos de Belfiore (2006) e Mendonça (2010) não estão diretamente ligados à solução do PTE, porém, apresentam uma revisão bibliográfica objetiva sobre o problema de roteirização e métodos de solução. Belfiore (2006) explora a literatura de problemas de estoque e roteiros, por sua vez, Mendonça (2010) explica o problema de roteiros a partir do clássico problema do carteiro chinês. Assim, são apresentados métodos clássicos para solução desses problemas e discutida a vantagem e desvantagem entre eles, em síntese, esses trabalhos fornecem a base da fundamentação teórica para solução de um problema de roteirização.

O trabalho de Caldas (2022) aplica uma metaheurística Iterated Local Search (ILS) para atender 13.664 alunos em áreas rurais do estado do Rio de Janeiro, Brasil. Para atingir esse objetivo, o Problema de Roteamento de Ônibus Escolares foi considerado, envolvendo uma frota heterogênea, para minimizar o custo global, tendo em conta as restrições de capacidade do veículo e a distância máxima de viagem. O método foi aplicado a dados do Estado do Rio de Janeiro, visando preencher a lacuna entre a prática escolar, práticas de transporte e modelos acadêmicos, bem como quantificar o potencial econômico e benefícios. Experimentos computacionais demonstraram que, ao comparar os resultados do método com as rotas atualmente utilizadas, obtém-se uma redução média de custos de 40,5% e uma redução na quilometragem média por aluno de 46,0% [Caldas, 2022].

O trabalho de Porto et al. (2018) apresenta um comparativo entre diferentes ferramentas de roteamento aplicadas ao problema de PTE em zonas rurais. Nesse contexto, o grupo de pesquisadores avalia um programa baseado em Sistemas de Informação Geográfica (SIG) a fim de reduzir custos do serviço de transporte, por sua vez, comparam contra um programa comercial conhecido ArcGIS. Essa metodologia SIG relaciona dados espaciais (ruas, endereço no mapa, etc.) com dados tabulares (exemplo: coordenadas GPS), dessa forma, é possível manipular as informações de cada ponto de parada em uma mapa, logo, uma forma mais direcionada para solução do problema de roteamento em diferente situação, nesse caso, o transporte escolar.

Melo (2021) apresenta um estudo que abordou uma extensão do Problema de Roteamento de Ônibus Escolares (SBRP, sigla em inglês), que abrange subproblemas como localizar pontos de ônibus, atribuir alunos a pontos selecionados e rotear ônibus por vários períodos dentro de uma única escola. O objetivo foi minimizar a distância total percorrida pela frota nos períodos analisados, considerando a capacidade dos veículos e a distância máxima de caminhada dos alunos até as paradas. Um modelo matemático para o problema foi apresentado, e um algoritmo baseado em ILS e Metaheurísticas de Descida de Vizinhança Variável (VND) foram propostos. Além disso, heurísticas para inserir e remover paradas considerando vários períodos foram desenvolvidos, conhecidos como Pesquisa Local Iterada com descida e remoção de vizinhança variável aleatória (ILS-RVND-R, sigla em inglês). O algoritmo proposto foi executado para um determinado número de instâncias do SBRP, demonstrando desempenho favorável e baixo custo computacional para os problemas. [Melo 2021]

Um estudo de caso com foco no problema de roteamento de ônibus escolares foi descrito por Li e Fu (2002) e formulado como um problema de otimização combinatória multiobjetivo. Os objetivos considerados incluíam minimizar o número total de ônibus necessários, o tempo total de viagem gasto pelos alunos até os pontos de coleta (um factor crucial para as escolas e os pais dos alunos) e o tempo total de viagem no veículo de transporte. Um algoritmo heurístico eficiente foi proposto e executado, produzindo resultados numéricos que demonstraram eficácia com uma redução de 29% no tempo total de viagem em comparação com as práticas de referência [Li e Fu 2002].

Por fim, o artigo de Manumbu (2014) descreve a formulação matemática para o problema de roteirização escolar. Esse trabalho demonstra a aplicação de métodos de solução em um ambiente diferente dos problemas descritos até então, mostrando um caso prático de aplicação em uma localidade da Tanzânia. Em essência a modelagem matemática é similar com os demais, apenas algumas condições de contorno são intrínsecas aquela localidade. O principal diferencial deste artigo é a consideração de que os pontos de coleta não estão necessariamente ordenados de forma linear, ou seja, a ordem de coleta nos pontos não é necessariamente fixa, pode-se mudá-la a fim de reduzir o tempo de viagem dos estudantes. Dessa forma, pode-se pensar em outras maneiras de otimizar uma rota, neste caso, diminuir o tempo total dos alunos no percurso, e não necessariamente o menor custo de deslocamento para o veículo de transporte.

O Slime Mould Algorithm de *Physarum polycephalum* foi analisado como um substrato biológico ideal para redes de transporte. Quando exposto a várias fontes de nutrientes, o molde de lodo se propaga, coloniza as fontes e as conecta através de uma rede de tubos protoplasmáticos, supostamente otimizados para

a transferência de nutrientes e metabólitos. A formação da rede protoplasmática do molde de limo assemelha-se ao desenvolvimento de sistemas de transporte humanos. Quando representada as principais áreas urbanas da China por meio de flocos de aveia, e inoculado o molde de lodo em Pequim, o molde de lodo colonizou todas as áreas urbanas revelando que *P. polycephalum* oferece uma combinação muito eficaz para as redes de autoestradas chinesas [Adamatzky et al., 2013]. Foi demonstrado que o Slime Mould *Physarum polycephalum* forma redes com eficiência, sendo utilizado no sistema ferroviário de Tóquio. Conclui-se que os mecanismos centrais necessários para a formação de redes adaptativas podem ser capturados em um modelo matemático de inspiração biológica que podem ser úteis para orientar a construção de redes em outros domínios [Tero et al, 2010].

Em suma, foram apresentados diferentes problemas de otimização de rotas para o problema escolar. Dependendo da formulação do problema, pode-se perceber que ao passo que aumenta a complexidade do modelo são necessários métodos mais robustos para solução, o que justifica o uso de meta heurística para solução de um problema que em essência assemelha-se ao clássico caixeiro viajante.

4. Metaheurísticas AG e SMA

Duas Metaheurísticas serão utilizadas para comparação dos resultados. Uma delas será o Algoritmo Genético (AG), criado por John Holland em 1975, baseado na teoria da evolução natural de Charles Darwin. Adaptando o problema do caixeiro viajante para o AG seguindo a lógica proposta na Figura 1 por Chen et al. [Chen et al. 2010], serão determinadas as coordenadas dos pontos do problema, sendo cada ponto representado por um par de coordenadas de longitude e latitude. As distâncias entre os pontos foram calculadas por meio de uma função euclidiana, que calcula a distância euclidiana entre dois pontos com base em suas coordenadas. Em cada geração, a população será classificada com base na aptidão, então, uma nova população será criada através de cruzamento e mutação. Sendo assim, implementa-se o elitismo, onde o melhor indivíduo da geração anterior é preservado na nova população. O algoritmo continua até que os resultados se estabilizem após um número determinado de gerações. A melhor solução encontrada é a rota com a menor distância percorrida [Chen et al. 2010].

GA Algorithm

```

1:   T = O;
2:   Generate initial population  $P(0)$ ;
3:   for all each individual  $i$  o factual population  $P(t)$  do
4:     Evaluate fitness of individual  $i$ ;
5:   end for
6:   while stopping criterion is not satisfied do
7:      $t = t + 1$ ;
8:     Select population  $P(t)$  from  $P(t-1)$ ;
9:     Apply cross operator on  $P(t)$ ;
10:    Apply mutation operator on  $P(t)$ ;
11:    Evaluate  $P(t)$ ;
12:   end while

```

Figura 1: Pseudo-algoritmo AG, Chen et al. 2010.

Por sua vez, o algoritmo SMA exposto na Figura 2 representa uma abordagem meta-heurística recentemente apresentada por Shimin Li [Li et al. 2020]. O SMA modela-se a partir da estrutura do bolor limoso acelular *Physarum polycephalum*, comportando-se ativamente na busca por uma fonte de nutrição. A seguir, refere-se ao *Physarum polycephalum* como "Molde de Mofo". Esta entidade complexa apresenta uma estrutura amebóide composta por tubos interconectados, responsáveis por transportar citoplasma por todo o organismo. Essa capacidade é possível devido à anatomia peculiar do molde, permitindo a construção de redes complexas de veias entre várias fontes de alimento, possibilitando a alimentação simultânea de todas elas. Após localizar uma fonte de alimento, o oscilador bioquímico do Molde de Mofo envia ondas contráteis pelo sistema venoso, resultando em veias tubulares que transportam citoplasma. A velocidade do fluxo citoplasmático está relacionada à espessura da parede da veia, aumentando quando a taxa de fluxo aumenta e diminuindo quando a taxa de fluxo diminui. O bolor limoso depende de informações tanto positivas quanto

negativas para alcançar as fontes de alimento. Na sequência, serão fornecidas explicações detalhadas sobre o modelo matemático proposto e o procedimento associado.

Algorithm 1 Pseudo-code of SMA

```

Initialize the parameters popsize, Max_iteraiton;
Initialize the positions of slime mould  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ;
While ( $t \leq \text{Max\_iteraiton}$ )
    Calculate the fitness of all slime mould;
    update bestFitness,  $X_b$ 
    Calculate the  $W$  by Eq. (2.5);
    For each search portion
        update  $p, vb, vc$ ;
        update positions by Eq. (2.7);
    End For
     $t = t + 1$ ;
End While
Return bestFitness,  $X_b$ ;

```

Figura 2: Pseudo-algoritmo SMA, Li et al. 2020.

Seja $vb \rightarrow$ um parâmetro com intervalo de $[-a, a]$, $vc \rightarrow$ diminui linearmente de 1 a 0. t representa a iteração atual, $X_b \rightarrow$ representa o local individual com maior odor concentração encontrada atualmente, $X \rightarrow$ representa a localização do Slime Mould, $X_A \rightarrow$ e $X_B \rightarrow$ representam dois indivíduos selecionados aleatoriamente de Slime Mould, $W \rightarrow$ representa o peso do Slime Mould.

$p = \tanh |S(i) - DF|$, onde $i \in (1, 2, \dots, n)$, $S(i)$ Representa o fitness (aptidão) de $X \rightarrow$, sendo DF a representação do melhor fitness resultante de todas as interações.

Sendo $vb \rightarrow = [-a, a]$, e $a = \arco(-\frac{t}{\max_t}) + 1$ e sendo a fórmula do $W \rightarrow =$

$$W(\text{SmellIndex}(i)) = \begin{cases} 1 + r \cdot \log \left(\frac{bF - S(i)}{bF - wF} + 1 \right), & \text{condition} \\ 1 - r \cdot \log \left(\frac{bF - S(i)}{bF - wF} + 1 \right), & \text{others} \end{cases}$$

$\text{SmellIndex} = \text{sort}(S)$

$$\vec{X^*} = \begin{cases} \text{rand} \cdot (UB - LB) + LB, \text{rand} < z \\ \vec{X_b(t)} + \vec{vb} \cdot (W \cdot \vec{X_A(t)} - \vec{X_B(t)}), r < p \\ \vec{vc} \cdot \vec{X(t)}, r \geq p \end{cases}$$

Onde LB e UB representam os limites inferiores e superiores do intervalo de pesquisa, rand e r indicam valores aleatórios no intervalo $[0,1]$. O valor de z será abordado durante a configuração experimental dos parâmetros. O Slime Mould depende principalmente do processo de propagação de ondas gerado pelo oscilador biológico para modular o fluxo citoplasmático nas veias, buscando assim posicionar-se de maneira mais vantajosa em relação à concentração alimentar. O mofo pode aproximar-se das fontes de alimento de maneira mais eficiente ao identificar maior qualidade, adotando uma abordagem mais gradual quando a concentração de alimentos é menor em uma determinada posição. Essa estratégia melhora a eficiência do Slime Mould na escolha da fonte alimentar ideal. Mesmo após encontrar uma fonte de alimento de maior qualidade, o mofo ainda reserva parte do seu recurso orgânico para explorar outras áreas, em vez de concentrar todos os esforços em uma única fonte [Li et al. 2020].

5. Dados do problema estudado

Essa seção apresenta uma síntese dos dados dos pontos de coleta dos estudantes, dos veículos avaliados e demais parâmetros para aplicação no problema do transporte escolar no exemplo fictício proposto para roteirização de ônibus escolares na Cidade de Caraguatatuba.

Em particular, o estudo está interessado em otimizar as rotas de transporte escolar da instituição Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (Apae) de Caraguatatuba, nesse caso em específico, está sendo considerado que o transporte é destinado a buscar cada um dos alunos em sua residência. Nesse sentido o problema estudado pode ser modelado como o Multiple Traveling Salesman Problem (mTSP), uma generalização do problema do caixeteiro viajante onde é permitido mais de um viajante, ou seja, existem vários veículos para buscar os alunos saindo da mesma escola.

Os dados são baseados nas informações apresentadas pelo site da prefeitura da cidade, todavia, são abstraídos determinados valores a fim de formular o problema.

O conjunto de elementos e parâmetros utilizados no modelo são relacionados conforme a listagem:

Conjuntos:

- Escolas: Conjunto de escolas a serem atendidas pelos ônibus escolares;
- Alunos: Conjunto de alunos que precisam ser transportados para a escola;
- Ônibus: Conjunto de ônibus escolares disponíveis.

Parâmetros:

- Capacidade Máxima do veículo selecionado;
- Distância: Matriz que representa as distâncias entre escolas e paradas de ônibus.
- Localização Inicial.

O problema visa diminuir a distância percorrida pela frota de veículos selecionados para o transporte. Para isso serão avaliados 4 tipos de veículos diferentes:

- carros com capacidade de 4 alunos;
- minivan com capacidade de 6 alunos;
- van com capacidade de 12 alunos;
- micro-ônibus com capacidade de 22 alunos.

Serão considerados 20 alunos nas redondezas dessa instituição, a localização desses alunos é fictícia e aleatória, conforme a Figura 3. A partir dos pontos de latitude e longitude da casa de cada aluno fictício foi gerado uma rota de veículo através da ferramenta Google Earth, conforme a Figura 4, com isso foi encontrado a distância (em metros) mais próxima da realidade entre cada um dos pontos de parada do veículo, onde a escola é o ponto 0.

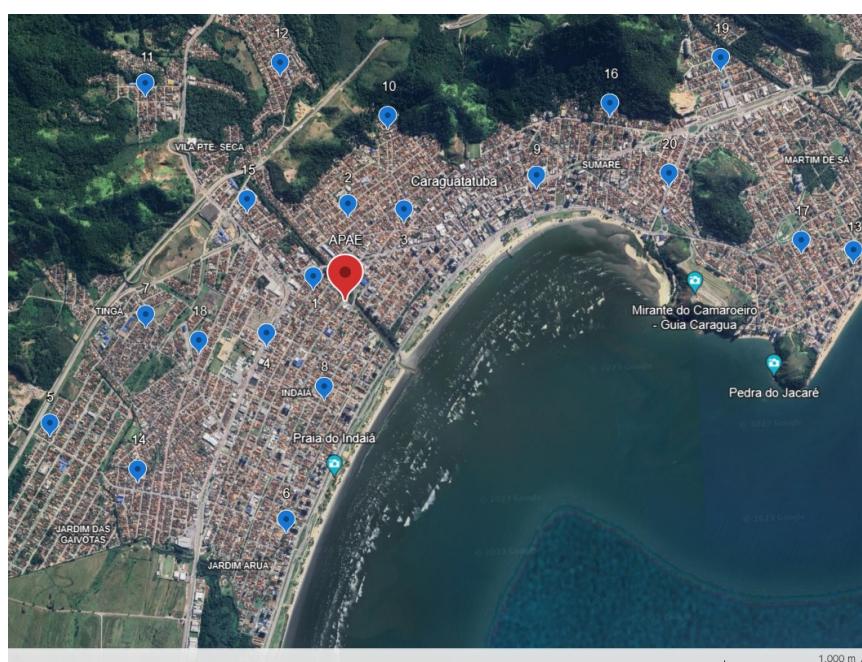


Figura 3 - Mapa da localização fictícia de 20 alunos.

Para avaliar o desempenho do modelo proposto será feito as seguintes variações de parâmetros gerando os problemas de 1 a 13, conforme o Quadro 1, será avaliado o tempo de processamento conforme aumenta o número de alunos, além de avaliar com qual tipo de veículo pode-se obter a menor distância percorrida para cada quantidade de alunos avaliada.

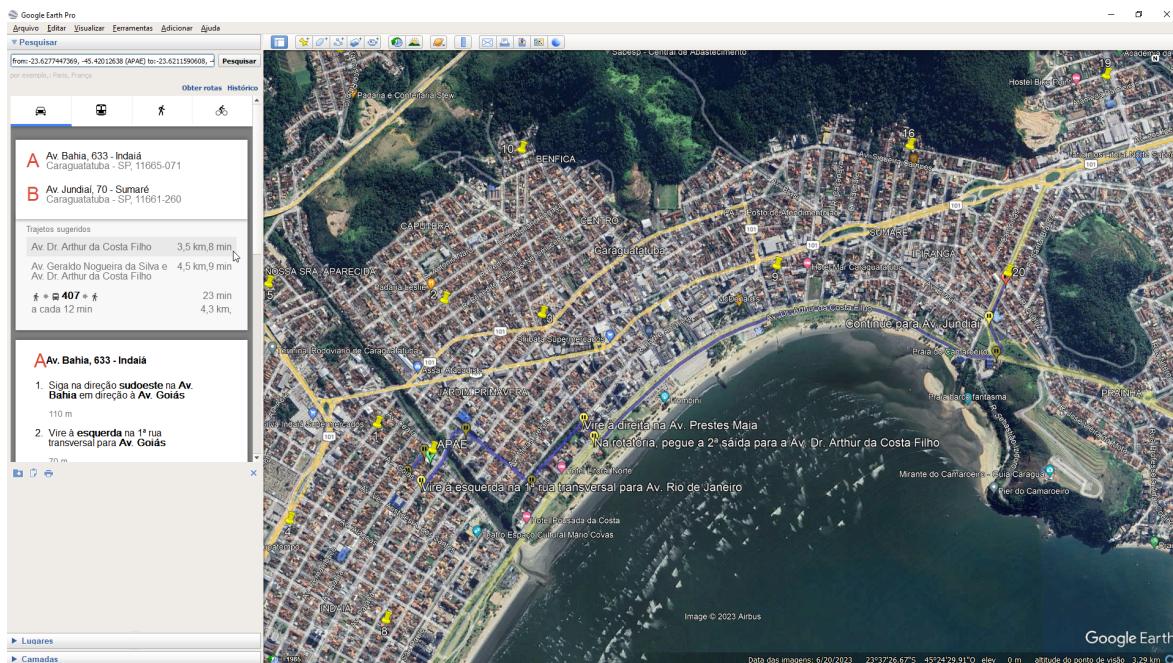


Figura 4 - Ilustração de como foi obtido os valores de distância entre os pontos usando a ferramenta Google Earth.

6. Modelo matemático

Para solução do problema exato foi utilizado o modelo do múltiplo caixeiro viajante aplicado em Problema de Roteamento de Veículos (PRV).

Seguindo a formulação de PRV [Arenales et. al 2015], considerar um grafo orientado completo $G = (N, E)$.

Conjuntos:

$C = \{1, \dots, n\}$ = Conjunto de nós, alunos a serem atendidos pelo transporte escolar.

$N = C \cup \{0, n+1\} = \{0, n+1\}$ representam a escola.

$E = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq n+1, j \neq 0\}$ = Conjunto de arestas entre os pontos atendidos, as rotas começam em 0 e terminam em $n+1$.

K , onde $k \in K$ = Conjunto de veículos escolares disponíveis.

Parâmetros:

c_{ij} = Distância entre os pontos i e j , $(i, j) \in E$.

Q_m = Capacidade máxima do veículo $k \in K$.

Variáveis de Decisão:

x_{ijk} = Variável binária, $k \in K, (i, j) \in E = 1$ indica que o ônibus k vai para uma parada ij , 0 caso contrário.

Função Objetivo:

Minimizar o custo total, sendo esse a soma das distâncias percorridas pelos ônibus:

$$\text{Minimizar } \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} x_{ijk}$$

Restrições:

Garantir que cada aluno i é atendido por um único veículo:

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} = 1, \quad i \in C$$

Garantir que o veículo k não exceda sua capacidade Q :

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} \leq Q, \quad k \in K$$

Garantir que cada veículo k parte da escola uma única vez:

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jk} = 1, \quad k \in K$$

Garantir que cada veículo k volte para escola uma única vez:

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{i,n+1,k} = 1, \quad k \in K$$

Garantir que cada veículo k entre e saia de um nó h uma única vez:

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{ihk} - \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{hjk} = 0, \quad h \in C, \quad k \in K$$

Eliminar sub rotas:

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subset C, \quad 2 \leq |S| \leq |n/2|, \quad k \in K$$

Tipo da variável:

$$x \in K^{K^{|E|}}$$

7. Heurísticas para o Problema de Roteamento de Veículos em Transporte Escolar:

7.1 Algoritmo Genético

O algoritmo cria uma população de soluções de forma aleatória, utilizamos por parâmetro uma população de 1.000 soluções. As escolas que já estão presentes nas rotas das "filhas" são excluídas. Colocamos uma taxa de probabilidade de cross-over em 0.9 Define-se uma função de mutação que introduz uma pequena probabilidade de alteração nas rotas dos veículos. A mutação pode envolver a troca de escolas em uma rota, reordenação de escolas ou ajustes nas rotas. Foi estabelecido uma probabilidade de mutação de 0,05. Essa solução representou o roteamento mais eficiente dos veículos para atender às escolas no contexto do transporte escolar.

7.2 Metaheurística do Algoritmo Slime

Para o SMA foi utilizada uma formulação em python, com a utilização da biblioteca mealpy. A classe SMA foi instanciada com parâmetros específicos, como 1000 iterações (epoch), uma população inicial de 50 agentes (pop_size), e um limiar de probabilidade de 0.03 (p_t). O treinamento do modelo ocorre através do método solve(), que utiliza paralelismo durante a geração da população inicial e a atualização dos alvos para toda a população. Ao longo das iterações, o SMA busca otimizar a função objetivo, explorando eficientemente o espaço de busca definido pelos limites estabelecidos. Os resultados do treinamento são impressionantes, exibindo a solução e o valor de aptidão do melhor agente encontrado durante o processo de otimização.

Os arquivos de dados e os modelos estão disponíveis na plataforma de hospedagem de código-fonte e arquivos com controle de versão, Github, pelo link: [https://github.com/Bruunoreis/sma_ga_mtsa.git].

8. Resultados

8.1 Modelo exato

O modelo exato foi resolvido pelo solver Gurobi e a solução obtida através do NEOS Server e limitada a 20 pontos devido à capacidade disponível pela ferramenta. O servidor NEOS possui capacidade limitada e por isso o número de pontos avaliados foi reduzido.

Ao passo que aumenta o número de alunos, o número de variáveis e restrições aumenta de tal maneira que o problema fica oneroso para ser resolvido. Dessa forma, é inviável solucionar um problema real onde o número de alunos chega na ordem de centenas por escolas. Logo, é necessário a aplicação de outros métodos para solução do problema, obtendo uma solução próxima a melhor solução, dada as limitações de tempo e capacidade computacional para obtenção de uma solução satisfatória.

Como a solução exata providenciada pelo servidor do NEOS não suporta mais de 20 alunos, a partir desse número não é possível comparar com a solução via metaheurística, sendo assim, a comparação

avaliou a resposta em até 20 estudantes. A partir daí as metaheurísticas se mostram essenciais para obtenção de uma solução para o problema.

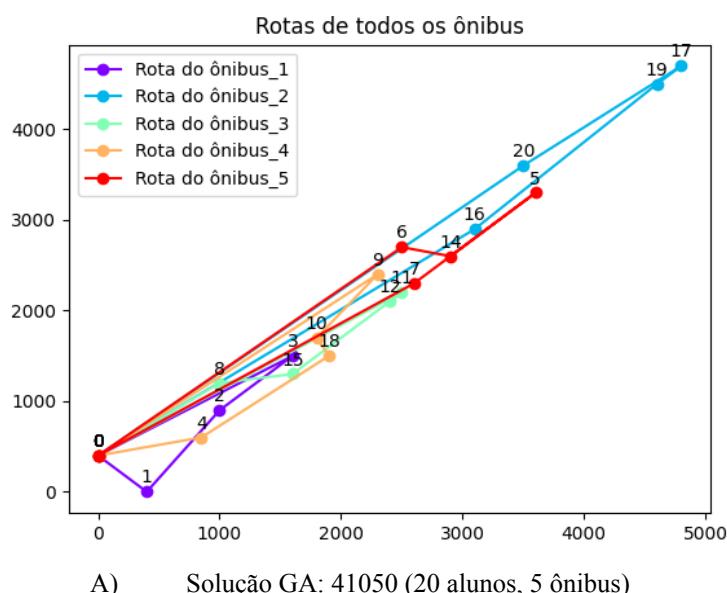
A Figura 5 a seguir ilustra um exemplo da representação gráfica da rota ótima para o caso de 5 alunos e um veículo, a fim de ilustrar a solução do problema pelo modelo exato. O veículo parte da escola (0) em direção ao ponto 2-3-5-4-1 e retorna a escola de origem.



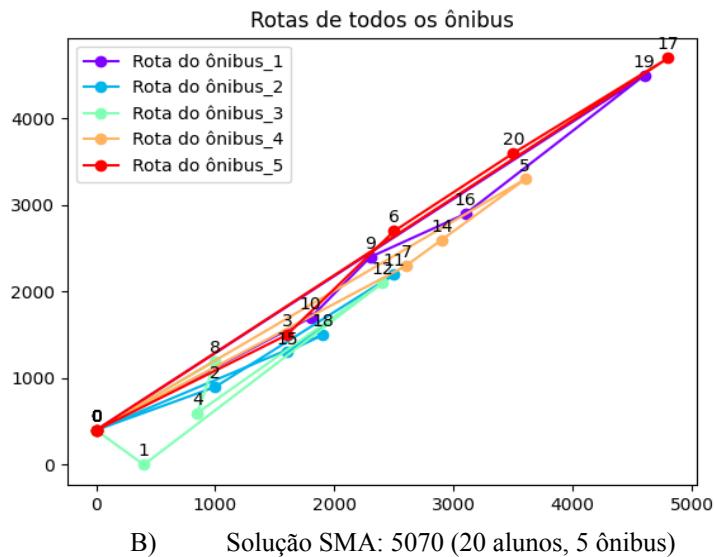
Figura 5 - Solução pelo modelo exato da instância do Problema 1: 0-2-3-5-4-1-0

8.2 Metaheurísticas

As metaheurísticas foram validadas através da comparação da solução exata dada pelo modelo matemático. Na comparação entre as Metaheurísticas foi analisado que o AG apresentou melhores resultados do que o SMA em todas as instâncias. Essa divergência pode ser explicada na formulação das metaheurísticas. Enquanto o SMA é inspirado em processos biológicos, tende a potencializar a busca pela melhor rota com base na concentração de slime, fortalecendo as conexões ao longo do caminho com maior concentração, buscando um caminho eficiente [Adamatzky et al., 2013], o algoritmo genético segue uma abordagem evolucionária, utilizando conceitos de seleção natural, cruzamento e mutação para evoluir uma população de soluções ao longo das gerações, eliminando soluções menos eficientes. Sendo assim O slime mold foca na amplificação de rotas promissoras com base nas condições locais, ou seja, na concentração de slime e o algoritmo genético busca uma otimização global, introduzindo variação e seleção ao longo de iterações para convergir para soluções mais eficientes [Chen et al. 2010].



No entanto, o algoritmo SMA conseguiu solucionar o problema, apresentando rotas viáveis para o trabalho em questão. O algoritmo SMA foi utilizado para formulação do caminho mais curto do metro de Tokio [Tero et al, 2010], no Japão e em Pequim, na China [Adamatzky et al., 2013]. Não foram encontrados trabalhos relacionados ao roteamento de veículos, ônibus ou ônibus escolares com a utilização do algoritmo SMA, havendo a possibilidade desse trabalho ser o primeiro relacionado a essa utilização.



8.3 Comparaçāo dos resultados:

No Quadro 1 são apresentados os dados comparativos entre as soluções encontradas pelo solver Gurobi, SMA e GA.

Quadro 1 - Comparaçāo entre os resultados do modelo exato e das Metaheurísticas GA e SMA

Instâncias				Gurobi		Metaheurística Algoritmo Genético - AG			Metaheurística Algoritmo Smile Mould -SMA		
inst.	Alunos	Capacidade veículo	Número de veículos	Solução ótima (m)	Tempo de execuçāo (s)	Melhor Solução	Média	Tempo de Execuçāo (s)	Melhor Solução	Média	Tempo de Execuçāo (s)
1	5	4	2	3800	2	11070	11070	14s	11450	11450	7s
2	10	4	3	12500	9	13632	13640	15s	13200	15150	15s
3	15	4	4	30100	1020*	21941	21959	17s	38059	40150	27s
4	20	4	5	**	**	39000	40550	41s	50700	54250	1225s
5	5	6	1	3800	2	6539	6539	8.7s	10600	10600	4s
6	10	6	2	11650	21	15200	15200	23s	14900	16150	10s
7	15	6	3	29000	300	28550	28550	16s	36000	36000	20s
8	20	6	4	**	**	21666	21789	17s	37200	38150	13s

9	5	12	1	3800	2	6539	6539	8.7s	10600	10600	4s
10	10	12	1	11650	21	15350	16850	3.9s	17300	15750	7s
11	15	12	2	27500	120	32550	32550	16s	37200	38150	13s
12	20	12	2	**	**	42250	42250	17s	49200	49200	440s
13	20	22	1	26600	420	42800	42800	40.5s	52700	52700	12s

Observações:

* O tempo aumentou de forma abrupta devido a quantidade de variáveis no problema, nesse caso, o que justificou o aumento foi o acréscimo de mais um veículo à rota.

**NEOS não tem capacidade para resolver devido ao número de variáveis: “Your job was terminated because it exceeded the maximum allotted memory for a job.”

O limite de 20 pontos de estudo pela solução exata é o fator decisivo para a necessidade de uma metaheurística a fim de resolver problemas reais com instâncias maiores.

9. Conclusão

A solução exata em AMPL providenciada pelo servidor do NEOS não suportou mais de 20 alunos, a partir desse ponto as metaheurísticas se mostram essenciais para obtenção de uma solução para o problema.

Na comparação entre as Metaheurísticas foi analisado que o AG apresentou melhores resultados do que o SMA em todas as instâncias. Essa divergência pode ser explicada na formulação das metaheurísticas. Enquanto o SMA é inspirado em processos biológicos, tende a potencializar a busca pela melhor rota com base na concentração de slime, fortalecendo as conexões ao longo do caminho com maior concentração, buscando um caminho eficiente o algoritmo genético, segue uma abordagem evolucionária, utilizando conceitos de seleção natural, cruzamento e mutação para evoluir uma população de soluções ao longo das gerações, eliminando soluções menos eficientes.

No entanto, o algoritmo Slime Mould conseguiu solucionar o problema, apresentando rotas viáveis para o trabalho em questão. Como o SMA é relativamente recente na literatura, até então sua aplicação está sendo estudada em diversos campos de problemas, por sua vez, o estudo proposto faz parte desses esforços de avaliação do algoritmo para novas aplicações, nesse caso relacionado ao roteamento de veículos, ônibus ou ônibus escolares utilizando do SMA, sendo assim, esse trabalho visou avaliar a aplicação dessa técnica relacionado a problemas de transporte.

Referências:

Arenales M., Armentano V., Morabito R., Yanasse H.. (2015). Pesquisa Operacional: Para Cursos de Engenharia, Segunda Edição. Editora Elsevier. Rio de Janeiro.

Belfiore P. P, Costa O. L. V., Fávero L. P. L. (2006), Problema de estoque e roteirização: revisão bibliográfica. USP. Revista Produção, v. 16, n. 3, p. 442-454.

BRASIL. [Constituição (1988)]. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília, DF: Presidente da República, [2016].

Caldas L., Martinelli R., Rosa B. (2022), Solving a School Bus Routing Problem in Rural Areas: An Application in Brazil. In: de Armas, J., Ramalhinho, H., Voß, S. (eds) Computational Logistics. ICCL 2022. Lecture Notes in Computer Science, vol 13557. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-16579-5_12

Chen, S. e outros. al.(2010). Otimização baseada em algoritmo genético para redes de rádio cognitivas”, Simpósio IEEE Sarnoff.

Dantzig, G.; Fulkerson, R.; Johnson, S. (1954), Solução de um problema de caixeiro viajante em grande escala. Jornal da sociedade de pesquisa operacional da América, INFORMS, v. 4, pág. 393–410, 1954.

Gutin, G. e Punnen, A. P., (2002). The traveling salesman problem and its variations. Combinatorial optimization. Kluwer Academic, Dordrecht, London. Dantzig, G. B. and Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. ManagementScience, 6(1):80–91. Lenstra, J. K. and Rinnooy Kan, A. H. G. (1981). Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems. Networks, 11:221–227.

Giaglis, G. M. et al. (2004). Minimizing logistics risk through real-time vehicle routing and mobile technologies: Research to date and future trends. International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, 34(9):749–764.

Gharehchopogh FS, Ucan A, Ibrikci T, Arasteh B, Isik G. (2023), Slime Mould Algorithm: A Comprehensive Survey of Its Variants and Applications. Arch Comput Methods Eng. 2023;30(4):2683-2723. doi: 10.1007/s11831-023-09883-3. Epub 2023 Jan 12. PMID: 36685136; PMCID: PMC9838547.

Li L., Fu Z. (2002), The school bus routing problem: a case study. The Hong Kong Polytechnic U. Article in Journal of the Operational Research Society.

Li S., Chen H., Wang M., Heidari A. A. (2020), Slime mould algorithm: A new method for stochastic optimization. Future Generation Computer Systems. <https://aliasgharheidari.com/SMA.html>. 300-323. 10.1016/j.future.2020.03.055.

Mendonça P. F., Kestring F. B. F., Silva F. P. (2010), Um estudo sobre roteirização. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campus Medianeira, Paraná. ISSN 2175-1846 / v.01, n01.

Manumbum D. M., Mujuni E., Kuznetsov D. (2014), Mathematical Formulation Model for a School Bus Routing Problem with Small Instance Data. ISSN 2224-5804 (Paper). Mathematical Theory and Modeling E-Journal. Vol.4, No.8.

Moraes, M. B. da C. e Nagano, M. S. (2013), Cash management policies by evolutionary models: a comparison using the Miller-Orr model. JISTEM - Journal of Information Systems and Technology Management [online]. 2013, v. 10, n. 3 [Accessed 10 June 2023], pp. 561-576. Available from: <<https://doi.org/10.4301/S1807-17752013000300006>>. ISSN 1807-1775.

Melo I. E. S., Kramer R. (2021), Uma abordagem heurística para o Multi-Period School Bus Routing Problem. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.

Porto M. F., De Carvalho I. R. V., Teixeira R., Cardoso L., Nunes N. T. R., Alves L. V. R., Baracho R. M. A. (2018), Benefícios Do Transcolar Rural Na Otimização De Rotas: Um Estudo Comparativo Entre Diferentes Ferramentas De Roteamento. 8º CONGRESSO LUSO-BRASILEIRO PARA O PLANEAMENTO URBANO, REGIONAL, INTEGRADO E SUSTENTÁVEL (PLURIS 2018). Coimbra - Portugal.

Tero, A. & Takagi, S. & Saigusa, T. & Ito, K. & Bebber, D. & Fricker, M. & Yumiki, K. & Kobayashi, R. & Nakagaki, T.. (2010). Rules for Biologically Inspired Adaptive Network Design. Science (New York, N.Y.). 327. 439-42. 10.1126/science