

⑩ $h \mapsto (1+h)^{\frac{1}{n}}$ est définie sur $I =]-1, 0[\cup]0, +\infty[$. Elle est de classe C^∞ donc admet un DL de tout ord

$$\begin{aligned}
h)^{\frac{1}{n}} &= e^{\frac{1}{n} \ln(1+h)} = e^{1-\frac{h}{2}+\frac{h^2}{3}+o(h^2)} = e^1 \cdot e^{-\frac{h}{2}} \cdot e^{\frac{h^2}{3}+o(h^2)} = e(1 - \frac{h}{2} + \frac{h^2}{8} + \\
o(h^2))(1 + \frac{h^2}{3} + o(h^2)) &= (e - \frac{eh}{2} + \frac{eh^2}{8} + o(h^2))(1 + \frac{h^2}{3} + o(h^2)) = e + \frac{eh^2}{3} - \\
\frac{eh}{2} + \frac{eh^2}{8} + o(h^2) &= e - \frac{eh}{2} + \frac{11}{24}h^2e + o(h^2)h \rightarrow_0 \\
(1+h)^{\frac{1}{n}} &= e - \frac{eh}{2} + \frac{11}{24}h^2e + o(h^2)h \rightarrow_0
\end{aligned}$$