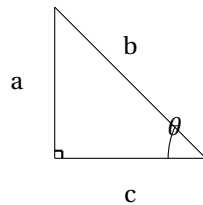


[36] ♡ Soit  $f$  un endomorphisme de  $(E, +, \cdot)$ . Montrons que :  $\text{Ker}(f^0) \subset \text{Ker}(f^1) \subset \text{Ker}(f^2) \subset \text{Ker}(f^3) \dots$

Mais d'où ça sort ça, voyons ? Ce n'est pas bien dur en vrai : Avec les règles de la formule : "CASSE TOI" ou "CAH SOH TOA" (pardon) :

☺



$$a = ?$$

$$b = ?$$

$$c = ?$$

$$\text{On a } \tan(\arctan(x)) = x = \frac{x}{1}$$

$$\text{de plus } \tan(\theta) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{a}{c}$$

$$\text{En prenant } \arctan(x) = \theta :$$

$$\text{on a l'égalité : } \frac{a}{c} = \frac{x}{1}$$

on identifie :

$$a = x$$

$$c = 1$$

Pour avoir  $b$ , on sait que par le théorème de Pythagore :

$$b^2 = a^2 + c^2 = x^2 + 1$$

$$b = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\text{De la même manière : } \sin(\theta) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypo}} = \frac{a}{b} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \sin(\arctan(x))$$

☺

Revenons au calcul intégral :

$$\text{On pose } t = \sqrt{1 + x^2} :$$

$$\text{ainsi } x = \sqrt{t^2 - 1}$$

$$\text{et on a : } dx = \frac{2t}{2 \cdot \sqrt{t^2 - 1}} \cdot dt = \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}} \cdot dt \text{ après simplification par 2}$$

$$\text{Ainsi } I = \int_0^1 \sin(\arctan(x)) dx = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \cdot dx = \int \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}} \cdot \frac{\sqrt{t^2 - 1}}{t} \cdot dt = \int 1 \cdot dt$$

Tiens, tiens, une formule facile à calculer :  $I = [t]$

On remplace par ce qu'on a posé normalement pour revenir aux bornes qu'on connaît :

$$I = \left[ \sqrt{1 + x^2} \right]_0^1 = \sqrt{2} - 1$$

Est-ce que :  $\left( \frac{n^2 + n + 1}{n^2 - n + 1} \right)^n$  peut s'écrire sous la forme  $\left( 1 + \frac{2}{n} \right)^n$  comme on sait que cette dernière tend vers  $e^2$  MERCI A TOI DUC DE M'AVOIR APPRIS A CODER EN  $\text{\LaTeX}$ .