UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E NATURAIS

FACULDADE DE MATEMÁTICA

LISTA DE EXERCÍCIOS

Disciplina: EN01205 Cálculo computacional II

Professora: Cristina Vaz

Período: 2025.2 - Horário: 14h50 às 16h30 - Sala Mirante: 410

Unidades 5: Lista 4

1. Calcule as seguintes integrais duplas:

   a) $\displaystyle\int_0^{\pi/2}\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}(x)\,\cos(y)\,dx\,dy$;

   b) $\displaystyle\int_1^4\int_1^2 \left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\,dx\,dy$;

   c) $\displaystyle\int_0^1\int_0^1 e^{x+2\,y}\,dx\,dy$;

   d) $\displaystyle\int_0^1\int_0^1 x\,y\,\sqrt{x^2+y^2}\,dx\,dy$;

2. Determine o volume dos seguintes sólidos S:

   a) S limitado pelo parabolóide hiperbólico $-x^2-y^2+z=4$ e o quadrado $R=[-1,1]\times[0,2]$;

   b) S limitado pela superfície $z=1+e^x\operatorname{sen}(y)$ e os planos $x=-1$, $x=1$, $y=0$, $y=\pi$ e $z=0$.

3. Desenhe a região de integração e calcule as seguintes integrais:

   a) $\displaystyle\iint_D x\,y^2\,dx\,dy$ com $D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,;\,x=0 \text{ e } x=\sqrt{1-y^2}\right\}$;

   b) $\displaystyle\iint_D e^{x^4}\,dx\,dy$ com $D=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,;\,0\le y\le 8 \text{ e } \sqrt[3]{y}\le x\le 2\right\}$.

4. Desenhe a região de integração e determine o volume dos seguintes sólidos S:

a) S limitado pela superfície $z = x\,y$ e o triângulo de vértices $(1,1)$, $(4,1)$, e $(1,2)$.

b) S limitado pelo parabolóide $z = 3x^2 + y^2$ e a região

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\; y = x \;\text{ e }\; x = y^2 - y\right\}$$

5. Desenhe a região de integração e, usando coordenadas polares, calcule as seguintes integrais:

a) $\displaystyle\iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2}\,dx\,dy$ com $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\; x^2 + y^2 \leq 4, \;\text{ e }\; x \geq 0\right\}$;

b) $\displaystyle\iint_D \operatorname{sen}(x^2 + y^2)\,dx\,dy$ com

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\,;\; -3 \leq x \leq 3 \;\text{ e }\; 0 \leq y \leq \sqrt{9 - x^2}\right\}$$

6. Usando integral dupla, calcule a área das seguintes regiões:

a) D a região limitada pela curva $r = 4 + 3\,\cos(\theta)$;

b) D um laço da rosácea $r = cos(3\theta)$.

7. Calcule as seguintes integrais triplas:

a) $\displaystyle\iiint_D x^2\,y\,dx\,dy\,dz$ com

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\,;\; 0 \leq x \leq 1,\;\; 0 \leq y \leq x \;\text{ e }\; 0 \leq z \leq x\,y\right\}$$

b) $\displaystyle\iiint_D 2\,x\,dx\,dy\,dz$ com

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3\,;\; 0 \leq x \leq \sqrt{4 - y^2},\;\; 0 \leq y \leq 2 \;\text{ e }\; 0 \leq z \leq y\right\}$$

8. Usando coordenadas cilíndricas, calcule as seguintes integrais triplas:

a) $\displaystyle\iiint_D x^2\,y\,dx\,dy\,dz$ com D o sólido do 1° octante que está abaixo do parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$;

b) $\displaystyle\iiint_D 2\,x\,dx\,dy\,dz$ com D o sólido entre os cilindros $x^2+y^2 = 1$ e $x^2+y^2 = 4$, acima do palno $x\,y$ e abaixo do plano $z = x + 2$.