Grafos

Algumas Operações com Grafos

7 de novembro de 2021

Operações Binárias

Normalmente definidas para grafos não orientados.

Possuem dois grafos como operandos e conjuntos dijuntos de vértices: $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$.

O resultado é o grafo $G = (V, E)$

União

A união de dois grafos dijuntos $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$ é o grafo $G(V, E)$ onde $V = V_1 \cup V_2$ e $E = E_1 \cup E_2$

Obs: Note que o grafo resultante é conexo.

Exemplo:

Interseção

Interseção

Sejam dois grafos rotulados $G_1 = (V_1, A_1)$ e $G_2 = (V_2, A_2)$, a interseção $G_1 \cap G_2$ é o grafo $G = (V_1 \cap V_2, A_1 \cap A_2)$

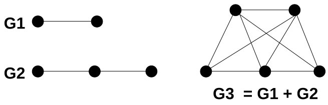
Soma (Join)

A soma (Join) de dois grafos dijuntos $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$ é o grafo $G(V, E)$, onde :
$V = V_1 \cup V_2$ e $E = E_1 \cup E_2 \cup \{v, w\} | v \in V_1 \wedge w \in V_2$

Soma (Join)

A soma (Join) de dois grafos dijuntos $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$ é o grafo $G(V, E)$, onde :
$V = V_1 \cup V_2$ e $E = E_1 \cup E_2 \cup \{v, w\} | v \in V_1 \wedge w \in V_2$

Exemplo:



Exercício

Sejam dois grafos não orientados $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$, onde $V_1 = \{a, b, c\}, E_1 = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}, V_2 = \{d, e\}, E_2 = \{(d, e)\}$, encontre a soma:

Grafo Complemento (Goldbarg)

Grafo Complemento $\overline{G}$

Seja um grafo $G = (V, A)$ rotulado, $\overline{G} = (V_c, A_c)$ é um grafo complemento de G quando $V = V_c$, $A \cap A_c = \emptyset$ e $A \cup A_c = U$, onde U é o conjunto de arestas de um grafo completo contendo n vértices.

Produto Cartesiano

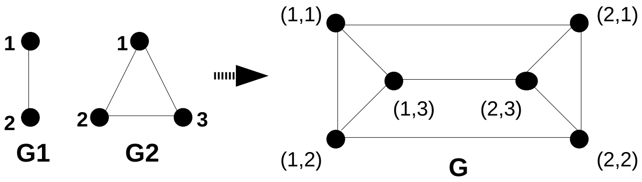
Sejam dois grafos $G_1 = (V_1, E_1)$ e $G_2 = (V_2, E_2)$, onde $E_1 = \{u_1, \ldots, u_r\}$ e $E_2 = \{v_1, \ldots, v_s\}$, o grafo resultante do produto cartesiano de $G_1 \times G_2$ resulta em um grafo G_3 onde:

- O conjunto de vértices de G_3 corresponde ao produto cartesiano dos vértices, ou seja, $V_3 = V_1 \times V_2$;
- O conjunto de arestas de G_3 é formado tal que:
  Existe uma aresta $(a_k, b_c) \in G_3$, onde $a_k = (u_i, v_j)$ e $b_c = (u_x, v_y)$ se:
  $u_i = u_x$ e $\exists (v_j, v_y) \in G_2$ ou
  $v_j = v_y$ e $\exists (u_i, u_x) \in G_1$

Produto Cartesiano

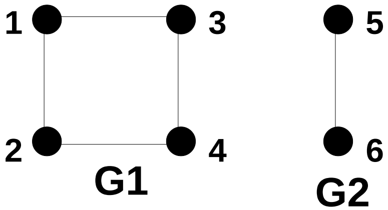
Exemplo:

$G_1 = (V_1 = \{1, 2\}, E_1 = \{(1, 2)\}), G_2 = (V_2 = \{1, 2, 3\}, E_2 = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\})$



Exercício:

Encontre o produto cartesiano entre os seguintes grafos:



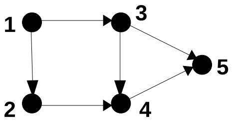
Operações Unárias

Aplicadas em grafos orientados ou não.

Seja um grafo simples $G = (V, E)$ (sem laços), por meio da operação unária G é transformado em um novo grafo.

Contração de Vértices

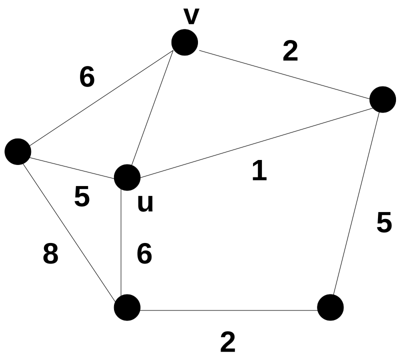
A contração de dois vértices v e w em um novo vértice vw resulta em grafo $G = (V, E)$ onde $(V - \{v, w\}) \cup \{vw\}$. Todas as ligações que possuem v e w deverão conter agora vw. Deve-se eliminar a ligação entre v e w se ela existir e identificar ligações que se confundirem.



Qual o grafo resultante da contração dos vértices 5 e 3

Exercício Contração de Vertices

Qual o grafo resultante da contração dos vértices u e v.



Bibliografia

- NETTO, Paulo O. B. **Teoria e Modelos e Algoritmos**, 4ª. ed. Edgard Blücher. São Paulo, 2006;
- GROSS, Jonthan L., YELLEN, Jay. **Graph Theory and Its Applications**, Second Edition, Chapman and Hall/CRC, 2005;
- GOLDBARG, M., GOLDBARG, E. **Grafos - Conceitos, algoritmos e aplicações**, 1 Edição, Editora Campus, 2012;