# Лекция 10

## Пример с использованием …

A1 $\forall x(\forall y P_1(y) \to l(x,y)) \to (\exists y l(y,x))$

Переименование:

$\forall x(\forall y P_1(y) \to l(x,y)) \to (\exists z l(z,x))$

Освободимся от импликации

$\forall x(\forall y(\sim P_1(y) \vee l(x,y)) \to \exists z l(z,x)$

$\forall x(\sim \forall y(\sim P_1(y) \vee l(x,y)) v \exists z l(z,x)$

Меняем отрицание квантора

$\forall x(\exists y \sim (\sim P_1(y) \vee l(x,y)) \vee \exists z l(z,x)$

$\forall x \exists y \exists z(P_1(y) \& \sim l(x,y)) \vee l(z,x)$

$\exists y$ стоит после $\forall x$, поэтому вводим функцию от всех переменных по функторам общности, скалемоское преобразование (?)

$(P_1(f(x)) \& \sim l(x, f(x))) \vee l(g(x), x)$

Применяем закон дистрибутивности и получаем два дизъюнкта

1) $P_1(f(x)) \vee l(g(x), x)$

2) $\sim l(x, f(x)) \vee l(g(x), x)$

Теперь формула B

B. $\forall x(\exists y P_1(y) \& P_2(x,y)) \to \forall z \sim l(z,x)$

Избавляемся от импликации (сделать самим)

…

Эта формула преобразуется в два дизъюнкта

1) $P_1(y) \vee \sim P_2(x,y) \vee \sim l(z,x)$

$\forall x(\sim \exists y P_1(y) \& P_2(x,y)) \vee \forall z l(z,x)$

$\forall x(\forall y(\sim P_1(y) \vee \sim P_2(x,y)) \vee \forall z l(z,x)$

2) ???

Формула C

$\forall x(P_1(x) \to l(DT, x))$

$\sim P_1(x) \vee l(DT, x)$

Формула D

$P_2(DT, BT) \vee P_2(CT, BT)$

$P_3(BT)$

$\forall x P_3(x) \to P_1(x)$

$\sim P_3(x) \vee P_1(x)$

ЦЕЛЬ $\sim P_2(CT, DT)$

Давайте выпишем все наши дизъюнкты.

От правила A:

1) $P_1(f(x)) \vee l(g(x), x)$

2) $\sim l(x, f(x)) \vee l(g(x), x)$

От правила B:

3) $\sim P_1(y) \vee \sim P_2(x, y) \vee \sim l(z, x)$

От правила C:

4) $\sim P_1(x) \vee l(DT, x)$

От правила D:

5) $P_2(DT, BT) \vee P_2(CT, BT)$

6) $P_3(BT)$

7) $\sim P_3(x) \vee P_1(x)$

ЦЕЛЕВОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ $\sim P_2(CT, DT)$

Резолюция (только два шага, остальное сами)

1) $P_3(BT)$, $\sim P_3(x) \vee P_1(x)$

Есть два контрарных атома P3

Подстановка x / BT, распространяем на всё

Резольвента $P_1(BT)$

2) $P_1(BT)$, $\sim P_1(y) \vee \sim P_2(x, y) \vee \sim l(x, y)$

Есть два контрарных атома P1

Подстановка y / BT, распространяем на всё

Resolvent $P_2(x, BT) \vee \sim l(x, BT)$

3) $P_2(DT, BT) \vee P_2(CT, BT), \sim P_2(CT, DT)$

Унификация проходит

Резольвента $P_2(DT, BT)$

Переменная в атоме P2 может принимать два значения: DT или BT

4) $P_2(DT, BT), \sim P_2(x, BT) \vee \sim l(z, x)$

Подстановка x / DT

Резольвента $\sim l(z, DT)$

Применяем скалемовские функции

$\sim l(x, f(x) \vee l(g(x), x))$

$\sim P_1(x_1) \vee l(DT, x_1)$

1) x / DT

2) Распространяем x по первому дизъюнкту

$\sim l(DT, f(DT) \vee l(g(DT), DT))$

3) Проверяем можно ли унифицировать с этим аргументом

$x_1 \to f(x)$

x1 / f(DT)

Резольвента

$\sim P_1(f(DT)) \vee l(g(DT), DT)$

> 💡 Если переменная получает значение, то её нужно сразу распространить во все атомы

$\sim P_1(f(DT)) \vee l(g(DT), DT)$, $P_1(f(x) \vee l(g(x), x)$

1) $f(DT) <-> f(x)$, x / DT

2) Распространяем

$l(g(DT), DT) \vee l(g(DT), DT)$

Резольвента $l(g(DT), DT)$

$l(g(DT), DT)$, $\sim l(z, DT)$

1) $z/g(DT)$

# Обобщённые правила продукции

> 💡 Рассмотрим два основных метода, но с переменными

# Классический пример логики предикатов

Содержание:

1) Существуют руководители, которые любят все программистов

2) Ни один руководитель не уважает бездельников

Следовательно ни один программист не является бездельником

Предикаты:

P1(x) - быть руководителем

P2(x) - быть программистом

P3(x, y) - x уважать/любить y

P2(x) - быть бездельником

1) $\exists x(P_1(x)\ \ \&\ \ \forall y(P_2(y) \to P_3(x,y)))$

2) $\forall x(P_1(x) \to \forall y(P_4(y) \to\sim P_3(x,y)))$

3) $\forall y(P_2(y) \to\sim P_4(y))$

1) $\exists x(P_1(x)\ \ \&\ \ \forall y(P_2(y) \to P_3(x,y)))$

Избавляемся от импликации

$\exists x(P_1(x)\ \&\ \forall y(\sim P_2(y) \vee P_3(x,y)))$

Квантор существования стоит первым. Чтобы его устранить, заменяем его произвольной константой, которой нет в других уравнениях

$P_1(A)\ \&\ \forall y(\sim P_2(y) \vee P_3(A,y))$

$P_1(A)\ \&\ (\sim P_2(y) \vee P_3(A,y))$

2) $\forall x(P_1(x) \to \forall y(P_4(y) \to\sim P_3(x,y)))$

$\forall x \forall y(\sim P_1(x) \vee \sim P_4(y) \vee \sim P_3(x,y))$

3) $\forall y(P_2(y) \to\sim P_4(y))$

…

# Ещё один пример (построение общезначимой формулы)

$(\sim M(x_5) \vee S(x_5)) \vee (M(x_5) \& S(x_5))$

Данные атомы являются отрицаниями друг друга