Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 2

Дисциплина Математическая статистика

Тема Гистограмма и эмпирическая функция распределения

Вариант №5

Студент Брянская Е.В.

Группа ИУ7-62Б

Оценка (баллы) ________________

Преподаватель Саркисян П.С.

Москва.
2021 г.

Оглавление

Введение

Цель работы: построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормальной случайной величины.

Содержание работы:

1. Для выборки объема n из нормальной генеральной совокупности X реализовать в виде программы на ЭВМ
    а) вычисление точечных оценок $\hat{\mu}(\vec{x}_n)$ и $S^2(\vec{x}_n)$ математического ожидания MX и дисперсии DX соответственно;
    б) вычисление нижней и верхней границ $\underline{\mu}(\vec{x}_n)$, $\overline{\mu}(\vec{x}_n)$ для γ-доверительного интервала для математического ожидания MX;
    в) вычисление нижней и верхней границ $\underline{\sigma}^2(\vec{x}_n)$, $\overline{\sigma}^2(\vec{x}_n)$ для γ-доверительного интервала для дисперсии DX;
2. вычислить $\hat{\mu}$ и S^2 для выборки из индивидуального варианта;
3. для заданного пользователем уровня доверия γ и N – объёма выборки из индивидуального варианта:
    а) на координатной плоскости Oyn построить прямую $y = \hat{\mu}(\vec{x_N})$, также графики функций $y = \hat{\mu}(\vec{x}_n)$, $y = \underline{\mu}(\vec{x}_n)$ и $y = \overline{\mu}(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N;
    б) на другой координатной плоскости Ozn построить прямую $z = S^2(\vec{x_N})$, также графики функций $z = S^2(\vec{x}_n)$, $z = \underline{\sigma}^2(\vec{x}_n)$ и $z = \overline{\sigma}^2(\vec{x}_n)$ как функций объема n выборки, где n изменяется от 1 до N.

1. Теоретическая часть

1.1. Формулы для вычисления величин

Выборка: $\vec{x} = (x_1, ..., x_n)$

1.1.1 Определение γ-доверительного интервала

Доверительным интервалом уровня γ для параметра θ называется интервал $(\underline{\theta}(\vec{x}_n), \overline{\theta}(\vec{x}_n))$, образующий выборочными значениями статистики $\underline{\theta}$ и $\overline{\theta}$.

$$M_{max} = max\{x_1, ..., x_n\}$$

1.2. Границы γ-доверительного интервала

Пусть $\vec{X}_n$ — случайная выборка объема n из генеральной совокупности X, распределенной по нормальному закону с параметрами μ и σ^2.

1.2.1 Оценка для математического ожидания

$$\underline{\mu}(\vec{X}_n) = \overline{X} - \frac{S(\vec{X}_n)}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}(n-1), \tag{1.1}$$

$$\overline{\mu}(\vec{X}_n) = \overline{X} + \frac{S(\vec{X}_n)}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}(n-1), \tag{1.2}$$

где $\overline{X}$ — оценка мат. ожидания, n — число опытов, $S(\vec{X}_n)$ — точечная оценка дисперсии случайной выборки $\vec{X}_n$, $t_{1-\alpha}(n-1)$ — квантиль уровня $1-\alpha$ для распределения Стьюдента с $n-1$ степенями свободы, α — величина, равная $\dfrac{(1-\gamma)}{2}$.

2. Практическая часть

2.1. Текст программы

```
function lab_01()
    %clear all;
    X =
    [-4.58,-5.10,-4.24,-4.82,-6.05,-4.05,-4.48,-4.65,-3.67,-4.01,-3.22,-5.79,-4.20

    X = sort(X);

    % Задание а1. — максимальноеминимальное/ значение
    Mmax = max(X);
    fprintf('Mmax = %.2f\n', Mmax);

    Mmin = min(X);
    fprintf('Mmin = %.2f\n', Mmin);
    %------------------------------------------------

    % Задание б1. — размах R выборки
    R = Mmax - Mmin;
    fprintf('R = %.2f\n', R);

    % Задание в1. — вычисление оценок μ^ и S2 для MX и DX
    n = length(X);
    mu = sum(X)/n;
    fprintf('mu = %.2f\n', mu);

    S2 = sum((X - mu).^2) / (n - 1);
    fprintf('S^2 = %.2f\n', S2);

    % Задание г1. — группировку значений выборки в m = [log2 n] + 2 интервала
    m = floor(log2(n)) + 2;
    fprintf('m = %.2f\n', m);

    % Задание д1. — гистограмма + график функции плотности распределения
    % вероятностей нсв... с мат. ож. и диспей—
    intervals = zeros(1, m + 1);
    count = zeros(1, m + 1);
    delta = (Mmax - Mmin) / m;
```

```
for i = 1:m + 1
    intervals(i) = X(1) + delta * (i - 1);
end

for i = 1:length(X)
    for j = 1:m
        if X(i) >= intervals(j) && X(i) < intervals(j + 1)
            count(j) = count(j) + 1;
            break;
        end
    end
end
count(m) = count(m) + 1;

for i = 1:m
    if i < m
        fprintf("[ %.2f ; %.2f ) - %d elements\n", intervals(i), ...
            intervals(i + 1), count(i));
    else
        fprintf("[ %.2f ; %.2f ] - %d elements\n", intervals(i), ...
            intervals(i + 1), count(i));
    end
end

for i = 1:m+1
    count(i) = count(i) / (length(X)*delta); %
end

stairs([intervals(1), intervals], [0 count], 'b');%, 'DisplayName',
Гистограмма'');
grid on;
hold on;


F = normpdf(X, mu, sqrt(S2));
plot(X, F, 'r');

legend('Гистограмма', 'Фя- плотности распря- нсв...', 'Location','
northwest');
```

```
    hold off;

    % Задание e1. — график эмпирической функции распределения и функции
    % распределения нормальной случайной величины с мат ожиданием μ^ и
  дисперсией S2
    figure;




end
```

2.2. Результат работы программы

$$M_{\max} = -2.45;$$
$$M_{\min} = -7.26;$$
$$R = 4.81;$$
$$\hat{\mu}(\vec{x}_n) = -4.76;$$
$$S^2(\vec{x}_n) = 0.81;$$
$$m = 8;$$
$$[-7.26; -6.66) - 3\, elements$$
$$[-6.66; -6.06) - 4\, elements$$
$$[-6.06; -5.46) - 20\, elements$$
$$[-5.46; -4.86) - 29\, elements$$
$$[-4.86; -4.25) - 30\, elements$$
$$[-4.25; -3.65) - 21\, elements$$
$$[-3.65; -3.05) - 10\, elements$$
$$[-3.05; -2.45] - 3\, elements$$

2.3. Графики

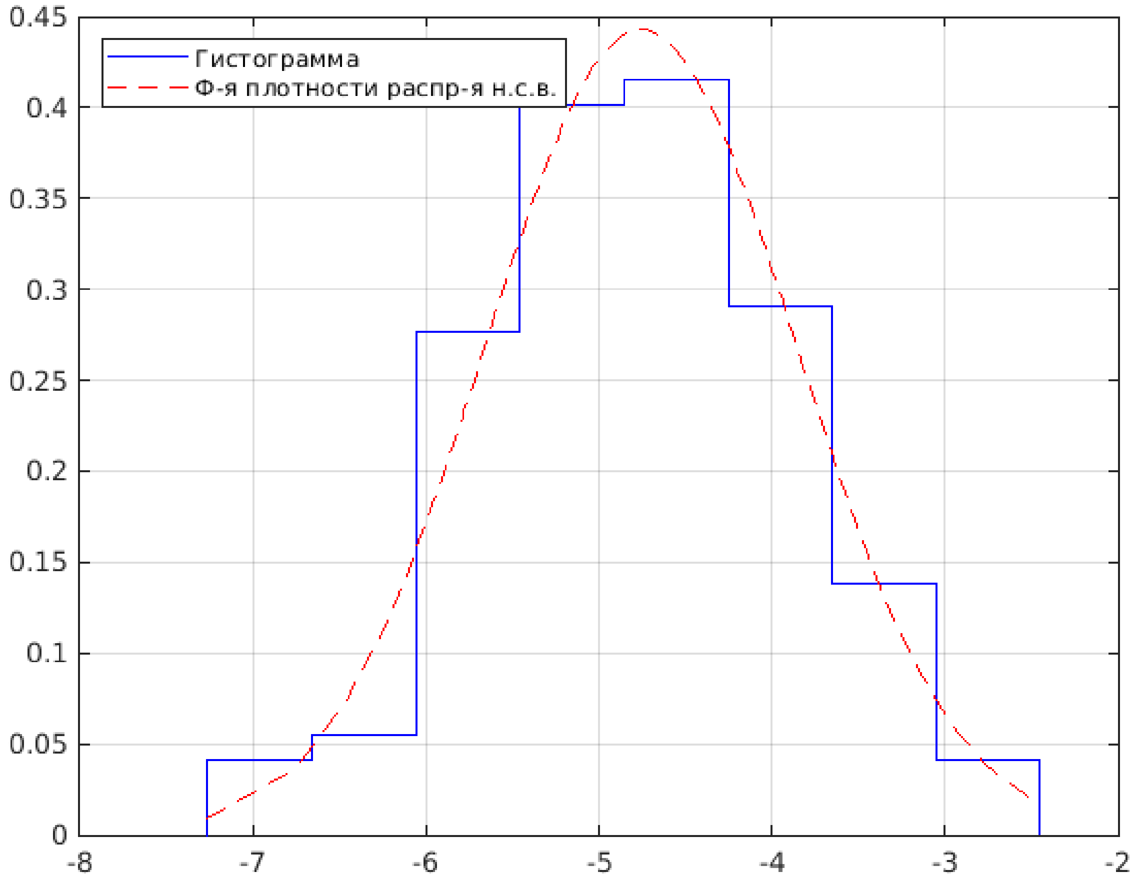

Рис. 2.1 — Гистограмма и график функции плотности распределения вероятностей нормальной случайной величины