



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 1

Тема Методы Пикара, Эйлера, Рунге-Кутты

Студент Брянская Е.В.

Группа ИУ7-62Б

Оценка (баллы) \_\_\_\_\_

Преподаватель Градов В.М.

Москва.  
2021 г.

**Цель работы:**

### Описание задания

Получить решение уравнений (1) и построить таблицу.

$$\begin{cases} u'(x) = x^2 + u^2, \\ u(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

### Описание алгоритмов

#### Задача Коши

Общее решение дифференциального уравнения  $n$ -ого порядка зависит от  $n$  констант. Требуется задать  $n$  дополнительных условий:

$$u(x) = \phi(x, c_1, c_2, \dots, c_n) \quad (2)$$

В задаче Коши все дополнительные условия задаются в одной точке  $\xi$ :

$$u_k(\xi) = \eta_k, k = 1, \dots, n \quad (3)$$

Задачу Коши можно решить с помощью следующих алгоритмов.

### Приближённый аналитический метод Пикара

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u), \\ u(\xi) = \eta \end{cases} \quad (4)$$

$$u(x) = \eta + \int_{\xi}^x f(t, u(t)) dt \quad (5)$$

Получается, что

$$y^{(s)}(x) = \eta + \int_{\xi}^x f(t, y^{(s-1)}(t)) dt \quad (6)$$

$$y^{(0)} = \eta \quad (7)$$

Найдём 1, 2, 3 и 4 приближение для (1).

$$y^{(1)} = 0 + \int_0^x t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_0^x = \frac{x^3}{3} \quad (8)$$

$$y^{(2)} = 0 + \int_0^x [(\frac{t^3}{3})^2 + t^2] dt = \frac{t^7}{63} \Big|_0^x + \frac{t^3}{3} \Big|_0^x = \frac{x^7}{63} + \frac{x^3}{3} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} y^{(3)} &= 0 + \int_0^x [(\frac{t^3}{3} + \frac{t^7}{63})^2 + t^2] dt = \frac{t^{15}}{15 \cdot 63^2} \Big|_0^x + \frac{2 \cdot t^{11}}{3 \cdot 63 \cdot 11} \Big|_0^x + \frac{t^7}{63} \Big|_0^x + \frac{t^3}{3} \Big|_0^x = \\ &= \frac{x^{15}}{59535} + \frac{2 \cdot x^{11}}{2079} + \frac{x^7}{63} + \frac{x^3}{3} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} y^{(4)} &= 0 + \int_0^x [(\frac{t^{15}}{59535} + \frac{2 \cdot t^{11}}{2079} + \frac{t^7}{63} + \frac{t^3}{3})^2 + t^2] dt = \frac{x^{31}}{109\,876\,902\,975} + \frac{4 \cdot x^{27}}{3\,341\,878\,155} + \\ &+ \frac{4 \cdot x^{23}}{99\,411\,543} + \frac{2 \cdot x^{23}}{86\,266\,215} + \frac{2 \cdot x^{19}}{3\,393\,495} + \frac{4 \cdot x^{19}}{2\,488\,563} + \frac{4 \cdot x^{15}}{93\,555} + \frac{x^{15}}{59\,535} + \frac{2 \cdot x^{11}}{2079} + \frac{x^7}{63} + \frac{x^3}{3} \end{aligned} \quad (11)$$

**Метод Эйлера**

**Метод Рунге-Кутта**

## Список литературы

1. Иванов, К. К. Принципы разработки параллельных методов / К. К. Иванов, С. А. Раздобудько, Р. И. Ковалев. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2017. — № 3 (137). — С. 30-32. — URL: <https://moluch.ru/archive/137/38412/> (дата обращения: 21.10.2020).
2. Кормен, Томас Х. и др Алгоритмы: построение и анализ, 3-е изд. : Пер. с англ. - М. : ООО "И.Д. Вильямс 2018. - 1328 с. : ил. - Парал. тит. англ. - ISBN 978-5-8459-2016-4 (рус.).
3. Документация по Стандартной библиотеки языка C++ thread [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/cpp/standard-library/thread?view=vs-2019>, свободный (дата обращения 22.10.2020)
4. Документация по Стандартной библиотеки языка C++ mutex [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/cpp/standard-library/mutex?view=vs-2019>, свободный (дата обращения 22.10.2020)
5. Документация по Visual Studio 2019 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/ru-ru/visualstudio/windows/?view=vs-2019>, свободный (дата обращения: 21.10.2020)
6. QueryPerformanceCounter function [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://docs.microsoft.com/en-us/windows/win32/api/profileapi/nf-profileapi-queryperformancecounter>, свободный (дата обращения: 22.10.2020).