Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 3

Тема Программно-алгоритмическая реализация моделей на основе ОДУ второго порядка с краевыми условиями II и III рода.

Студент Брянская Е.В.

Группа ИУ7-62Б

Оценка (баллы) ____________

Преподаватель Градов В.М.

Москва.
2021 г.

Задание

Тема. Программно- алгоритмическая реализация моделей на основе ОДУ второго порядка с краевыми условиями II и III рода.

Цель работы. Получение навыков разработки алгоритмов решения краевой задачи при реализации моделей, построенных на ОДУ второго порядка.

Исходные данные.

1. Задана математическая модель.
   Квазилинейное уравнение для функции T(x)

   $$\frac{d}{dx}\left(\lambda(T)\frac{dT}{dx}\right) - 4 \cdot k(T) \cdot n_p^2 \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4) = 0 \tag{1}$$

   Краевые условия:

   $$\begin{cases} x = 0, -\lambda(T(0))\frac{dT}{dx} = F_0, \\ x = l, -\lambda(T(l))\frac{dT}{dx} = \lambda(T(l) - T_0) \end{cases} \tag{2}$$

2. Функции $\lambda(T), k(T)$ заданы таблицей

   Таблица 1

T, K	λ, Вт/(см К)		T, K	k, см(-1)
300	$1.36 \cdot 10^{-2}$		293	$2.0 \cdot 10^{-2}$
500	$1.63 \cdot 10^{-2}$		1278	$5.0 \cdot 10^{-2}$
800	$1.81 \cdot 10^{-2}$		1528	$7.8 \cdot 10^{-2}$
1100	$1.98 \cdot 10^{-2}$		1677	$1.0 \cdot 10^{-1}$
2000	$2.50 \cdot 10^{-2}$		2000	$1.3 \cdot 10^{-1}$
2400	$2.74 \cdot 10^{-2}$		2400	$2.0 \cdot 10^{-1}$

3. Разностная схема с разностным краевым условием при $x = 0$. Получена в Лекции №7, и может быть использована в данной работе. Самостоятельно надо получить интегро-интерполяционным методом разностный аналог краевого условия при $x = l$, точно так же, как это было сделано применительно к краевому условию при $x = 0$ в указанной лекции. Для этого надо проинтегрировать на отрезке $[x_{N-\frac{1}{2}}, x_N]$ записанное выше уравнение 1 и учесть, что поток $F_N = \alpha_N(y_N - T_0)$, а $F_{N-\frac{1}{2}} = \chi_{N-\frac{1}{2}}(\frac{y_{N-1}-y_N}{h})$

4. Значения параметров для отладки (все размерности согласованы) $n_p = 1.4$ – коэффициент преломления, l = 0.2 см – толщина слоя, $T_0 = 300$K – температура окру-

жающей среды, $\sigma = 5.668 \cdot 10_{-12}$ Вт/(см2К4) - постоянная Стефана- Больцмана, $F_0 = 100$ Вт/см2 - поток тепла, $\alpha = 0.05$ Вт/(см2 К) – коэффициент теплоотдачи.

5. Выход из итераций организовать по температуре и по балансу энергии, т.е.

$$max\left|\frac{y_n^s - y_n^{s-1}}{y_n^s}\right| \leq \varepsilon_1, n = 0, 1, ..., N \tag{3}$$

$$max\left|\frac{f_1^s - y_2^s}{f_1^s}\right| \leq \varepsilon_2 \tag{4}$$

где

$$f_1 = F_0 - \alpha(T(l) - T_0) \tag{5}$$

и

$$f_2 = 4n_p^2\sigma \int_0^l k(T(x))(T^4(x) - T_0^4)dx \tag{6}$$

Результаты работы.

1. Представить разностный аналог краевого условия при $x = l$ и его краткий вывод интегро -интерполяционным методом.

2. График зависимости температуры T(x) от координаты x при заданных выше параметрах.
   Выяснить, как сильно зависят результаты расчета T(x) и необходимое для этого количество итераций от начального распределения температуры и шага сетки.

3. График зависимости T(x) при $F_0 = -10$ Вт/см2.

   Справка. При отрицательном тепловом потоке слева идет съем тепла, поэтому производная T(x) должна быть положительной.

4. График зависимости T(x) при увеличенных значениях α (например, в 3 раза). Сравнить с п.2.

   Справка. При увеличении теплосъема и неизменном потоке F_0 уровень температур T(x) должен снижаться, а градиент увеличиваться.

5. График зависимости T(x) при $F_0 = 0$.

   Справка. В данных условиях тепловое нагружение отсутствует, причин для нагрева нет, температура стержня должна быть равна температуре окружающей среды T_0 (разумеется с некоторой погрешностью, определяемой приближенным характером вычислений).

6. Для указанного в задании исходного набора параметров привести данные по балансу энергии, т.е. значения величин

$$f_1 = F_0 - \alpha(T(l) - T_0) \tag{7}$$

и

$$f_2 = 4n_p^2\sigma \int_0^l k(T(x))(T^4(x) - T_0^4)dx \tag{8}$$

Каковы использованные в работе значения точности выхода из итераций ε_1 (по температуре) и ε_2 (по балансу энергии)?

Вопросы при защите лабораторной работы

1. Какие способы тестирования программы можно предложить?

2. Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при $x = l$ $x = l, -k(l)\frac{dT}{dx} = \alpha_N(T(l) - T_0) + \phi(T)$. где $\phi(T)$ - заданная функция. Производную аппроксимируйте односторонней разностью

3. Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при $x = 0$ краевое условие квазилинейное (как в настоящей работе), а при $x = l$, как в п.2

4. Опишите алгоритм определения единственного значения сеточной функции y_p в одной заданной точке p. Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок (лекция №8). Оба краевых условия линейные.

Код програмы

Листинг 1 — Лабораторная работа №3

```
```