

3.1.3 Измерение магнитного поля Земли.

Ивакин Кирилл Б01-907

Цель работы: исследовать свойства постоянных неодимовых магнитов; измерить с их помощью горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: неодимовые магниты; тонкая нить для изготовления крутильного маятника; медная проволока; электронные весы; секундомер; измеритель магнитной индукции; штангенциркуль; брусок, линейка и штатив из немагнитных материалов; набор гирь и разновесов.

1 Теория

1.1 Свойства точечного магнитного диполя

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению:

$$\mathbf{Pm} = IS \quad (1)$$

Где $\mathbf{S} = S\mathbf{n}$ - вектор площади контура, образующий с направлением тока правовинтовую систему (это же направление принимается за направление $S \rightarrow N$), \mathbf{m} - магнитный момент.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\mathbf{Pm} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{Pm}}{r^3} \right) \quad (2)$$

Здесь $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ Гн/м.

Во внешнем магнитном поле с индукцией \mathbf{M} на точечный магнитный диполь \mathbf{m} действует механический момент сил

$$\mathbf{M} = [\mathbf{Pm} \times \mathbf{B}] \quad (3)$$

При этом потенциальная энергия, которой обладает диполь с постоянным \mathbf{m} , равна

$$W = -(\mathbf{PmB}) \quad (4)$$

В *неоднородном* внешнем поле выражение для энергии постоянного диполя (4) сохраняется. При этом кроме момента сил на диполь действует ещё сила

$$\mathbf{F} = -\nabla W = (\mathbf{Pm} \nabla) \mathbf{B} \quad (5)$$

В частности проекция силы на ось x :

$$F_x = Pm_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + Pm_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + Pm_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

Выражения (2) и (5) позволяют рассчитать силу взаимодействия магнитов с моментами m_1 и m_2 . В частности, когда моменты направлены вдоль соединяющей их прямой

$$F_{12} = Pm_1 \frac{\partial B_2}{\partial r} = Pm_1 \frac{\partial 2m_2/r^3}{\partial r} = -\frac{6Pm_1 Pm_2}{r^4} \quad (6)$$

Уравнение было записано в системе (СГС).

Если магнитные моменты направлены перпендикулярно соединяющей их прямой, то сила их взаимодействия окажется в 2 раза меньше и будет иметь противоположный знак.

2 Экспериментальная установка

Для проведения эксперимента важно, что а) вещество, из которого изготовлены магниты является *магнитожёстким* материалом; б) шары намагничены однородно.

Магнитное поле однородного намагниченного шара радиусом R на расстояниях $r \gg R$ совпадает с полем точечного магнитного диполя (2), расположенного в центре, магнитным момент которого совпадает с полным моментом шара. Внутри шара

$$\mathbf{B}_0 = \frac{\mu_0 \mathbf{Pm}}{2\pi R^3} \quad (7)$$

В качестве ещё одной характеристики материала магнита используют остаточную *намагниченность* \mathbf{N} . По определению,

$$\mathbf{Pm} = \mathbf{pm}V \quad (8)$$

где V - объем магнита. Величину $\mathbf{B}_r = \mu_0 \mathbf{N}$ называют остаточной *индукцией* материала. B_p связана с B_r соотношением

$$B_p = B_0 = \frac{2}{3} B_r \quad (9)$$

2.1 определение магнитного момента магнитных шариков

Метод А. Величину магнитного момента m можно рассчитать, определив максимальное расстояние на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести.

$$Pm = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}} \quad (10)$$

Формула записана в (СГС).

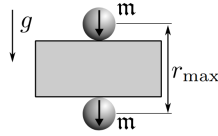


Рис. 1: Изменение магнитных моментов шариков

Метод В. Величину магнитного момента шариков можно определить также по силе их сцепления. Сила сцепления максимальна, если шары соединяются своими противоположными полюсами.

Максимальную силу сцепления можно определить по весу магнитной цепочки, которую способен удержать самый верхний магнитный шарик.

Сила сцепления двух одинаковых шариков

$$F_0 = \frac{3Pm^2}{8R^4} \quad (11)$$

Уравнение записано в (СГС)

Тогда минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика

$$F = F_0 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots \right) \approx 1.08 F_0 \quad (12)$$

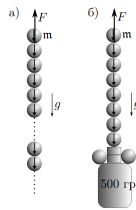


Рис. 2: Альтернативный метод измерения магнитных моментов шариков

2.2 Измерение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

Магнитное поле Земли в работе измеряется по периоду крутильных колебаний "магнитной стрелки" вокруг вертикальной оси. "Магнитная стрелка" образована сцепленными друг с другом намагниченными шариками.

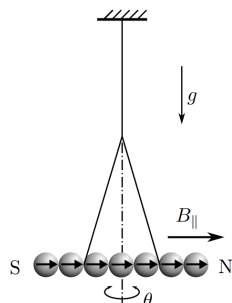


Рис. 3: Крутильный маятник во внешнем магнитном поле

При отклонении стрелки на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания. Принебрегая упругостью нити, то уравнение крутильных колебаний определяется возвращающим моментом

$$M = -Pm_n B_{||} \sin \theta \quad (13)$$

и моментом инерции I_n "стрелки". При малых амплитудах уравнение колебаний

$$I_n \ddot{\theta} + Pm_n B_{||} \theta = 0 \quad (14)$$

Отсюда находим период колебаний маятника.

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{mR^2}{3PmB_{||}}} n \quad (15)$$

2.3 Измерение вертикальной составляющей индукции магнитного поля Земли. Магнитное наклонение.

Для измерения B_{\perp} используется та же установка, за исключением того, что подвешенная стрелка закрепляется на нити в одной точке.

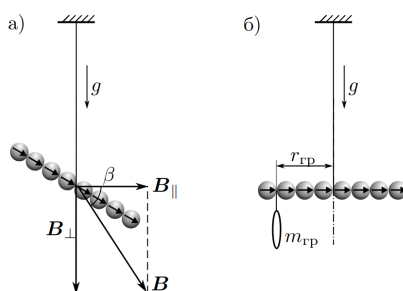


Рис. 4: Измерение вертикальной составляющей поля и магнитного наклонения

Подвешенная стрелка остановится под некоторым углом к горизонту. Это связано с тем, что B не горизонтален, а образует угол β с горизонтом. Величина этого угла называется *магнитным наклонением*. Непосредственно измерить магнитное наклонение затруднительно из-за механического момента нити в точке подвеса. Избавиться от этого можно с помощью грузика.

$$M_m = m_{гр} g r_{гр} = n P m B_{\perp} \quad (16)$$

3 Ход работы

3.1 Вычисление параметров установки

Взвесим шарики на весах. Измерим диаметр шариков с помощью штангенциркуля.

масса, г	0.833	0.835	0.838	0.846	0.830
диаметр, см	0.57	0.57	0.55	0.57	0.58

Таблица 1: Масса и диаметр шариков

Погрешность измерения штангенциркулем 0.01 см, погрешность весов 0.001 г. Вычислим среднее значение диаметра и массы шариков:

$$m_{\text{ср}} = 0.836 \pm 0.003 \text{ г}$$

$$d_{\text{ср}} = 0.57 \pm 0.01 \text{ см}$$

Далее в лабораторной работе, если не сказано обратного будут использоваться средние значения.

3.2 Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков.

3.2.1 Метод А.

Рассмотрим шарики со следующими параметрами:

$$m_1 = 0.833 \text{ г}, d_1 = 0.57 \text{ см}$$

$$m_2 = 0.835 \text{ г}, d_2 = 0.57 \text{ см}$$

С учётом погрешности их можно считать одинаковыми.

Проложим между двумя магнитными шариками брусок из немагнитного материала. Подкладывая между бруском и верхним магнитиком листы бумаги (см. рис.1), определим на каком максимальном расстоянии шарики удерживают друг друга в поле тяжести Земли.

$$r_{\text{max}} = 2.8 \pm 0.1 \text{ см}$$

воспользуемся формулой из теории и определим магнитный момент шариков.

$$Pm_a = 92.3 \pm 6.6 \text{ Эрг/Гс}$$

Рассчитаем величину намагниченности:

$$pm_a = 962.8 \pm 88.9 \text{ эрг/(Гс * см}^3\text{)}$$

По величине магнитного момента(намагниченности)шарика, рассчитаем величину магнитного поля на полюсах шарика.

$$Bp_a = 8004.9 \pm 740.8 \text{ Гс}$$

Рассчитаем величину остаточной магнитной индукции материала, из которого изготовлен магнитный шарик.

$$B_r = 12007.4 \pm 1111.2 \text{ Гс}$$

Теоретическое значение остаточной магнитной индукции в зависимости от марки лежит в диапазоне 10.3 - 13.9 кГс. С учётом погрешности теоретическое значение совпадает с практическим.

3.2.2 Метод В.

Используя дополнительные шарики, составим цепочку из 20 шариков, с помощью неодимовых магнитов в форме параллелепипедов, подсоеди́ним цепочку к гире и разновесам. Добавляя или удаляя шарики, подберём минимальную массу системы цепочки с гирей, при которой она отрывается от верхнего шарика.

$$m_{\text{отр}} = 520.9 \pm 10.0 \text{ г}$$

Теперь определим магнитный момент.

$$Pm_b = 90.6 \pm 3.6 \text{ Гс}$$

Рассчитаем величину поля на полюсах.

$$B_{p_b} = 7911.0 \pm 564.4 \text{ Гс}$$

С учётом погрешности результаты вычисления поля на полюсах и магнитного момента совпадают. Но метод В является точнее.

3.2.3 Вычисление магнитного момента магнитометром

Рассчитаем также величину магнитного момента с помощью магнитометра:

B_p , Гс	7214	7420	7346	7408	7790
------------	------	------	------	------	------

Таблица 2: Магнитный момент, вычисленный магнитометром

Среднее значение: 7435 Гс. С учётом погрешности значение совпадает с вычисленными в методах А, В.

3.3 Определение горизонтальной составляющей поля земли

Исследуйте зависимость периода T крутильных колебаний «стрелки» от количества магнитных шариков n , составляющих «стрелку».

t2, с	8.97	12.41	19.15	22.66	29.72	35.78	49.25	52.66	57.78	63.18
t1, с	9.81	13.21	18.32	21.31	30.51	37.32	49.89	52.84	56.91	62.87
n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Таблица 3: Зависимость периода от числа шариков

С помощью МНК проведем аппроксимирующую прямую $T = kn$, где

$$k = 0.25 \pm 0.01 \text{ с}$$

С помощью формулы, описанной в теории определим горизонтальную составляющую вектора магнитной индукции земли.

$$B_{\parallel} = 0.16 \pm 0.02$$

3.4 Определение вертикальной составляющей поля земли

Из условия равновесия рассчитайте механический момент сил, действующих на горизонтальную «стрелку» со стороны поля Земли.

M, дин *см	143.0	221.1	312.1	418.2	514.3
n	4	6	8	10	12

Таблица 4: Зависимость периода от числа шариков

С помощью МНК проведем аппроксимирующую прямую $M = An$, где

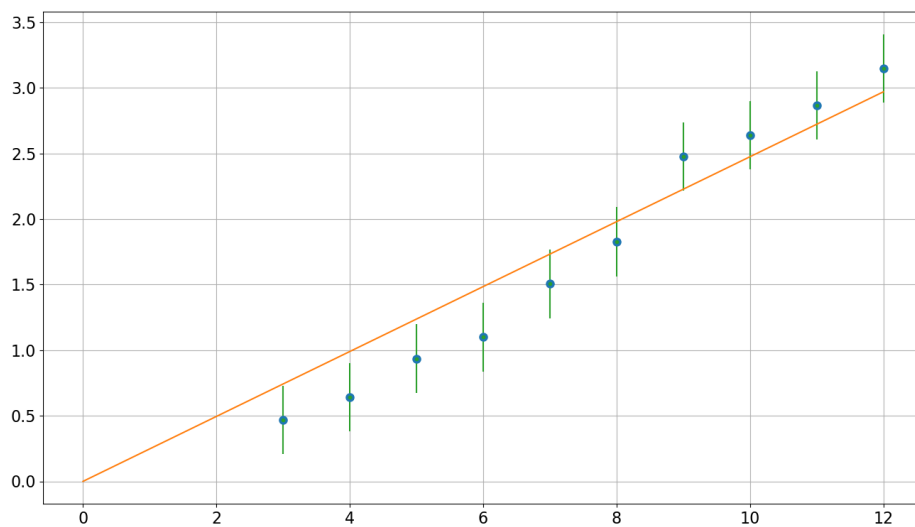


Рис. 5: Зависимость периода колебаний от числа магнитов

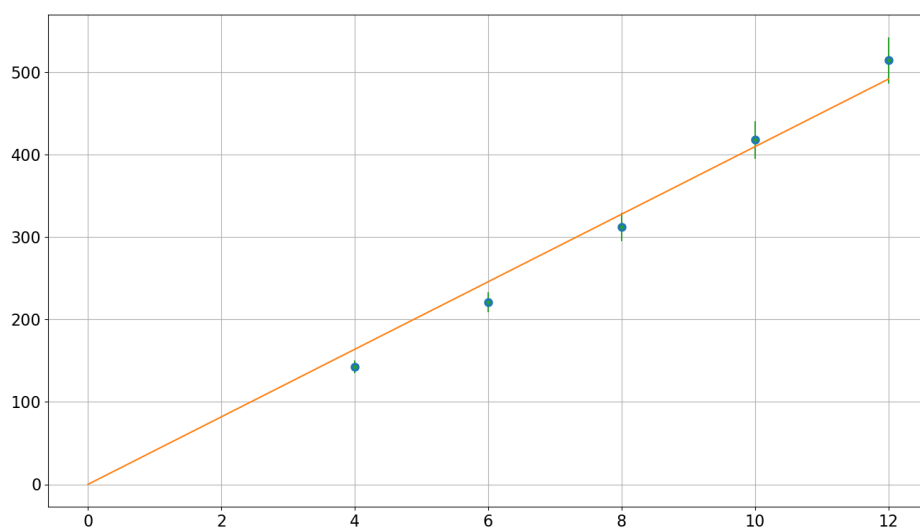


Рис. 6: Зависимость момента сил от числа магнитов

$$A = 40.9 \pm 1.0 \text{ дин} * \text{ см}$$

С помощью формулы, описанной в теории определим вертикальную составляющую вектора магнитной индукции земли.

$$B_{\perp} = 0.45 \pm 0.03 \text{ Гс}$$

3.5 Вычисление магнитного поля земли

Используя данные предыдущих пунктов рассчитаем модуль вектора магнитного поля земли.

$$B = 0.47 \pm 0.04 \text{ Гс}$$

Теоритическое значение: $B = 0.5 \text{ Гс}$

С учётом погрешности теоретическое значение совпадает с практическим. // Теперь рассчитаем магнитное наклонение земли по формуле:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{B_{\parallel}}{B_{\perp}} \quad (17)$$

получем:

$$\operatorname{tg} \beta = 2.81 \pm 0.31$$

Табличное значение для г. Москвы: $\operatorname{tg} \beta = 2.85$

С учётом погрешности значения совпадают.