

Algorytm Little'a

Algorytm Little'a jest adaptacją metody podziału i oszacowań dla zagadnienia komiwojażera, określając reguły podziału, sposób wyznaczania kresu dolnego, reguły wyboru podzbioru do podziału.

Dany jest zbiór n miast i kwadratowa macierz odległości (kosztów) $C = [c_{i,j}]$ stopnia n , gdzie $c_{i,j}$ określa odległość (koszt przejazdu) między miastem i a miastem j . Każde z miast ma być odwiedzone przez komiwojażera tylko jeden raz. W algorytmie Little'a wyznaczenie optymalnej marszruty następuje poprzez ustalanie n odcinków, zwanych *trasami*, z których ona się składa.

Opis algorytmu

- **Standaryzacja macierzy odległości**

Standaryzacja macierzy C polega na takim jej przekształceniu, aby w każdym wierszu i kolumnie uzyskać co najmniej jedno zero. Elementy macierzy standaryzowanej $C' = [c'_{ij}]$ są równe

$$c'_{ij} = c_{ij} - a_i - b_j,$$

gdzie $a_i = \min_j \{c_{ij}\}$ ($i = 1, \dots, n$) i $b_j = \min_i \{c_{ij} - a_i\}$ ($j = 1, \dots, n$). Suma

$$w(K) = \sum_{i=1}^n a_i + \sum_{j=1}^n b_j$$

jest dolnym oszacowaniem dla wszystkich rozwiązań.

- **Podział na podzbiory**

W macierzy C' jest co najmniej n elementów zerowych. Dla każdej trasy „zerowej” ustalamy koszt rezygnacji z niej. Dla trasy $\langle r, s \rangle$ jest on równy

$$d_{rs} = \min_{j \neq s} \{c'_{rj}\} + \min_{i \neq r} \{c'_{is}\}.$$

Trasę o maksymalnym koszcie rezygnacji nazywamy *trasą centralną*. Trasa centralna, powiedzmy $\langle k, l \rangle$, jest podstawą podziału rozwiązań dopuszczalnych na podzbiory

$$K_1 = \{v : \langle k, l \rangle \in T(v)\}, \quad K_2 = \{v : \langle k, l \rangle \notin T(v)\}$$

gdzie $T(v)$ jest zbiorem tras tworzących drogę v .

- **Szacowanie z dołu**

- Oszacowanie z dołu dla K_2 ustalamy zgodnie z wzorem $w(K_2) = w(K) + d_{kl}$.
- W celu ustalenia oszacowania dla K_1 tworzymy macierz *zredukowaną* C_1 , wykreślając z macierzy C' k -ty wiersz i l -tą kolumnę. Następnie w C_1 blokujemy trasę umożliwiającą powstawanie podcykli i dokonujemy standaryzacji tej macierzy. Przyjmujemy oszacowanie dla K_1 : $w(K_1) = w(K) + s_1$, gdzie s_1 jest sumą współczynników standaryzacyjnych macierzy C_1 .

Następnie spośród podzbiorów aktywnych wybieramy podzbiór (do podziału) o najmniejszym oszacowaniu z dołu: dzielimy go, ustalając nową trasę centralną i oszacowania z dołu dla nowych podzbiorów.