

2.8 Moore-Penrose伪逆-李涛

2-8、Moore-Penrose伪逆

对于非方阵而言，其逆矩阵没有定义。假设在下面问题中，我们想通过矩阵A的左逆B来求解线性方程：

$$Ax = y$$

等式两边同时左乘左逆B后，得到：

$$x = By$$

是否存在唯一的映射将A映射到B取决于问题的形式。

如果矩阵A的行数大于列数，那么上述方程可能没有解；如果矩阵A的行数小于列数，那么上述方程可能有多个解。

Moore-Penrose伪逆使我们能够解决这种情况，矩阵A的伪逆定义为：

$$A^+ = \lim_{\alpha \searrow 0} (A^T A + \alpha I)^{-1} A^T$$

但是计算伪逆的实际算法没有基于这个式子，而是使用下面的公式：

$$A^+ = VD^+U^T$$

其中，矩阵U，D和V是矩阵A奇异值分解后得到的矩阵。对角矩阵D的伪逆D+是其非零元素取倒之后再转置得到的。

```
import scipy as SP

a = [[1, 3],
      [2, 5],
      [1, 1]]

b = [[1],
      [8],
      [13]]

#x=19 y=-6

#c = SP.linalg.solve(a, b)

pi_a = SP.linalg.pinv(a)

s = pi_a.dot(b)
```

