

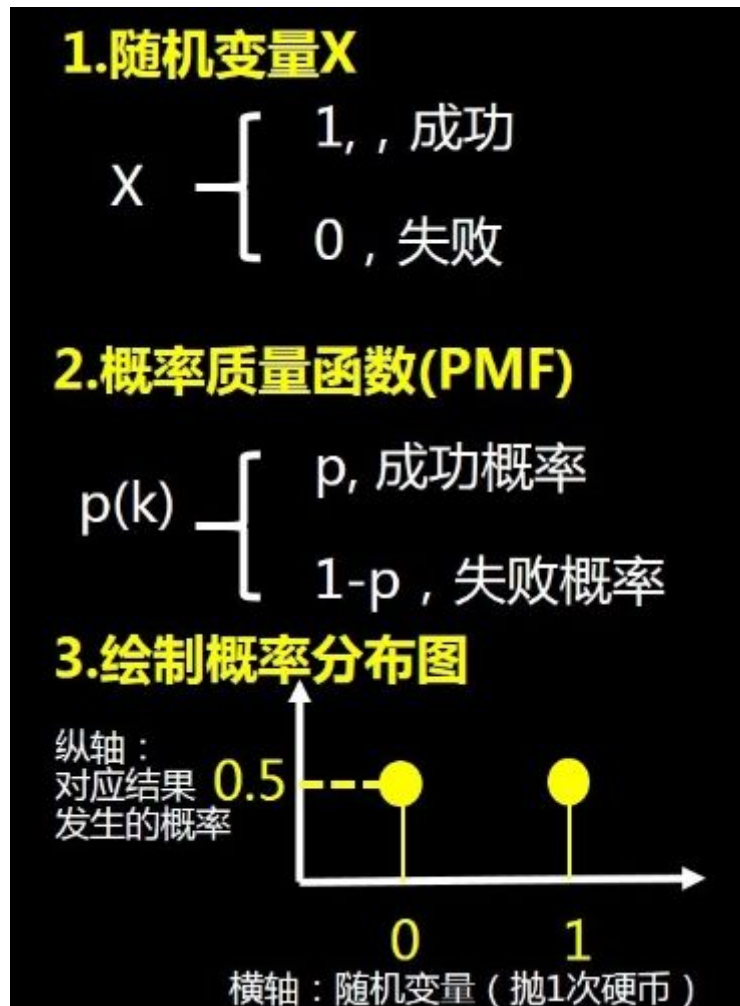
3.9常见分布函数

3.9.1 0-1分布函数（伯努利分布）

*运用场景：伯努利实验就是在相同的条件下来进行多次的随机实验，每两个实验之间是互不影响的，而且每次实验的结果只有两个。比如抛硬币就是伯努利实验。

*表达式： $P(X=1)=p$ $P(X=0)=1-p$

*以求抛一次硬币，硬币正面朝上的概率为例：



*上图就是抛硬币的伯努利分布的实现过程。下面是python实现伯努利实验：首先在进行实现之前我们需要导入scipy来进行伯努利实验，然后按照如下代码进行：

```
In [3]: import scipy.stats as stats
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

'''
第一步，定义随机变量：1次抛硬币
成功指正面朝上记录为1，失败指反面朝上记录为0
'''

X=np.arange(0, 2, 1)
X
```

Out[3]: array([0, 1])

```
In [11]: #第二步 对应分布的概率：概率质量函数（PMF）
#它返回一个列表，列表中的每个元素表示随机变量中对应的概率。

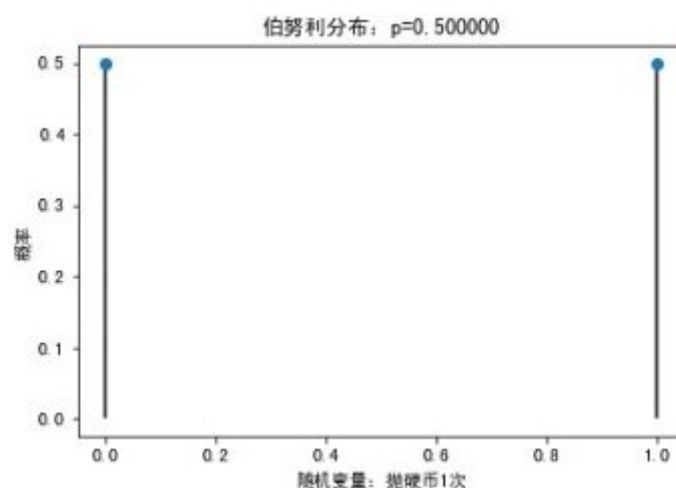
p=0.5 # 硬币朝上的概率
pList = stats.bernoulli.pmf(X, p)
pList
```

Out[11]: array([0.5, 0.5])

```
In [11]: #第二步 对应分布的概率：概率质量函数（PMF）
#它返回一个列表，列表中的每个元素表示随机变量中对应的概率。

p=0.5 # 硬币朝上的概率
pList = stats.bernoulli.pmf(X, p)
pList
```

Out[11]: array([0.5, 0.5])



3.9.2 二项分布

***运用场景：**二项分布的二项就代表该事件有两种结果，成功或者失败。当我们想了解成功k次的概率是多少的时候就需要用到二项分布的概率计算公式。再简单来理解二项分布就是做了n次的伯努利实验。

*表达式: $P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}$

*以 求抛五次硬币，至少有三次以上正面朝上的概率 为例：

1.定义随机变量

抛硬币5次，
正面朝上次数
X

0
1
2
3
4
5

$p(k=3) = C_5^3 \cdot 0.5^3 \cdot (1 - 0.5)^{5-3}$

① ② ③

5次中
成功3次
的概率

5次中
成功3次
有多少种
情况

成功3次
的概率

失败5-3次
的概率

2.如何计算概率？

n : 做某件事情的次数

p : 做某件事情成功的概率

k : 成功次数

$$p(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

①

②

③

n 次
成功 x 次
的概率

n 次
成功 k 次
有多少种
情况

成功 k 次
的概率

失败 $n-k$ 次
的概率

随机 变量 X	0	1	2	3	4	5
概率	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

纵轴：
对应结果
发生的概率

$\frac{1}{32}$

0 1 2 3 4 5

横轴：

随机变量（抛硬币5次正面朝上次数）

这个图就是二项分布的概率分布图。

下面我们用python来实现以下二项分布：套路还是和上面的伯努利分布一样，定义随机变量，生成随机事件，然后求取不同事件对应的概率值，最后画图。

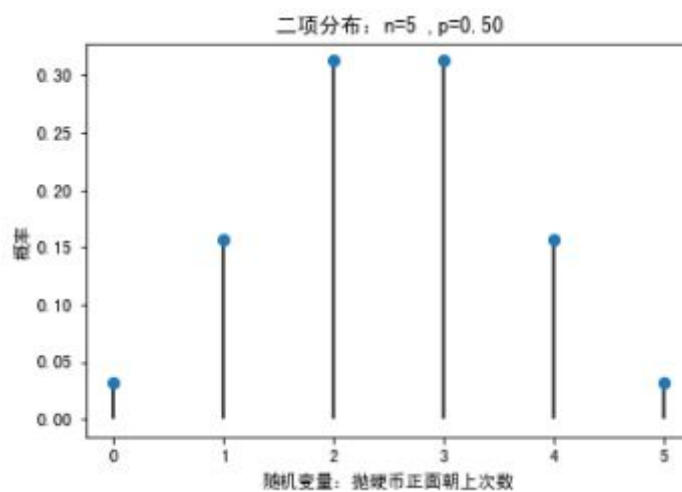
```
In [6]: #二项分布
#定义随机变量, 5次抛硬币, 正面向上次数
n = 5
p = 0.5
X = np.arange(0, n+1, 1)
X
```

```
Out [6]: array([0, 1, 2, 3, 4, 5])
```

```
In [7]: pList = stats.binom.pmf(X, n, p)
pList
```

```
Out [7]: array([0.03125, 0.15625, 0.3125 , 0.3125 , 0.15625, 0.03125])
```

```
In [8]: plt.plot(X, pList, marker= 'o', linestyle = 'None')
plt.vlines(X, 0, pList)
plt.xlabel('随机变量: 抛硬币正面向上次数')
plt.ylabel('概率')
plt.title('二项分布: n=%i , p=%.2f' %(n, p))
plt.show()
```



3.9.3 几何分布

运用场景:

几何分布和二项分布二者非常的相近, 几何分布的特征:

*做某件事的次数是固定的, 次数用n表示, n次某事件是相互独立的。

*每一次事件都有两个可能的结果: 成功或者失败。

*每一次成功的概率都相等, 成功的概率用p来表示。

*想知道第k次做某件事情, 才能取得一次成功的概率。

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p$$

性质：

$$E(X) = \frac{1}{p} \quad Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

p : 做某件事情成功的概率

k : 第k次做某件事情，才取到第1次成功

p(k) = $(1 - p)^{k-1}$ p

第k次才成功 前k-1次失败的概率 第k次成功概率

1 2

python:

```
In [18]: #几何分布, 和前面概率分布的套路一样一样的
'''
需要说明一下arange函数, 就是生成等差数列的,
arange(a, b, c) a是起始值, b是终止值, 但是最后生成的值不包含b, c是步长,
也就是等差数列相邻两个数之间的差值
'''
k = 5
p = 0.6
X = np.arange(1, k+1, 1)
X
```

```
Out[18]: array([1, 2, 3, 4, 5])
```

```
In [19]: pList = stats.geom.pmf(X, p)
pList
```

```
Out[19]: array([0.6, 0.24, 0.096, 0.0384, 0.01536])
```

```
In [20]: #绘图
plt.plot(X, pList, marker = 'o', linestyle = 'None')
plt.vlines(X, 0, pList)
plt.xlabel('随机变量: 表白第k次才首次成功')
plt.ylabel('概率')
plt.title('几何分布: p =%.2f' %p)
plt.show()
```

