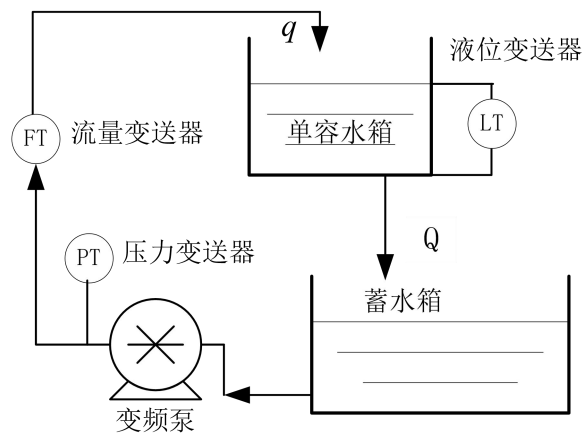


4.2.4 系统辨识案例

具有自衡能力的单容水箱液位系统，因操作简便、机理简单、使用广泛等原因，常常成为控制工程师入门的实验案例。在本章中，将以单容水箱为控制对象，完成对单容水箱的液位控制案例。单容水箱对象的物理结构图如下图所示：



图*.单容水箱示意图

在前面的分析中，已经了解到单容水箱自衡模型的传递函数为：

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (*)$$

其中水箱输入为流量（单位 L/min），输出为液位高度(单位 mm)，K 为水箱比例系数，T 为水箱惯性时间常数。

在单位阶跃响应下，该传递函数在时域上的响应为：

$$h(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (*)$$

由于上式模型为指数型非线性函数，进行最小二乘参数辨识需进行线性变换：

$$\frac{dh}{dt} = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}} \quad (*)$$

$$\ln\left(\frac{dh}{dt}\right) = -\frac{1}{T}t + \ln\left(\frac{K}{T}\right) \quad (*)$$

接下来利用最小二乘法辨识水箱对象模型。

算法 4-1：最小二乘辨识单容水箱模型

输入：时间序列的激励数据与响应数据

输出：待辨识参数 K、T

1. 数据预处理，实现输入、输入数据在时间上一一对应
 2. 进行输出数据的滤波和平滑化处理
 3. 将阶跃响应时域方程求导
 4. 取对数，进行线性化处理
 5. 利用时间-液位数据进行线性最小二乘辨识
 6. 获得待定系数 K、T
-

这里给出单容水箱阶跃响应实验室数据（变频器改变 1Hz 时水箱液位变化）的部分记

录点如下表所示：

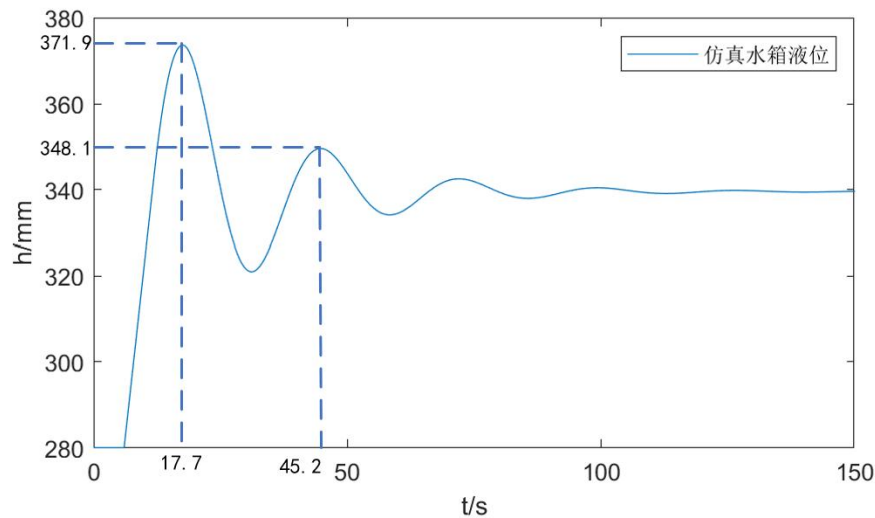
T/s	0	10	20	40	80	160	320	480	640	800
H/mm	0	0.948	1.374	2.664	5.840	10.138	18.478	25.848	30.992	35.968
T/s	960	1120	1280	1440	1800	2160	2320	2480	...	∞
H/mm	39.484	44.904	45.482	46.974	49.628	51.088	51.100	51.260	...	52.542

实验中观测到管道延迟时间约为 6 秒（即辨识中模型的延迟时间），最终得到单容水箱模型的传递函数为：

$$G(s) = \frac{53.674}{708.51s + 1} e^{-6s} \quad (*)$$

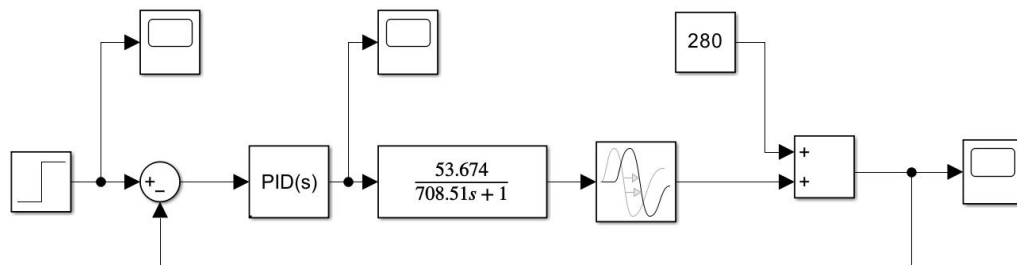
4.3.5 PID 控制案例

通过 4.2.4 小节中辨识得到的水箱传递函数 $G(s)$ ，采用衰减曲线法进行 PID 参数整定：事先将控制器的积分时间 T_i 设置无穷大，微分时间设置为零，仅有比例控制作用。在系统稳定运行时（280mm 处），修改设定值（340mm）实施阶跃扰动，并调节比例系数，观察系统的液位响应输出，经过几次调整，最终得到 4:1 振荡曲线（如下图所示），即可以通过衰减曲线法可以得到 PID 参数整定值。



图*.衰减曲线法寻找 PID 参数（此时 $K_p=2.37$ ， t_p 为两峰值时间差 27.5s）

于是，可设计单回路 PID 控制器如下：



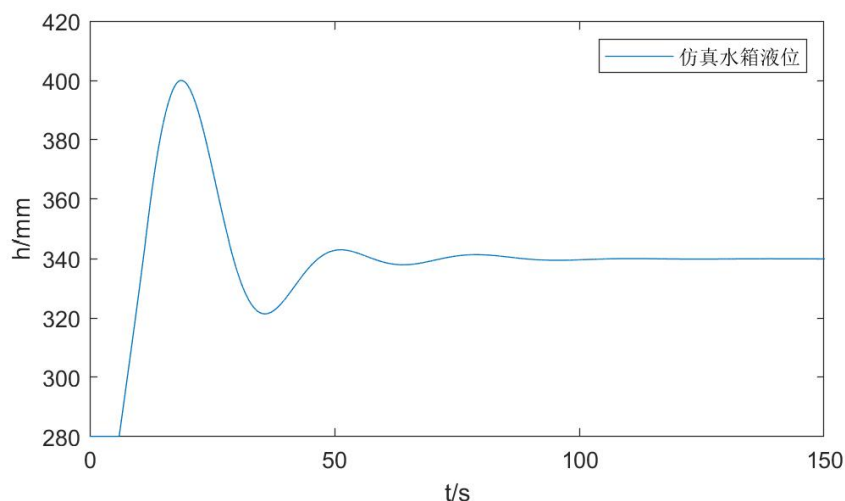
图*.单回路 PID 控制 Simulink 结构图（280mm 为开展实验时液位的初值）

其中，在衰减率为 0.75 时，PID 控制器的控制参数依据如下公式计算理想值。经过小幅微调后得到 $K_p=1.65$ ， $T_i=9.0s$ ， $T_d=3.0s$ 即可满足控制需求。

$$K_c = 0.8 \cdot \delta_s = 0.8 \cdot 2.37 = 1.896 \quad (*)$$

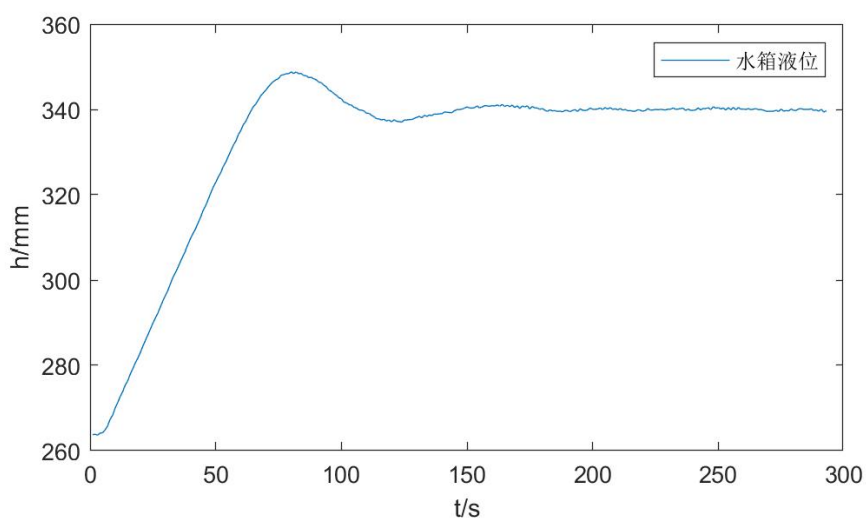
$$T_i = 0.3 \cdot t_p = 0.3 \cdot 27.5s = 8.25s \quad (*)$$

$$T_D = 0.1 \cdot t_p = 2.750s \quad (*)$$



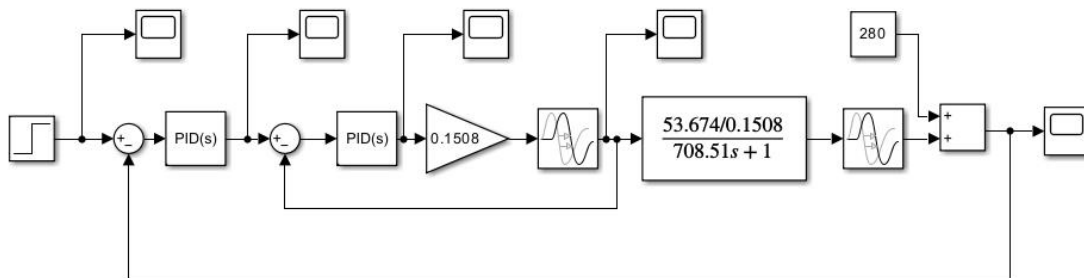
图*.Simulink 单回路 PID 控制仿真（此时 $K_p=1.65$, $T_i=9s$, $T_d=3s$ ）

当单回路 PID Simulink 仿真中选取 $K_p=1.65$, $T_i=9s$, $T_d=3s$ 时, 控制效果如上图所示（修改 PID 参数还可进一步调整曲线衰减比），可以发现最终仿真的结果第一波峰峰在 399mm 附近，第二波峰在 344mm 附近，受限于系统 6s 的延迟, 控制效果虽然没有展示出近似 4:1 的振荡曲线，但是超调属于性能良好 PID 参数。将 Simulink 仿真中选取的 PID 参数用于实际水箱实验测试，当选取控制周期为 0.2s，PID 控制律为 $K_p(1 + 1/T_i S + T_d S/(1+S/N))$ 时，实验实测水箱液位变化下如图*所示。



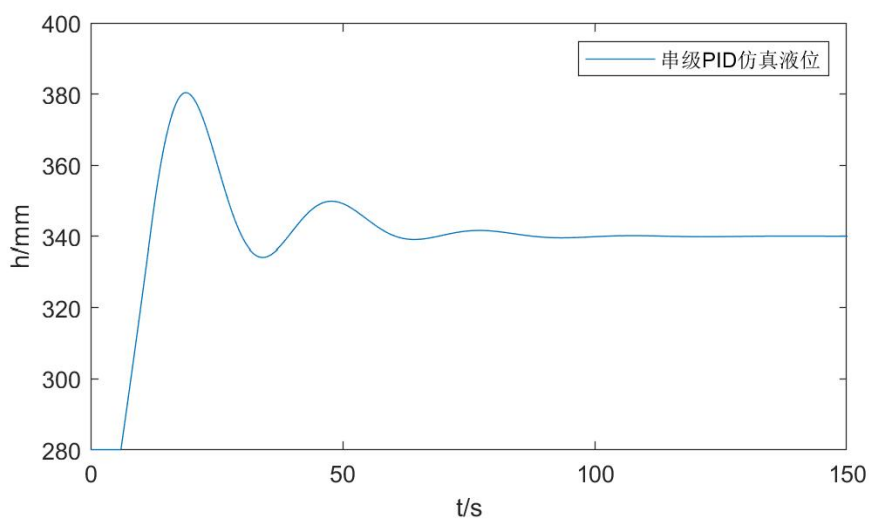
图*.单回路 PID 控制实际结果图（此时 $K_p=1.6$, $T_i=9s$, $T_d=3s$, 滤波系数 $N=1$ ）

为了进一步提高控制效果，实验中还设计了一套“液位-流量”串级控制 PID 控制系统，如下图*所示。其中副回路为变频泵频率输入到流量的比例传递函数，经实验测试该管道延迟时间为 2 秒（即变频泵动作到有流量有输出）。串级 PID 控制中，由于副回路的存在，主被控对象延迟时间在原单回路基础上缩短 2 秒，同时副回路还可以更迅速克服流量不稳的干扰，并且改善控制通道的动态特性，提供系统的工作频率。

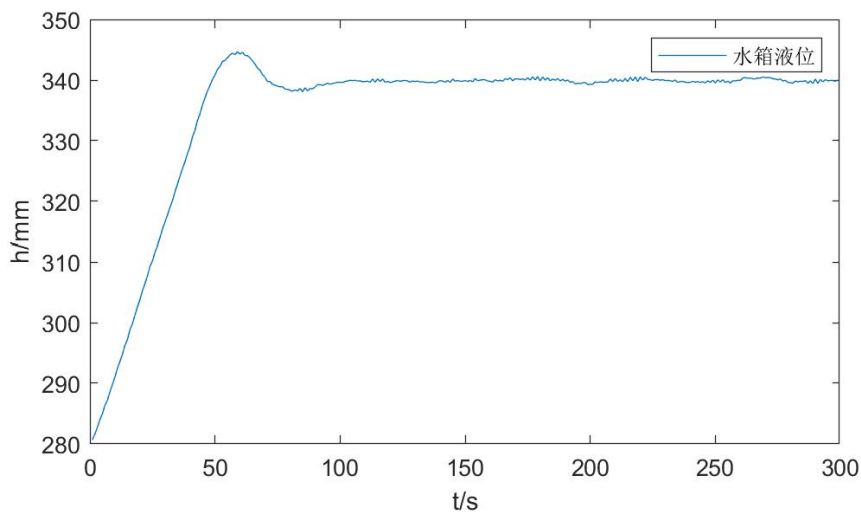


图*.液位-流量串级 PID 控制 Simulink 结构图

串级 PID 仿真得到的控制效果如下图所示。可以发现超调量、稳定时间等指标有明显优化，体现出串级控制系统的独特优势。



图*.串级 PID 控制仿真结果图（主回路 $K_p=3.64$, $T_i=21s$, $T_d=3s$, 副回路 $K_p=0.5$, $T_i=100s$ ）



图*.串级 PID 控制实际结果图（主回路 $K_p=3.64$, $T_i=21s$, $T_d=3s$, $N=1$, 副回路 $K_p=0.5$, $T_i=1s$ ）

从上图可以看出，实际应用中，将副回路的积分时间 T_i 设置为 $1s$ ，也取得了较好的效果。这说明，PID 的参数调整不按公式定理推导也可以获得很好的控制效果，故实际应用中可结合现场情况进行实际调整，按公式计算的 PID 参数只是一直推荐。

4.4.4 模型预测控制案例

为了更好地理解 MPC 控制，本例还是以 PID 控制中单容水箱案例来说明。MPC 控制器设计目的是使水箱液位保持在一设定的目标液位上。根据 4.4.2 节 MPC 控制原理及 4.2.4 水箱系统的辨识结果，MPC 控制单容水箱的伪代码如算法 4-2 所示：

算法 4-2: MPC 控制

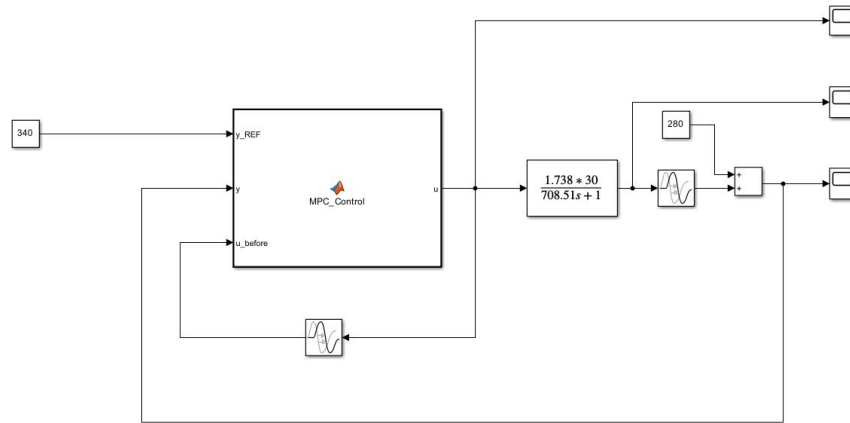
输入：流量

输出：液位

1. 初定义系统矩阵 A 和输入矩阵 B
 2. 定义预测时域长度 N
 3. 获取矩阵 A 和 B 的维度
 4. 初始化 M 矩阵、C 矩阵
 5. for i: =1 to N do
 6. rows = i*n + (1:n);
 7. C(rows, :) = [tmp*B, C(rows-n, 1:end-p)];
 8. tmp = A * tmp;
 9. M(rows, :) = tmp;
 10. end for
 11. 定义 Q 和 R 矩阵
 12. 计算 Q 和 R 矩阵的维度
 13. 初始化 Q_bar 矩阵
 14. for i: =0 to N do
 15. Q_bar((i*S_q + 1):(i+1)*S_q, (i*S_q + 1):(i+1)*S_q) = Q;
 16. end for
 17. Q_bar((N*S_q + 1):(N+1)*S_q, (N*S_q + 1):(N+1)*S_q) = F;
 18. 初始化 R_bar 矩阵
 19. for i: =1 to N-1 do
 20. R_bar((i*S_r + 1):(i+1)*S_r, (i*S_r + 1):(i+1)*S_r) = R;
 21. end for
 22. 计算 G、H、E 矩阵
 23. 设置优化选项
 24. 设置初始解 u_0 为 0
 25. 设置输入上下界
 26. 调用 quadprog 函数求解最优控制输入 U
 27. 取第一个控制输入作为输出
-

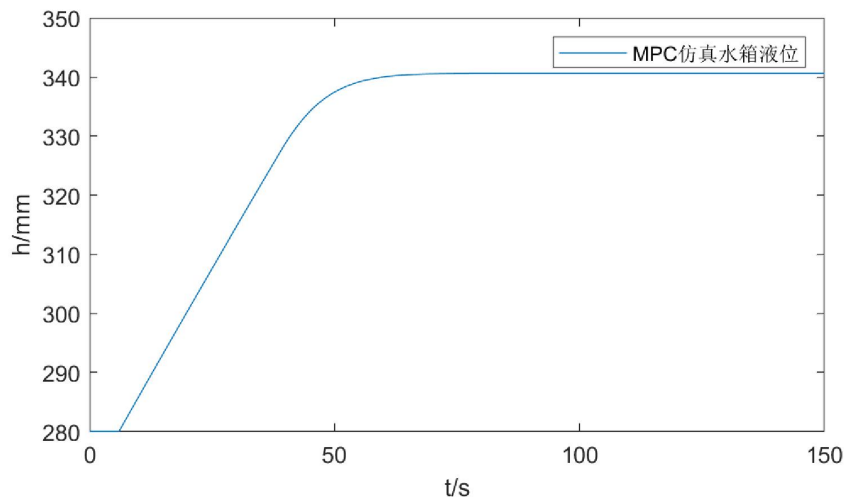
图*.MPC 控制单容水箱伪代码

在 MPC 控制器中，设定目标液位为 340mm，控制目标从初始 280mm 调整到 340mm，基于模型预测算法，利用当前输出和过去的控制输入，计算当前时刻的控制输入“u”，以最优方式使系统输出跟随参考信号。



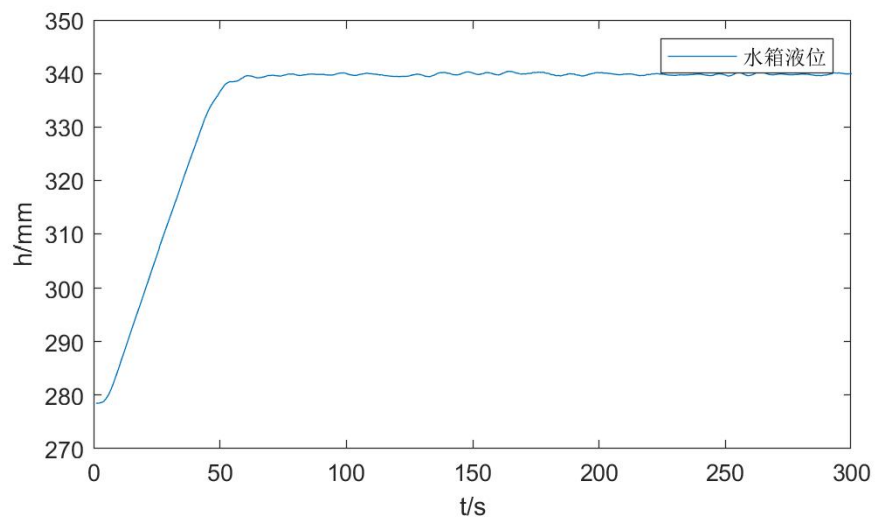
图*.MPC 控制 Simulink 结构图

仿真结果如上图*, 液位在前 50s 内从 280mm 迅速上升并达到设定值 340mm, 并在随后的时间里保持稳定; 可以看出 MPC 控制器具有较快的响应时间和良好的稳定性, 能够适应系统动态变化, 实现精确的液位控制。



图*.MPC 控制仿真结果图

最后从下图 MPC 控制的实际效果可以看出液位在前 50 秒迅速上升并达到约 340mm, 然后在此液位附近小幅稳定波动, 说明 MPC 控制有效地将水箱液位稳定在目标范围内, 具有良好的控制效果。



图*.MPC 控制实际结果图