ESPERIENZA INTRODUTTIVA
GRAVITA' - PENDOLO SEMPLICE
a.a. 2017/18

PREMESSA

Studiare un pendolo semplice significa innanzi tutto osservare il fenomeno, quindi ci si possono porre ad esempio le seguenti domande.

- Come possiamo descrivere il moto di un pendolo? Da che grandezze fisiche dipende? Che assunzioni stiamo facendo se consideriamo si tratti di un moto armonico semplice ed esprimiamo il periodo pendolo in funzione della lunghezza pendolo e dell'accelerazione di gravità?
  Quanto è importante l'ampiezza massima dell'oscillazione?
- E' possibile quindi ricavare una misura dell'accelerazione di gravità utilizzando un pendolo semplice? Come fare per ottenere un risultato accurato? E ancora: con che precisione possiamo misurare il periodo del pendolo con un cronometro manuale? Quali sono le incertezze dominanti? Si tratta di errori di tipo casuale?
- Alla fine dell'esperienza ci si potrebbe domandare: sapremmo costruire un pendolo che batte il secondo? Che precisione avrebbe? Che limiti?

INTRODUZIONE –Richiami di meccanica–

Il pendolo semplice è un sistema ideale formato da una massa puntiforme m sospesa ad un filo di lunghezza l, inestensibile e privo di massa, vincolato a muoversi attorno ad un punto fisso. Se il pendolo viene spostato di un angolo θ dalla posizione di equilibrio e quindi abbandonato, sotto l'azione della forza di gravità esso oscilla in un piano verticale ed il suo moto è periodico. Se θ è sufficientemente piccolo affinché valga l'approssimazione $sin\theta \approx \theta$ si ottiene l'equazione del moto:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + \frac{g}{l}\vartheta = 0$$

che descrive un'oscillazione armonica di periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Utilizzando questa relazione è possibile ricavare il valore dell'accelerazione di gravità g partendo dalla misura della lunghezza l del pendolo e del suo periodo di oscillazione T.

SCOPO DELL' ESPERIENZA

Si vuole **determinare l'accelerazione di gravità *g*** da un insieme di misure del periodo e della lunghezza del pendolo. Con la strumentazione a disposizione la lunghezza del pendolo e la massa sospesa possono essere variate a piacere.

Una prima parte di questa esperienza introduttiva è dedicata ad evidenziare la presenza degli errori casuali, attraverso una serie di misure ripetute del periodo, allo scopo di chiarire, verificare e applicare alcune delle leggi statistiche studiate.

SVOLGIMENTO DELL' ESPERIENZA

PARTE A - studio degli errori di misura-

Si costruisca un pendolo semplice di lunghezza fissata a piacere.

- Si misurino la **lunghezza del pendolo** l, la **massa** m del piombino sospeso ed il suo **diametro** d. Si provi a ripetere le misure più di una volta e si verifichi se si tratta di misure riproducibili o meno. Si determini l'incertezza da attribuire a tali misure.

1) Si misuri, per θ_{max} piccolo, il valore del **periodo** T del pendolo ripetendo la misura almeno 10 volte. Si raccolgano i dati della misura di T in una **tabella**.
Si determini di T la media aritmetica, la deviazione standard e l'errore standard della media.

2) Si ripeta la determinazione del periodo misurando, invece che la singola oscillazione completa, il tempo Δt necessario per effettuare 10 oscillazioni complete e ricavando il periodo come $T = \Delta t / 10$.
Si ripeta la misura di Δt almeno 10 volte. Si raccolgano i dati in una tabella.
Si determini la media aritmetica, la deviazione standard e l'errore standard della media. Si ricavi il periodo e il suo errore.

Si confronti il periodo medio ottenuto dalle misure dell'oscillazione singola (vedi punto 1) con quello ottenuto dalle misure delle 10 oscillazioni (punto 2). Si confronti la deviazione standard ottenuta dalle misure dell'oscillazione singola (punto 1) con quella ottenuta dalle 10 oscillazioni (punto 2) e si commentino le eventuali differenze tra i risultati. Si è ottenuto quanto ci si poteva aspettare?

3) Si ripetano altre misure del periodo di oscillazione (mantenendo sempre invariata la sua lunghezza), usando la singola oscillazione (come al punto 1), in modo da ottenere in totale circa 100 misure.

Si suddividano le misure in un numero opportuno di intervalli (ad esempio ampi circa ½ deviazione standard) e si riportino in un istogramma su carta millimetrata.

- Si scriva la funzione densità di probabilità di **Gauss** che descrive i dati raccolti e la si confronti graficamente con l'istogramma delle misure, **disegnandola sovrapposta all'istogramma.** (Successivamente si determini l'accordo tra l'istogramma e la funzione di Gauss tramite il test del χ^2.)

PARTE B - misura di g

In questa parte si fanno misure del periodo per diversi valori della lunghezza del pendolo.

1) Si misuri il periodo del pendolo dall'osservazione di 10 oscillazioni complete (come si faceva al punto A.2) per diversi valori della **lunghezza *l*.** Si raccolgano i dati per almeno 4 o 5 lunghezze diverse.

2) Si studi la relazione tra periodo e lunghezza. Si costruisca un **grafico** in cui si riportano i valori del periodo T in funzione della lunghezza l, un secondo grafico per T^2 in funzione di l, e un terzo grafico per T in funzione di l ma usando una carta (o scala) logaritmica.

3) Considerando una relazione lineare, si determini la miglior retta che approssima i dati utilizzando il metodo dei minimi quadrati. Si ricavi il valore di ***g* dal coefficiente angolare della retta**.
Si ricavi il valore dell'incertezza su g e si confronti il risultato ottenuto con il valore atteso $g = 9.81\ m/s^2$.

PARTE C - studio degli errori sistematici

Nella parte precedente si è determinata l'incertezza su g assumendo che l'unica misura affetta da errori fosse quella del periodo T.
Si consideri **l'incertezza sulla misura della lunghezza *l*** e si aggiunga all'errore finale, utilizzando le leggi della propagazione degli errori.

Si è anche assunto che il sistema in studio fosse un pendolo semplice ideale. Non è detto che ciò sia vero nella situazione sperimentale in esame.
Si prendono allora in considerazione diversi aspetti del fenomeno precedentemente trascurati, cercando di stabilire se determinano effetti importanti rispetto le misure che si sono fatte, oppure se sono effettivamente trascurabili.

Nel caso in cui gli effetti non siano trascurabili, il valore di g che si è determinato trascurando tali effetti non è accurato. E' necessario determinare la correzione corrispondente e valutare l'errore sistematico associato.

1. Approssimazione di piccole oscillazioni.

Il valore dell'angolo θ_{max} usato nelle oscillazioni era effettivamente piccolo?
Se θ_{max} non è sufficientemente piccolo perché valga l'approssimazione $sin\theta_{max} \approx \theta_{max}$, il periodo può essere espresso come:

$$T = T_0\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right)$$

dove T_0 è il periodo corrispondente ad oscillazioni con un angolo infinitesimo.
Quale ampiezza di oscillazione è stata usata nelle misure della parte II? Per tale valore quanto differisce T da T_0? E' una differenza significativa rispetto l'errore statistico sul periodo? Se è significativa correggere il valore di g ottenuto precedentemente.

2. Approssimazione di massa puntiforme.

La massa sospesa è di dimensione finita, e nel misurare la lunghezza del pendolo, si sarà tenuto conto della distanza l del suo centro di massa dal punto di sospensione.
Se consideriamo la massa non puntiforme il pendolo diventa un pendolo fisico il cui periodo è dato (per una massa sferica) da:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgl}}$$

dove I è il momento d' inerzia: $I = M\,l^2 + 2/5\,M\,r^2$, M è la massa della sfera ed r è il suo raggio. Determinare la differenza tra i periodi calcolati con le due formule per i valori di M, r, l usati nell'esperimento. Se la differenza risulta significativa correggere il valore di g ottenuto precedentemente.

3. Approssimazione di filo in estensibile.

4. Resistenza dell'aria.

5. Approssimazione di massa del filo nulla.