

Tema 1: Resuelve ecuaciones de la forma $Ax^2+Bx+C=0$ por factorización y fórmula general.

Ejercicio 1 (Explicado - Usando Fórmula General):

Resuelve la ecuación cuadrática $2x^2 + 5x - 3 = 0$ usando la fórmula general.

- **Paso 1: Identificar los coeficientes A, B y C.** La ecuación está en la forma $Ax^2 + Bx + C = 0$. En este caso: $A = 2$ $B = 5$ $C = -3$ (¡No olvides el signo!)
- **Paso 2: Escribir la fórmula general.** La fórmula para encontrar las soluciones (x) de una ecuación cuadrática es: $x = [-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}] / 2A$
- **Paso 3: Sustituir los valores de A, B y C en la fórmula.** $x = [-(5) \pm \sqrt{((5)^2 - 4 * (2) * (-3))}] / (2 * 2)$
- **Paso 4: Simplificar las operaciones dentro de la fórmula.**
 - Calcular B^2 : $(5)^2 = 25$
 - Calcular $-4AC$: $-4 * (2) * (-3) = -8 * (-3) = +24$
 - Calcular $2A$: $2 * 2 = 4$
 - Sustituir estos resultados en la fórmula: $x = [-5 \pm \sqrt{(25 + 24)}] / 4$ $x = [-5 \pm \sqrt{49}] / 4$
- **Paso 5: Calcular la raíz cuadrada.** $\sqrt{49} = 7$ La fórmula ahora es: $x = [-5 \pm 7] / 4$
- **Paso 6: Separar las dos posibles soluciones.** Una solución usa el signo '+' y la otra usa el signo '-':
 - Solución 1 (x_1): $x_1 = (-5 + 7) / 4 = 2 / 4 = 1/2$
 - Solución 2 (x_2): $x_2 = (-5 - 7) / 4 = -12 / 4 = -3$
- **Respuesta:** Las soluciones de la ecuación $2x^2 + 5x - 3 = 0$ son $x_1 = 1/2$ y $x_2 = -3$.

Ejercicios Adicionales:

2. Resuelve la ecuación $x^2 - 7x + 10 = 0$ por factorización. (Encuentra dos números que multiplicados den 10 y sumados den -7).
3. Encuentra las soluciones de la ecuación $3x^2 - 5x = 0$. (Sugerencia: ¿Qué puedes factorizar primero?).
4. Resuelve la ecuación $x^2 - 9 = 0$ por factorización (diferencia de cuadrados).
5. Utiliza la fórmula general para resolver la ecuación $x^2 + 2x + 1 = 0$. ¿Qué notas sobre las soluciones?
6. Resuelve la ecuación $6x^2 - x - 2 = 0$. Puedes usar factorización o la fórmula general.
7. Encuentra las soluciones de $x^2 + 4x - 6 = 0$ usando la fórmula general. Es posible que necesites dejar la respuesta con raíz cuadrada.
8. Transforma la ecuación $(x + 1)(x - 2) = 4$ a la forma $Ax^2+Bx+C=0$ y luego resuélvela.
9. Resuelve la ecuación $4x^2 - 12x + 9 = 0$. ¿Qué método te parece más sencillo aquí?
10. Determina las soluciones de la ecuación $-x^2 + 6x - 5 = 0$ (Sugerencia: puedes multiplicar todo por -1 primero si lo prefieres).

Tema 2: Resuelve problemas cuyo planteamiento es una ecuación cuadrática.

Ejercicio 1 (Explicado):

El área de un jardín rectangular es de 77 m². Si el largo del jardín mide 4 metros más que su ancho, ¿cuáles son las dimensiones del jardín?

- **Paso 1: Definir las variables.** Sea 'a' la medida del ancho del jardín en metros. El largo mide 4 metros más que el ancho, entonces el largo es 'a + 4' metros.
- **Paso 2: Plantear la ecuación usando la información del problema.** Sabemos que el área de un rectángulo es Área = Largo * Ancho. Nos dicen que el Área = 77 m². Sustituyendo nuestras expresiones para largo y ancho: $77 = (a + 4) * a$
- **Paso 3: Convertir la ecuación a la forma estándar $Ax^2+Bx+C=0$.** Multiplicamos en el lado derecho: $77 = a^2 + 4a$ Restamos 77 de ambos lados para igualar a cero: $0 = a^2 + 4a - 77$ O bien: $a^2 + 4a - 77 = 0$
- **Paso 4: Resolver la ecuación cuadrática.** Podemos intentar factorizar o usar la fórmula general. Busquemos dos números que multiplicados den -77 y sumados den +4. Los factores de 77 son 1 y 77, 7 y 11. Si usamos +11 y -7: $(+11) * (-7) = -77$ y $(+11) + (-7) = +4$. ¡Funciona! La factorización es: $(a + 11)(a - 7) = 0$ Las posibles soluciones para 'a' son: $a + 11 = 0 \Rightarrow a = -11$ $a - 7 = 0 \Rightarrow a = 7$

- **Paso 5: Interpretar las soluciones en el contexto del problema.** La variable 'a' representa el ancho del jardín, que debe ser una longitud positiva. Por lo tanto, la solución $a = -11$ no tiene sentido en este contexto. La única solución válida es $a = 7$ metros.
- **Paso 6: Calcular las dimensiones finales.** Ancho (a) = 7 metros Largo ($a + 4$) = $7 + 4 = 11$ metros
- **Respuesta:** El ancho del jardín es de 7 metros y el largo es de 11 metros. (Verificación: Área = $7 * 11 = 77 \text{ m}^2$, lo cual es correcto).

Ejercicios Adicionales:

- Encuentra dos números enteros consecutivos cuyo producto sea 156. (Si un número es 'n', el siguiente es 'n+1').
- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 cm. Si uno de los catetos mide 2 cm más que el otro, ¿cuánto miden los catetos? (Usa el Teorema de Pitágoras).
- Un cuadrado tiene un área de 81 cm^2 . Si se aumenta la longitud de sus lados en 'x' cm, la nueva área es 121 cm^2 . ¿Cuánto vale 'x'?
- La suma de un número y su cuadrado es 42. Encuentra el número (puede haber dos soluciones).
- Se quiere construir una caja sin tapa a partir de una lámina cuadrada de cartón de 12 cm de lado, cortando cuadrados iguales en cada esquina y doblando los lados. Si se desea que el área de la base de la caja sea de 64 cm^2 , ¿cuál debe ser la medida del lado de los cuadrados cortados en las esquinas?
- Un proyectil es lanzado verticalmente hacia arriba. Su altura 'h' (en metros) después de 't' segundos está dada por la fórmula $h = -5t^2 + 40t$. ¿Después de cuántos segundos el proyectil volverá a estar en el suelo ($h=0$)?
- El triple del cuadrado de un número menos el doble del mismo número es igual a 8. ¿Cuál es el número?
- Un jardín rectangular de 20 m de largo por 10 m de ancho está rodeado por un camino de ancho uniforme. Si el área total (jardín más camino) es de 336 m^2 , ¿cuál es el ancho del camino?
- La diferencia entre dos números naturales es 3, y la suma de sus cuadrados es 117. Halla los números.

Tema 3: Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras al resolver problemas.

Ejercicio 1 (Explicado):

Los catetos de un triángulo rectángulo miden 5 cm y 12 cm respectivamente. Calcula la longitud de la hipotenusa.

- **Paso 1: Identificar los datos y lo que se pide.** Tenemos un triángulo rectángulo. Medida del cateto 'a' = 5 cm Medida del cateto 'b' = 12 cm Se pide calcular la longitud de la hipotenusa 'c'.
- **Paso 2: Formular el Teorema de Pitágoras.** El teorema establece que en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa (c) es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (a y b): $c^2 = a^2 + b^2$
- **Paso 3: Sustituir los valores conocidos en la fórmula.** $c^2 = (5 \text{ cm})^2 + (12 \text{ cm})^2$
- **Paso 4: Calcular los cuadrados.** $c^2 = 25 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2$
- **Paso 5: Sumar los resultados.** $c^2 = 169 \text{ cm}^2$
- **Paso 6: Despejar 'c' calculando la raíz cuadrada.** $c = \sqrt{169 \text{ cm}^2}$ $c = 13 \text{ cm}$
- **Respuesta:** La longitud de la hipotenusa es de 13 cm. (Justificación: Se usa porque es un triángulo rectángulo y queremos relacionar las longitudes de sus tres lados).

Ejercicios Adicionales:

- La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 25 m y uno de sus catetos mide 7 m. Calcula la longitud del otro cateto.
- Una escalera de 5 metros de longitud está apoyada en una pared vertical. El pie de la escalera está a 3 metros de distancia de la base de la pared. ¿A qué altura de la pared llega

la escalera? Dibuja un diagrama.

4. Calcula la diagonal de un rectángulo cuyos lados miden 8 cm y 15 cm.
5. Verifica si un triángulo cuyos lados miden 9 cm, 12 cm y 15 cm es un triángulo rectángulo. (Justifica usando el teorema o su converso).
6. Encuentra la altura de un triángulo isósceles cuya base mide 10 cm y sus lados iguales miden 13 cm cada uno. (Sugerencia: la altura divide la base en dos partes iguales, formando dos triángulos rectángulos).
7. Calcula la diagonal de un cuadrado cuyo lado mide 6 cm. Expresa el resultado de forma exacta (con radical) y aproximada con decimales.
8. Un poste vertical de 12 pies de altura está sujeto por un cable tensor que va desde la punta del poste hasta un punto en el suelo a 9 pies de la base del poste. ¿Cuál es la longitud del cable tensor?
9. En un mapa, las coordenadas de dos ciudades A y B son A(2, 3) y B(7, 15). Calcula la distancia "en línea recta" entre las dos ciudades usando el teorema de Pitágoras. (Considera el desplazamiento horizontal y vertical como los catetos).
10. ¿Es posible tener un triángulo rectángulo donde los catetos midan 4 cm y 5 cm, y la hipotenusa mida 6 cm? Justifica tu respuesta usando el Teorema de Pitágoras.

Tema 4: Determina y compara las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y de dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos para tomar decisiones.

Ejercicio 1 (Explicado - Comparando Medias):

Las calificaciones de dos estudiantes, María y Juan, en 5 exámenes de matemáticas fueron:

- María: 8, 7, 9, 8, 10
- Juan: 6, 8, 7, 9, 7

Calcula la calificación promedio (media aritmética) de cada estudiante y decide, basándote en este promedio, quién tuvo un mejor rendimiento general.

- **Paso 1: Calcular la media de María.**
 - Sumar todas sus calificaciones: $8 + 7 + 9 + 8 + 10 = 42$
 - Contar el número total de calificaciones: 5
 - Dividir la suma entre el número de calificaciones: Media María = $42 / 5 = 8.4$
- **Paso 2: Calcular la media de Juan.**
 - Sumar todas sus calificaciones: $6 + 8 + 7 + 9 + 7 = 37$
 - Contar el número total de calificaciones: 5
 - Dividir la suma entre el número de calificaciones: Media Juan = $37 / 5 = 7.4$
- **Paso 3: Comparar las medias.** La media de María (8.4) es mayor que la media de Juan (7.4).
- **Paso 4: Tomar una decisión basada en la comparación.** Basándonos únicamente en la media aritmética, María tuvo un mejor rendimiento general en los exámenes de matemáticas, ya que su calificación promedio fue más alta.
- **Respuesta:** La media de María es 8.4 y la de Juan es 7.4. Según el promedio, María tuvo un mejor rendimiento.

Ejercicios Adicionales:

2. Para el conjunto de calificaciones de María (8, 7, 9, 8, 10), calcula: a) La mediana b) La moda c) El rango
3. Para el conjunto de calificaciones de Juan (6, 8, 7, 9, 7), calcula: a) La mediana b) La moda c) El rango
4. Considera los siguientes tiempos (en minutos) que tardaron dos rutas diferentes en ser recorridas durante 6 días:
 - Ruta A: 25, 30, 28, 32, 25, 36
 - Ruta B: 29, 30, 31, 28, 30, 32Calcula la media y el rango para cada ruta. ¿Qué ruta parece ser más rápida en promedio? ¿Qué ruta parece tener tiempos más consistentes (menor variabilidad)?

5. Calcula la desviación media para las calificaciones de María (8, 7, 9, 8, 10). Recuerda que la media es 8.4. (Calcula $|8-8.4|$, $|7-8.4|$, $|9-8.4|$, $|8-8.4|$, $|10-8.4|$, suma estos valores y divide entre 5).
6. Calcula la desviación media para las calificaciones de Juan (6, 8, 7, 9, 7). Recuerda que la media es 7.4.
7. Comparando las desviaciones medias calculadas en los problemas 5 y 6, ¿las calificaciones de qué estudiante fueron más consistentes (menos dispersas respecto a su promedio)?
8. Se registraron las temperaturas máximas ($^{\circ}\text{C}$) durante una semana en dos ciudades:
 - Ciudad Sol: 30, 32, 31, 33, 30, 34, 32
 - Ciudad Luna: 25, 35, 28, 33, 26, 36, 29Calcula la media, mediana y rango para cada ciudad. ¿En qué ciudad hace más calor en promedio (media)? ¿Qué ciudad tiene temperaturas más variables (rango)?
9. En un equipo de baloncesto, las alturas (en cm) de 5 jugadores titulares son: 185, 190, 188, 195, 190. Calcula la media, mediana y moda de las alturas.
10. Se comparan los salarios mensuales (en pesos) de 7 empleados en dos pequeñas empresas:
 - Empresa Alfa: 8000, 8500, 9000, 8800, 8500, 8200, 25000 (el dueño)
 - Empresa Beta: 10000, 10500, 11000, 10800, 10500, 10200, 12000Calcula la media y la mediana para cada empresa. ¿Qué medida de tendencia central crees que representa mejor el salario "típico" en la Empresa Alfa? ¿Por qué? ¿En qué empresa es mayor el salario promedio?