

Tema 1: Representa algebraicamente áreas y volúmenes de cuerpos geométricos y calcula el valor de una variable en función de las otras.

Ejercicio 1 (Explicado):

El volumen (V) de un prisma rectangular se calcula multiplicando el área de la base (A_b) por su altura (h). Si la base es un rectángulo con lados 'a' y 'b', la fórmula es $V = a * b * h$. Si sabemos que el volumen de una caja es de 120 cm³, el lado 'a' mide 4 cm y el lado 'b' mide 5 cm, ¿cómo encontramos la altura 'h' de la caja?

- **Paso 1: Escribir la fórmula general.** La fórmula del volumen del prisma rectangular es: $V = a * b * h$
- **Paso 2: Identificar los valores conocidos.** Sabemos que: $V = 120 \text{ cm}^3$ $a = 4 \text{ cm}$ $b = 5 \text{ cm}$ $h = ?$ (esta es la variable que queremos encontrar)
- **Paso 3: Sustituir los valores conocidos en la fórmula.** $120 = 4 * 5 * h$
- **Paso 4: Simplificar la ecuación.** Multiplicamos los números conocidos: $4 * 5 = 20$ La ecuación se convierte en: $120 = 20 * h$
- **Paso 5: Despejar la variable 'h'.** Para dejar 'h' sola, necesitamos dividir ambos lados de la ecuación por el número que la multiplica (20). $120 / 20 = (20 * h) / 20$ $120 / 20 = h$
- **Paso 6: Calcular el valor final.** $120 / 20 = 6$ Por lo tanto, $h = 6 \text{ cm}$.
- **Respuesta:** La altura de la caja es de 6 cm.

Ejercicios:

2. El área (A) de un triángulo es $A = (\text{base} * \text{altura}) / 2$. Expresa la fórmula para calcular la base (b) si conoces el área (A) y la altura (h).
3. El volumen de un cubo es $V = L^3$, donde L es la longitud de la arista. Si el volumen de un cubo es 64 m³, ¿cuál es la longitud de su arista?
4. Representa algebraicamente el área total (AT) de un prisma rectangular cuyas dimensiones son: largo = x, ancho = y, alto = z. (Recuerda que tiene 6 caras).
5. La fórmula del volumen de un cilindro es $V = \pi * r^2 * h$. Si el radio (r) se duplica y la altura (h) se mantiene igual, ¿cómo cambia el volumen? Representalo algebraicamente.
6. El área de un cuadrado es $A = \text{lado}^2$. Escribe una expresión algebraica para el área de un cuadrado cuyo lado mide (x + 3).
7. Dada la fórmula del volumen de un cono $V = (1/3) * \pi * r^2 * h$, despeja la altura (h) en función de V y r.
8. Un prisma tiene como base un triángulo equilátero de lado 'L' y su altura es 'H'. Sabiendo que el área de un triángulo equilátero es $(\sqrt{3} / 4) * L^2$, escribe la expresión algebraica para el volumen del prisma.
9. El área lateral (AL) de un cilindro es $AL = 2 * \pi * r * h$. Si el área lateral es 100π cm² y el radio es 5 cm, calcula la altura (h).
10. Si el volumen de una esfera es $V = (4/3)\pi r^3$, escribe una expresión para calcular el radio (r) en función del volumen (V).

Tema 2: Explora diversos procedimientos para resolver problemas de reparto proporcional.

Ejercicio 1 (Explicado):

Tres amigos, Ana, Luis y Carlos, trabajaron juntos en un proyecto. Ana trabajó 4 horas, Luis trabajó 6 horas y Carlos trabajó 10 horas. Si les pagaron un total de \$2,000 por el proyecto, ¿cuánto dinero le corresponde a cada uno si el reparto es proporcional a las horas trabajadas?

- **Paso 1: Calcular el total de unidades de reparto.** En este caso, las unidades son las horas trabajadas. Sumamos las horas de todos: Total horas = 4 (Ana) + 6 (Luis) + 10 (Carlos) = 20 horas.
- **Paso 2: Calcular el valor por cada unidad de reparto.** Dividimos la cantidad total a repartir (\$2,000) entre el total de unidades (20 horas): Valor por hora = \$2,000 / 20 horas = \$100 por hora.
- **Paso 3: Calcular la parte correspondiente a cada persona.** Multiplicamos el valor por unidad (\$100/hora) por las unidades (horas) que aportó cada persona:

- Ana: 4 horas * \$100/hora = \$400
- Luis: 6 horas * \$100/hora = \$600
- Carlos: 10 horas * \$100/hora = \$1,000
- **Paso 4: Verificar la suma.** Comprobamos que la suma de las partes sea igual al total repartido: $\$400 + \$600 + \$1,000 = \$2,000$. La suma es correcta.
- **Respuesta:** A Ana le corresponden \$400, a Luis \$600 y a Carlos \$1,000.

Ejercicios:

2. Si 5 kg de naranjas cuestan \$80, ¿cuánto costarán 12 kg de naranjas?
3. Un coche tarda 3 horas en recorrer una distancia a una velocidad constante de 80 km/h. Si aumenta su velocidad a 100 km/h, ¿cuánto tiempo tardará en recorrer la misma distancia? (Nota: ¿Es proporción directa o inversa?)
4. Se quiere repartir una bolsa de 150 caramelos entre tres niños de forma proporcional a sus edades, que son 5, 7 y 8 años. ¿Cuántos caramelos recibe cada niño?
5. Para preparar una receta de pastel para 6 personas se necesitan 300 gramos de harina. ¿Cuánta harina se necesitará si se quiere preparar el pastel para 9 personas?
6. Cuatro pintores tardan 6 días en pintar una casa. ¿Cuántos días tardarían si fueran 8 pintores trabajando al mismo ritmo?
7. Una empresa reparte un bono de \$15,000 entre sus tres empleados en proporción inversa a sus faltas durante el año. Si el empleado A tuvo 1 falta, el empleado B tuvo 2 faltas y el empleado C tuvo 3 faltas, ¿cuánto recibe cada uno? (Ayuda: Reparte proporcionalmente a $1/1, 1/2, 1/3$).
8. Un mapa tiene una escala donde 2 cm representan 5 km reales. Si la distancia entre dos ciudades en el mapa es de 15 cm, ¿cuál es la distancia real entre ellas?
9. Se mezclan 3 litros de pintura roja con 5 litros de pintura blanca. Si queremos mantener la misma proporción de color para obtener 24 litros de mezcla, ¿cuántos litros de pintura roja y cuántos de blanca necesitamos?
10. Un ganadero tiene alimento para 50 vacas durante 18 días. Si vende 10 vacas, ¿cuántos días le durará el alimento para las vacas restantes?

Tema 3: Reconoce las propiedades de los sólidos.

Ejercicio 1 (Explicado):

Observa la siguiente figura (imagina un cubo). Identifica qué tipo de sólido es y cuenta cuántas caras, vértices y aristas tiene.

- **Paso 1: Identificar el sólido.** La figura es un **cubo**. Un cubo es un tipo especial de prisma donde todas sus caras son cuadrados iguales. Pertenece a los poliedros regulares (hexaedro regular).
- **Paso 2: Contar las caras.** Las caras son las superficies planas que limitan el sólido. Si cuentas las superficies del cubo (arriba, abajo, y las cuatro laterales), encontrarás que tiene **6 caras**.
- **Paso 3: Contar los vértices.** Los vértices son las esquinas donde se unen tres o más aristas. Un cubo tiene vértices en cada esquina. Si los cuentas, verás que tiene **8 vértices**.
- **Paso 4: Contar las aristas.** Las aristas son los segmentos de línea donde se encuentran dos caras. Si cuentas todos los "bordes" del cubo, encontrarás que tiene **12 aristas**.
- **Respuesta:** El sólido es un cubo, tiene 6 caras, 8 vértices y 12 aristas. (Puedes verificar la fórmula de Euler: $V - E + F = 8 - 12 + 6 = 2$).

Ejercicios:

2. ¿Cuál es la diferencia principal entre un prisma y una pirámide? Describe la forma de sus bases y caras laterales.
3. Identifica el sólido que se puede formar con el siguiente desarrollo plano (imagina el desarrollo de un cilindro: dos círculos y un rectángulo). ¿Cuántas caras tiene (considerando las bases)?
4. ¿Qué es un poliedro regular? Menciona al menos dos ejemplos.

- Una pirámide tiene una base pentagonal. ¿Cuántas caras tiene en total? ¿Cuántos vértices? ¿Cuántas aristas? Verifica si cumple la fórmula de Euler ($V - E + F = 2$).
- ¿Cómo se llama un sólido que tiene todas sus caras triangulares y convergen en un solo vértice superior, partiendo de una base poligonal?
- Dibuja el desarrollo plano (la "plantilla" para armarlo) de un prisma triangular.
- ¿Cuáles de los siguientes sólidos son poliedros y cuáles son cuerpos redondos: esfera, cono, dodecaedro, cilindro, pirámide cuadrangular?
- Un prisma recto tiene como base un hexágono. ¿Cuántas caras laterales tiene? ¿Qué forma tienen estas caras laterales?
- Describe las características de una esfera (superficie, centro, radio, diámetro). ¿Tiene caras, aristas o vértices en el sentido tradicional de los poliedros?

Tema 4: Usa diferentes estrategias para calcular el volumen de prismas, pirámides y cilindros.

Ejercicio 1 (Explicado):

Calcula el volumen de un prisma rectangular (como una caja de zapatos) que mide 10 cm de largo, 5 cm de ancho y 8 cm de alto.

- Paso 1: Identificar el tipo de sólido y la fórmula del volumen.** El sólido es un prisma rectangular. La fórmula general del volumen de un prisma es: $V = \text{Área de la base} * \text{Altura}$ ($V = A_b * h$)
- Paso 2: Identificar la forma de la base y calcular su área (A_b).** La base es un rectángulo. Sus dimensiones son el largo y el ancho de la caja. Largo = 10 cm Ancho = 5 cm El área de un rectángulo es: $A_b = \text{Largo} * \text{Ancho}$ $A_b = 10 \text{ cm} * 5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}^2$
- Paso 3: Identificar la altura del prisma (h).** La altura del prisma es la dimensión perpendicular a la base. En este caso, es el alto de la caja. Altura (h) = 8 cm
- Paso 4: Aplicar la fórmula del volumen.** Sustituimos el área de la base y la altura en la fórmula del volumen: $V = A_b * h$ $V = 50 \text{ cm}^2 * 8 \text{ cm}$
- Paso 5: Calcular el resultado y añadir las unidades correctas.** $V = 400$ Como multiplicamos cm^2 por cm , las unidades del volumen son centímetros cúbicos (cm^3).
- Respuesta:** El volumen del prisma rectangular es de 400 cm^3 .

Ejercicios:

- Calcula el volumen de un cilindro que tiene un radio de 4 metros y una altura de 10 metros. Usa $\pi \approx 3.14$. (Fórmula: $V = \pi * r^2 * h$)
- Encuentra el volumen de una pirámide cuya base es un cuadrado de 6 cm de lado y su altura es de 10 cm. (Fórmula: $V = (1/3) * A_b * h$)
- Un prisma tiene como base un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm. La altura del prisma es de 12 cm. ¿Cuál es su volumen? (Recuerda: Área triángulo = (base * altura_triángulo) / 2).
- Un tanque de agua tiene forma de cilindro con un diámetro de 6 metros y una altura de 5 metros. ¿Cuántos litros de agua puede contener? (Considera $\pi \approx 3.14$ y que $1 \text{ m}^3 = 1000$ litros).
- Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide 7 cm.
- Una pirámide tiene un volumen de 200 m^3 y el área de su base es de 50 m^2 . ¿Cuál es la altura de la pirámide?
- Un prisma hexagonal regular tiene un lado de la base de 4 cm y una apotema de la base de 3.5 cm. Si su altura es de 15 cm, calcula su volumen. (Ayuda: Área hexágono = (Perímetro * apotema) / 2).
- Compara el volumen de un cono y un cilindro que tienen el mismo radio y la misma altura. ¿Qué relación hay entre sus volúmenes? (Aunque el cono no está explícitamente en el título, se relaciona con la pirámide).
- Se quiere construir una rampa de concreto con forma de prisma triangular. La base es un triángulo rectángulo con base 2 m y altura 0.5 m. La longitud de la rampa (altura del prisma) es de 4 m. ¿Qué volumen de concreto se necesita.