Reaktions-Diffusions-Advektionsgleichung in 2D

Etienne Ott, Moritz Schleicher, Patrick Buchfink
Numerische Simulation WS16/17

10. Februar 2017

Inhalt

- Einführung und Motivation
- Theorie: Populationsdynamik
- Theorie: Gray-Scott Modell
- Implementierung
- Ergebnisse

Einführung und Motivation

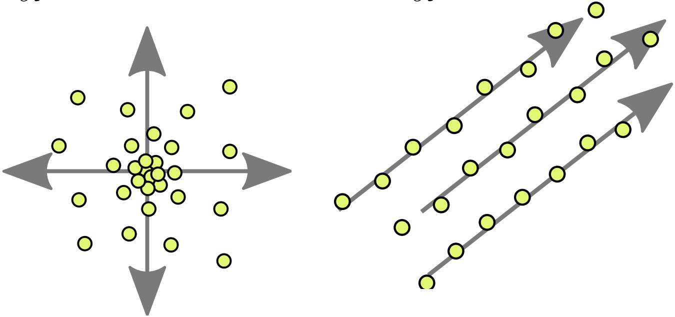
Wiederholung: Diffusions-Advektionsgleichung

Diffusion

$$\frac{\partial s(t,\boldsymbol{x})}{\partial t} = \nabla \cdot (\boldsymbol{D}\nabla s(t,\boldsymbol{x}))$$

Advektion

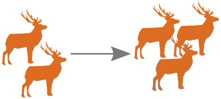
$$\frac{\partial s(t,\boldsymbol{x})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\boldsymbol{v}s)$$

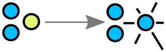


Motivation: Reaktionen

Reaktion

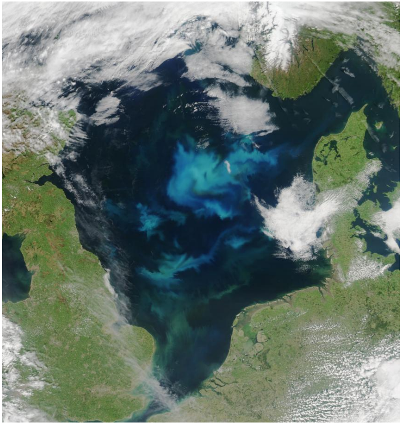
$$\frac{\partial s(t,\boldsymbol{x})}{\partial t} = R(s, t, \boldsymbol{x})$$





Theorie: Populationsdynamik

Idee der Populationsdynamik

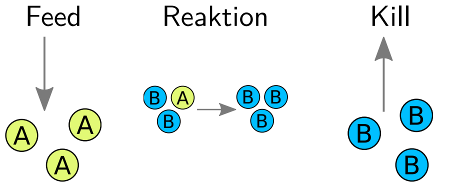


Quelle: http://www.spiegel.de/wissenschaft/natur/bild-1042982-869697.html

Theorie: Gray-Scott Modell

Idee des Gray-Scott Modells

- Zwei Substanzen A: Futter, B: Räuber
- Phänomene

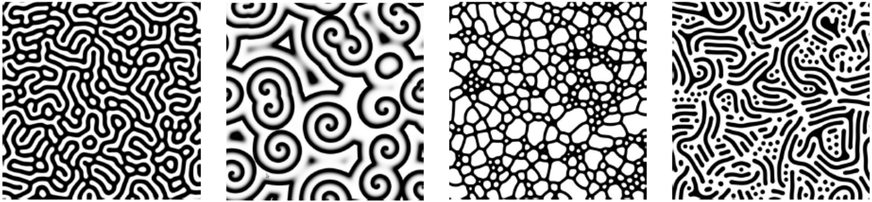


$$
\begin{aligned}
R_A(s_A, s_B, t, \mathbf{x}) &= \quad f(1 - s_A) \quad -s_A s_B^2 \\
R_B(s_A, s_B, t, \mathbf{x}) &= \quad +s_A s_B^2 \quad -(k + f)s_B
\end{aligned}
$$

- Parameter
  - Kill-Rate k
  - Feed-Rate f
  - Diffusions-Konstanten d_A, d_B

Gray-Scott Modell ohne Advektion

- Muster bekannt von
  - Blättern
  - Tierfellen (Rehe, Giraffen, Schmetterlinge, ...)
  - Miktose



Quelle: http://www.karlsims.com/rd.html

Implementierung

Implementierung der Substanzen und deren Reaktionsterms

Ergebnisse

Ergebnisse - Populationsdynamik

Ergebnisse - Gray-Scott Modell

Danke für die Aufmerksamkeit!

Fragen?