

## CURS 6

### Arbori. Evitare apeluri recursive repetate. Recursivitate de coadă

#### Cuprins

1. Evitare apeluri recursive repetate.....	1
2. Arbori.....	3
3. Optimizarea prin recursivitate de coadă (tail recursion).....	5
Funcționarea recursivității de coadă .....	5
Utilizarea tăieturii pentru păstrarea recursivității de coadă .....	6

#### 1. Evitare apeluri recursive repetate

**EXEMPLU 1.1** Să se calculeze minimul unei liste de numere întregi.

```
% minim(L: list of integer, M:integer)
% (i, o) - determinist
minim([A], A).
minim([H|T], Rez) :-
    minim(T, M),
    H =< M, !, Rez=H.
minim([_|T], M) :-
    minim(T, M).
```

##### **Solutia 1**

```
minim([A], A).
minim([H|T], M) :-
    minim(T, M),
    H > M, !.
minim([H|_], H).
```

**Solutia 2.** Se folosește un predicat auxiliar, pentru a evita apelul (recursiv) repetat din clauzele 2 și 3.

```
minim([A], A).
minim([H|T], Rez) :-
    minim(T, M), aux(H, M, Rez).
% aux(H: integer, M:integer, Rez:integer)
% (i, i, o) - determinist
```

```

aux(H, M, Rez) :-
    H =< M, !, Rez=H.
aux(_, M, M).

```

**EXEMPLU 1.2** Se dă o listă numerică. Să se dea o soluție pentru evitarea apelului recursiv repetat. *Nu se vor redefini clauzele.*

```

% f(L:list of numbers, E: number)
% (i,o) – determinist
f([E],E).
f([H|T],Y):- f(T,X),
              H=<X,
              !,
              Y=H.
f([_|T],X):- f(T,X).

```

**Soluție.** Se folosește un predicat auxiliar. Soluție nu presupune înțelegerea semanticii.

```

f([E],E).
f([H|T],Y):- f(T,X), aux(H, X, Y).
% aux(H: integer, X:integer, Y:integer)
% (i, i, o) - determinist
aux(H, X, Y) :-
    H=<X,
    !,
    Y=H.
aux(_, X, X).

```

**EXEMPLU 1.3** Să se dea o soluție pentru evitarea apelului recursiv repetat.

```

% f(K:number, X:number)
% (i,o) – determinist
f(1,1):-!.
f(2,2):-!.
f(K,X):- K1 is K-1,
          f(K1, Y),
          Y>1,
          !,
          K2 is K-2,
          X=K2.
f(K,X):- K1 is K-1,
          f(K1, X).

```

**Soluție.** Se folosește un predicat auxiliar.  
f(1,1):-!.

```

f(2,2):-!.
f(K,X) :- K1 is K-1,
          f(K1, Y),
          aux(K, Y, X).
% aux(K: integer, Y:integer, X:integer)
% (i, i, o) - determinist
aux(K, Y, X) :-
    Y>1,
    !,
    K2 is K-2,
    X=K2.
aux(_, Y, Y).

```

## 2. Arbori

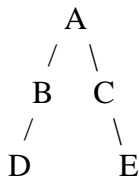
Folosind obiecte compuse, se pot defini și prelucra în Prolog diverse structuri de date, precum arborii.

```

% domeniul corespunzător AB – domeniu cu alternative
% arbore=arb(integer, arbore, arbore);nil
% Functorul nil îl asociem arborelui vid

```

De exemplu, arborele



se va reprezenta astfel

```

arb(A, arb(B,
            arb(D, nil, nil),
            nil
        ),
    arb(C, nil,
        arb(E, nil, nil)
    )
)

```

Se dă o listă numerică. Se cere să se afișeze elementele listei în ordine crescătoare. Se va folosi sortarea arborescentă (folosind un ABC).

**Indicație.** Se va construi un ABC cu elementele listei. Apoi, se va parcurge ABC în inordine.

```

% domeniul corespunzător ABC – domeniu cu alternative
% arbore=arb(integer, arbore, arbore);nil

```

% Functorul **nil** îl asociem arborelui vid

$$inserare(e, arb(r, s, d)) = \begin{cases} arb(e, \emptyset, \emptyset) & \text{daca } arb(r, s, d) \text{ e vid} \\ arb(r, inserare(e, s), d) & \text{daca } e \leq r \\ arb(r, s, inserare(e, d)) & \text{altfel} \end{cases}$$

% (integer, arbore, arbore) – (i,i,o) determinist

% insereaza un element într-un ABC

inserare(E, nil, arb(E, nil, nil)).

inserare(E, arb(R, S, D), arb(R, SNou, D)) :-

E =< R,

!,

inserare(E, S, SNou).

inserare(E, arb(R, S, D), arb(R, S, DNou)) :-

inserare(E, D, DNou).

% (arbore) – (i) determinist

% afișează nodurile arborelui în inordine

inordine(nil).

inordine(arb(R,S,D)) :-

inordine(S),

write(R),

nl,

inordine(D).

$$creeazaArb(l_1 l_2 \dots l_n) = \begin{cases} \emptyset & \text{daca } l \text{ e vida} \\ inserare(l_1, creeazaArb(l_2 \dots l_n)) & \text{altfel} \end{cases}$$

% (arbore, list) – (i,o) determinist

% creează un ABC cu elementele unei liste

creeazaArb([], nil).

creeazaArb([H|T], Arb) :-

creeazaArb(T, Arb1),

inserare(H, Arb1, Arb).

% (list) – (i) determinist

% afișează elementele listei în ordine crescătoare (folosind sortare arborescentă)

sortare(L) :-

creeazaArb(L, Arb),

inordine(Arb).

### 3. Optimizarea prin recursivitate de coadă (tail recursion)

Recursivitatea are o mare problemă: consumă multă memorie. Dacă o procedură se repetă de 100 ori, 100 de stadii diferite ale execuției procedurii (cadre de stivă) sunt memorate.

Totuși, există un caz special când o procedură se apelează pe ea fără să genereze cadru de stivă. Dacă procedura apelatoare apelează o procedură ca ultim pas al sau (după acest apel urmează punctul). Când procedura apelată se termină, procedura apelatoare nu mai are altceva de făcut. Aceasta înseamnă că procedura apelatoare nu are sens să-și memoreze stadiul execuției, deoarece nu mai are nevoie de acesta.

#### Funcționarea recursivității de coadă

Iată două reguli depre cum să faceți o recursivitate de coadă:

1. Apelul recursiv este ultimul subgoal din clauza respectivă.
2. Nu există puncte de backtracking mai sus în acea clauză (adică, subgoal-urile de mai sus sunt deterministe).

Iată un exemplu:

```
tip(N) :-  
    write(N),  
    nl,  
    Nou is N + 1,  
    tip(Nou).
```

Această procedură folosește recursivitatea de coadă. Nu consumă memorie, și nu se oprește niciodată. Eventual, din cauza rotunjirilor, de la un moment va da rezultate incorecte, dar nu se va opri.

#### Exemple greșite de recursivitate de coadă

Iată cateva reguli despre cum să NU faceți o recursivitate de coadă:

1. Dacă apelul recursiv nu este ultimul pas, procedura nu folosește recursivitatea de coadă.

Exemplu:

```
tip (N) :-  
    write(N),  
    nl,  
    Nou is N + 1,  
    tip (Nou),  
    nl.
```

2. Un alt mod de a pierde recursivitatea de coadă este de a lăsa o alternativă neîncercată la momentul apelului recursiv.

Exemplu:

```
tip(N) :-  
    write(N),  
    nl,  
    Nou is N + 1,  
    tip(Nou).  
tip(N) :-  
    N < 0,  
    write('N este negativ.').
```

Aici, prima clauză se apelează înainte ca a doua să fie încercată. După un anumit număr de pași intră în criză de memorie.

3. Alternativa neîncercată nu trebuie neaparat să fie o clauza separată a procedurii recursive. Poate să fie o alternativă a unei clauze apelate din interiorul procedurii recursive.

Exemplu:

```
tip (N) :-  
    write(N),  
    nl,  
    Nou is N + 1,  
    verif(Nou),  
    tip(Nou).  
verif(Z) :- Z >= 0.  
verif(Z) :- Z < 0.
```

Dacă N este pozitiv, prima clauză a predicatului **verif** a reușit, dar a doua nu a fost încercată. Deci, **tip** trebuie să-și pastreze o copie a cadrului de stivă.

### Utilizarea tăieturii pentru păstrarea recursivității de coadă

A doua și a treia situație de mai sus pot fi înlăturate dacă se utilizează tăietura, chiar dacă există alternative neîncercate.

Exemplu la situația a doua:

```
tip (N) :-  
    N >= 0,  
    !,  
    write(N),  
    nl,  
    Nou = N + 1,  
    tip(Nou).  
tip(N) :-  
    N < 0,  
    write("N este negativ.").
```

Exemplu la situația a treia:

```
tip(N) :-  
    write(N),  
    nl,  
    Nou = N + 1,  
    verif(Nou),  
    !,  
    tip(Nou).  
verif(Z) :- Z >= 0.  
verif(Z) :- Z < 0.
```