Seminarul 3

1. Un patron deţine 3 magazine, m_1, m_2, m_3, care au 50, 75, respectiv 100, de angajaţi, din care 50%, 60%, respectiv 70%, sunt femei. Patronul alege aleator un angajat pentru un bonus la salariu. Care este probabilitatea ca angajatul norocos să lucreze la magazinul m_3, ştiind că acesta este bărbat?

2. O persoană are în buzunar 2 zaruri roşii şi 3 zaruri albastre, dintre care alege aleator unul. Dacă a ales un zar roşu, atunci aruncă zarul ales de 3 ori, iar dacă a ales un zar albastru, atunci aruncă zarul ales de 2 ori. Calculaţi probabilitatea ca suma punctelor obţinute în urma aruncărilor să fie 10.

3. Se aruncă un zar. Fie N numărul care a apărut. Apoi, zarul este aruncat de N ori. Care este probabilitatea ca N=3, ştiind că:
a) numerele obţinute în urma celor N aruncări sunt diferite?
b) numerele obţinute în urma celor N aruncări sunt egale?

• **Modelul binomial:** În cadrul unui experiment pot să apară evenimentele A (*succes*) sau $\bar{A}$ (*insucces*). Un succes are loc cu $P(A) = p$, un insucces are loc cu $P(\bar{A}) = 1 - p$. Probabilitatea de a obţine k succese în n repetări independente ale experimentului este

$$b(k; n) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k \in \{0, \ldots, n\}.$$

▷ Acest model corespunde distribuţiei binomiale.

4. Probabilitatea ca un cip, de un anumit tip, să fie defect este 0,06. O componentă pentru calculator are instalate 12 astfel de cipuri. Componenta este funcţională dacă cel puţin 11 sunt operaţionale.
1) Calculaţi probabilitatea ca
  1a) 12 astfel de cipuri să fie funcţionale;
  1b) componenta să fie funcţională.
2) Dacă un calculator are instalate 4 astfel de componente, care este probabilitatea p ca cel puţin 3 dintre ele să fie funcţionale?
3) Dacă un calculator are instalate 3 astfel de componente, care este probabilitatea ca în total mai mult de 30 de cipuri să fie funcţionale?

• **Modelul urnei cu r culori şi bilă returnată:**

$$\begin{aligned} b(k_1, \ldots, k_r; n) &= \text{probabilitatea de a obţine } k_i \text{ bile cu culoarea } i,\ i = \overline{1, r}, \\ &\ \text{din } n \text{ extrageri } \textit{cu returnarea} \text{ bilei extrase} \\ &= \frac{n!}{k_1! \ldots k_r!} \cdot p_1^{k_1} \cdot \ldots \cdot p_r^{k_r}, \end{aligned}$$

unde p_i =probabilitatea de a extrage o bilă cu culoarea i, $i = \overline{1, r}$.
▷ Cazul $r = 2$ corespunde distribuţiei binomiale.

5. O persoană tastează aleator 11 litere minuscule pe o tastatură engleză. Care este probabilitatea ca literele tastate să poată fi permutate astfel încât să se obţină cuvântul *abracadabra*?

6. Un zar este aruncat de cinci ori. Calculaţi probabilităţile următoarelor evenimente:
a) A:“exact două numere sunt pare.”
b) B:“1 apare de două ori, 3 apare o dată şi 6 apare de două ori.”
c) C: “exact două numere sunt prime, un număr este egal cu 1, iar celelalte două sunt egale cu 4”.

7. O persoană întârzie la serviciu într-o zi ploioasă cu probabilitatea 0,2, iar într-o zi senină cu probabilitatea 0,1. Conform prognozei meteo, în următoarea zi va ploua cu probabilitate 0,8. Care este probabilitatea ca:
a) persoana să ajungă ziua următoare la timp la serviciu?
b) ziua următoare să fie ploioasă, ştiind că persoana ajunge la timp la serviciu?

8. O pereche de zaruri - unul alb şi unul roşu - se aruncă o dată şi apoi încă o dată. Calculaţi probabilitea ca numerele apărute la cea de-a doua aruncare să fie aceleaşi ca la prima aruncare. (Exemplu de caz favorabil: la prima aruncare zarul alb indică 2 şi zarul roşu indică 4, iar la a doua aruncare zarul alb indică 2 şi zarul roşu indică 4.)