Рецензия к леции Braess's Paradox*

Титова Полина, МП-40

Суть изложенного материала

В данной лекции рассматривалась ситуация:

Пусть имеется бесконечное(очень большое) число водителей, которые хотят добраться из пункта 1 в пункт 2. Существует несколько маршрутов, соединяющих эти пункты. Естественно, каждый из водителей хочет добраться до места назначения как можно быстрее. И так же естественно, что при больщом транспортном потоке на дорогах начинают возникать задержки, при этом их тем больше, чем большее количество водителей воспользовалось этим маршрутом.

В такой ситуации для расчета времени пути недостаточно знать расстояние между пунктами назначение, но и не обходимо учитывать ситуацию на дороге.

Рассмотрим ситуацию, когда маршрутов 2, каждый из них состоит из 2х частей, на одной из них проблем не наблюдается и время пути со средней скоростью постоянно, а на другой время пути зависит от числа людей, выбравших эту дорогу.

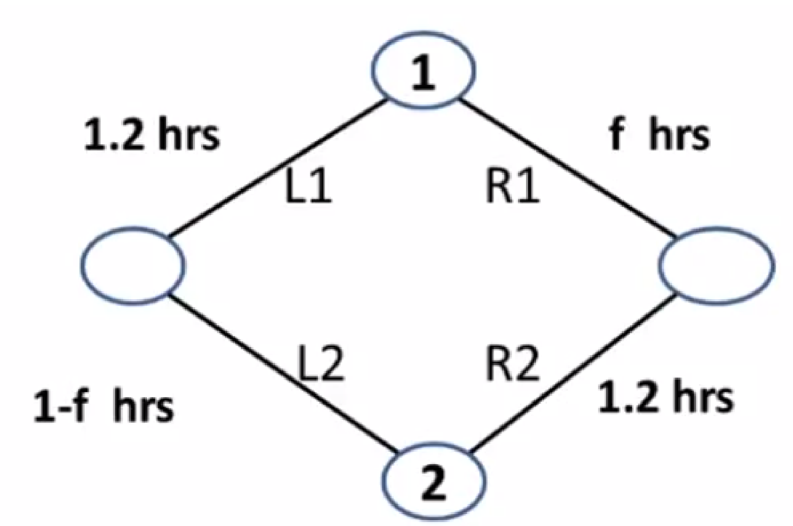

Рис. 1: Схема, показывающая возможные маршруты и задержки

Пусть f - это число из интервала $[0; 1]$, соответствующее доли водителей, выбравших правый путь по отношению к их общему числу. Заметим, что так как число водителей бесконечно большое, то выбор одного конкретного водителя никак не повлияет на величину f.

Тогда цена выбора левого пути: $u_i(L, f) = 1.2+1-f$, цена выбора правого: $u_i(R, f) = 1.2+f$.

При $u_i(L, f) \leq u_i(R, f) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq f$ водителю выгоднее двигаться влево. Но если все независимо начнут выбирать левый путь, то людей справа не останется и в конечном счете получим $f = 0$. Аналогично при выборе правого пути получим $f = 1$. Положение равновесия при $f = \frac{1}{2}$ - наиболее оптимальный выбор, который позволит добраться до цели за 1.7 часов.

*https://class.coursera.org/gametheory/lecture/preview#close

Предположим теперь, что 2 промежуточные точки маршрута были соединены дополнительной быстрой дорогой, но только в ожну сторону. Тогда возможных путей становится больше.

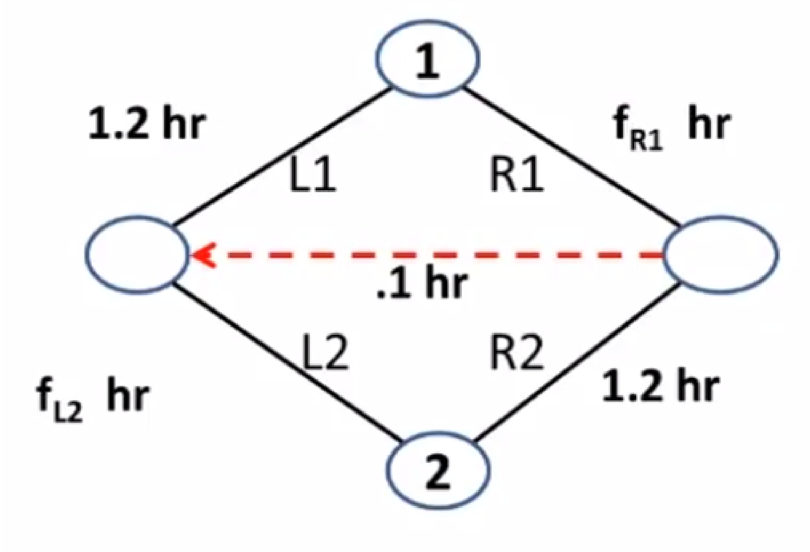

Рис. 2: Схема, показывающая возможные маршруты и задержки после добавления дороги

Получившиеся длительности различных маршрутов:

$$R = R_1 + R_2 : \ f_{R_1} + 1.2$$

$$L = L_1 + L_2 : \ 1.2 + f_{L_2}$$

$$R_1 + L_2 : \ f_{R_1} + 0.1 + f_{L_2}$$

Очевидно, что так как $f \leq 1$, то третий путь будет более выгоден всегда, а значит, стоит выбрать его. Но при этом получим, что общее время пути только увеличится и станет 2.1 часа, т.к. $f_{R_1} = f_{L_2} = 1$. В этом и состоит парадокс Браесса.

В данном случае наблюдаются так называемые отрицательные внешние эффекты, когда выбор конкретного игрока влияет на игровыю ситуацию для других. При добавлении нового пути возможности для отрицательных внешних эффектов увеличились, и суммарное время получилось большим.

Впечатления от просмотра

В лекции рассказывалось об интересном явлении - распределении потока водителей по разным дорогам при наличии пробок. Каждый из тех, кто живет в достаточно большом городе, сталкивается с ним. И каждый старается избежать, подумав, и выбрав "оптимальный"маршрут, зная все возможные объездные дороги. Водители смотрят на дороги, карты пробок по интернету и делают выбор - поехать по наименее занятому пути, а лучше в объезд. В результате получаем пробку в другом месте и в теории, и на практике.

Благодаря тому, что рассмотренная ситуация очень наглядна и легко применима к реальной жизни, лекция запоминается и легко воспринимается. Импонирует еще и то, что в лекции немного формул, все выкладки просты и понятны (что удобно для формата видео-лекций), но вместе с тем во время просмотра можно узнать что-то новое.

Некоторые дополнения[1]

В 1983 году было доказано (Steinberg, Zangwill), что необходимым и достаточным условием парадокса Браесса является добавление нового маршрута (в разумных пределах). Из этого они сделали вывод, что возникновение этого парадокса является столь же вероятным, как и его отсутствие.

Подтверждения парадокса Браесса наблюдались в нескольких мегаполисах, когда там при перекрытии определенных дорог или улиц траффик уменьшался. Например, в Сеуле после закрытия одной из автомагистралей, аналогичная ситуация была в Нью-Йорке после закрытия 42nd street. В Штудгарте в 1969 наблюдалась ситуация, когда при открытии новой дороги поток автомобилей увеличился до тех пор, пока ее опять не закрыли.

[1] `http://en.wikipedia.org/wiki/Braess's_paradox`