

24.04.20

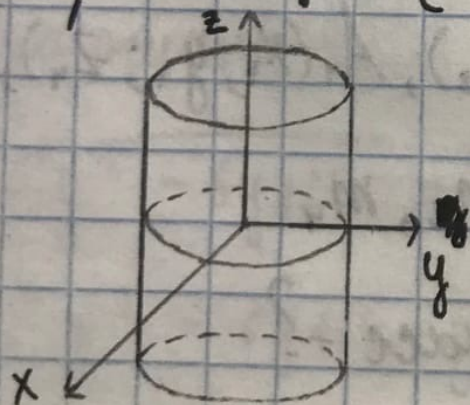
Уравнение поверхности и
кривой в пространстве.

Уравнение поверхности в пространстве $Oxyz$: $F(x; y; z) = 0$,
которому удовлетворяют координаты каждой точки поверхности
и только они.

1) $F(x; y; z) = 0$

2) $z = f(x; y)$; $y = \varphi(x; z)$; $x = \psi(y; z)$

Например: 1) Цилиндрическая поверхность: образующие $\parallel O_z$,
направляющие $\subset Oxy$, $F(x; y) = 0$ Уравнение: $F(x; y) = 0$



Виды поверхностей:

- 1) Круговые цилиндрические поверхности
- 2) Эллиптические цилиндрические поверхности
- 3) Параболические цилиндрические поверхности
- 4) Гиперболические цилиндрические поверхности

Кривую (линию) в пространстве можно рассматривать как линию пересечения двух поверхностей:

$$\begin{cases} F_1(x; y; z) = 0 \\ F_2(x; y; z) = 0 \end{cases}$$

Параметрические уравнения кривой:

$$x = x(t); y = y(t); z = z(t); t \in [a; b]$$

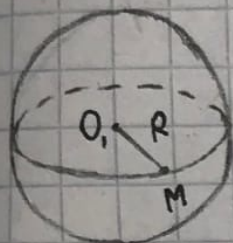
Траектория движения точки

~ 5.1.26

Сфера: R - радиус; $O_1(a; b; c)$ - центр; $F(x; y; z)$ - ?

$M(x; y; z)$

$$|O_1 M| = R$$



$$|O_1 M| = \sqrt{(x_M - x_{O_1})^2 + (y_M - y_{O_1})^2 + (z_M - z_{O_1})^2} =$$

$$= \sqrt{(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2} = R$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \text{ - сфера с центром } O_1 \text{ и радиусом } R$$

~ 5.1.27

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z - 6 = 0$$

O_1, R - ?

- до полного квадрата для каждой переменной, т.е. 3
- оставшееся число перенести в правую часть

~ 5.1.28

$$A \in F(x; y; z) \text{ - ? } B \in F(x; y; z) \text{ - ? } C \in F(x; y; z) \text{ - ?}$$

Подставить значение в уравнение \rightarrow \in - верное равенство, \notin - неверное.

~ 5.1.29

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$$

Поверхность - ?

$$(x^2 + 4x + 4) - 4 + (y^2 - 10y + 25) - 25 + 28 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-5)^2 - 1 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-5)^2 = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} O, (-2; 5) \\ R = 1 \end{array} \right\} \text{Окружность}$$

✓ 5.1.30

- порассуждать \rightarrow построить \rightarrow сравнить с уравнением по теории.

$$1) y^2 = 4 \Rightarrow \text{две плоскости}$$

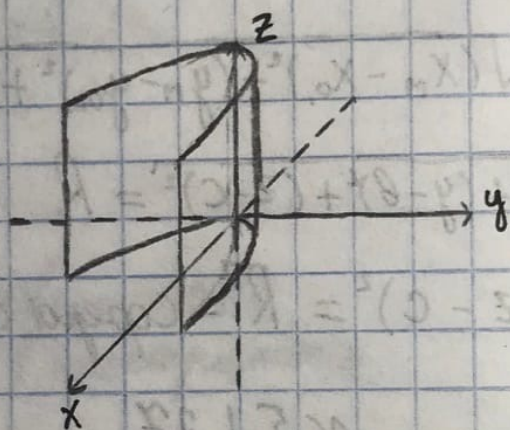
$$y = \pm 2$$

$$2) y^2 = x$$

$$y_1 = \sqrt{x}$$

$$y_2 = -\sqrt{x}$$

$$3) x^2 + y^2 + z^2 = 0$$



Ответ: точка | окр. (0; 0)

\downarrow
сфера

$$4) z^2 + yz = 0$$

$$z(z+y) = 0$$

$$z = 0$$

$$z + y = 0$$

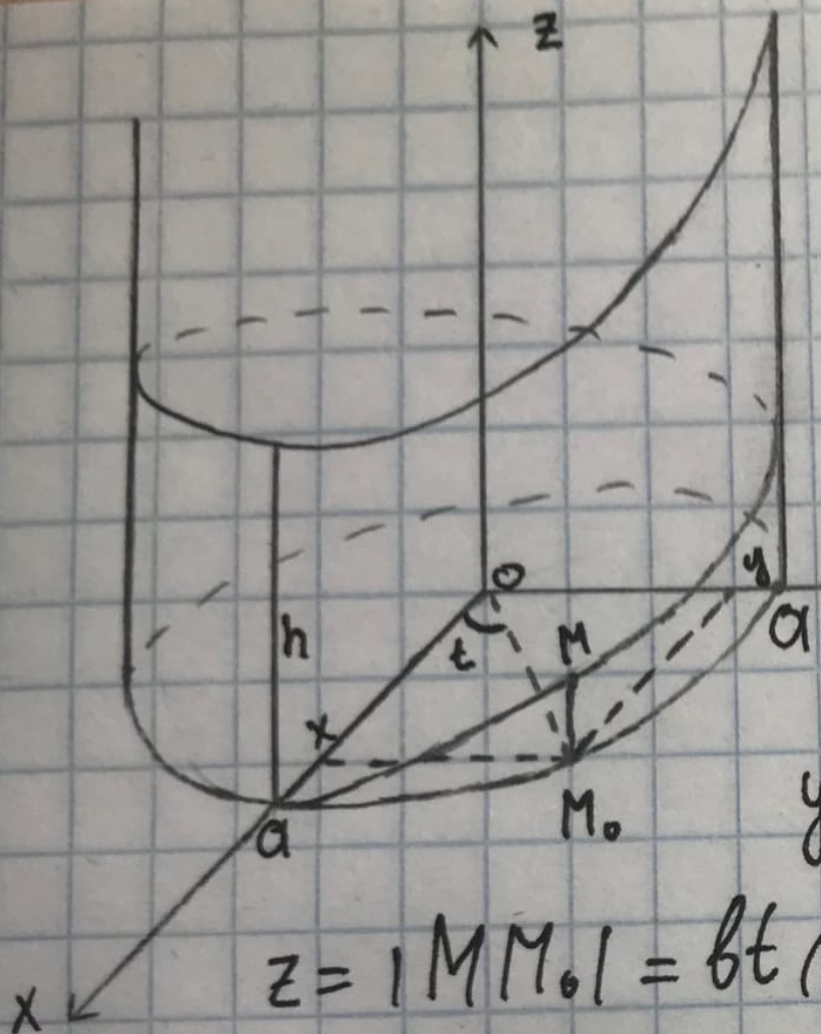
$$z = -y$$

✓ 5.1.31 (см. 5.1.30)

✓ 5.1.32

Уравнение винтовой линии: радиус Q , шаг h

$$M(x; y; z); \quad MM_0 \perp (Oxy); \quad M_0(x; y; 0); \quad M_0 = \text{пр. н.} (Oxy)$$



$M_0 \in \text{цилиндра}$

$$|OM_0| = a$$

$$OM_0 \wedge O_x = t \quad (\angle M_0 O x)$$

$$x = a \cdot \cos t$$

$$y = a \cdot \sin t$$

$$z = |MM_0| = vt \quad (\text{в силу равномерности движения точки})$$

Пусть $t = 2\pi$, $z = h$ (точка M_0 совершит полный оборот, точка M - один виток, поднявшись на h)

||

$$\begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \\ z = \frac{h}{2\pi} t \end{cases}$$

$$h = 2\pi b$$

$$b = \frac{h}{2\pi}$$