Замечание: :

1) $a = b \Rightarrow$ равносторонняя / равнобокая гипербола

$x^2 - y^2 = a^2$

2) $F_1, F_2 \in O_y \Rightarrow \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$; $\varepsilon = c/b$; $l_1, l_2 : y = \pm\frac{b}{a}x$

директрисы: $y = \pm\frac{b}{\varepsilon}$

Полученная гипербола называется сопряженной гиперболой из первого определения.

Аналитическая геометрия в пространстве.

17.04.20

§1 Метод координат в пространстве.

Прямоугольная система координат.

$\forall$ в пространстве определяется однозначно при помощи прямоугольной системы координат.

	абсц.	орд.	апплик.
Оси:	O_x	O_y	O_z

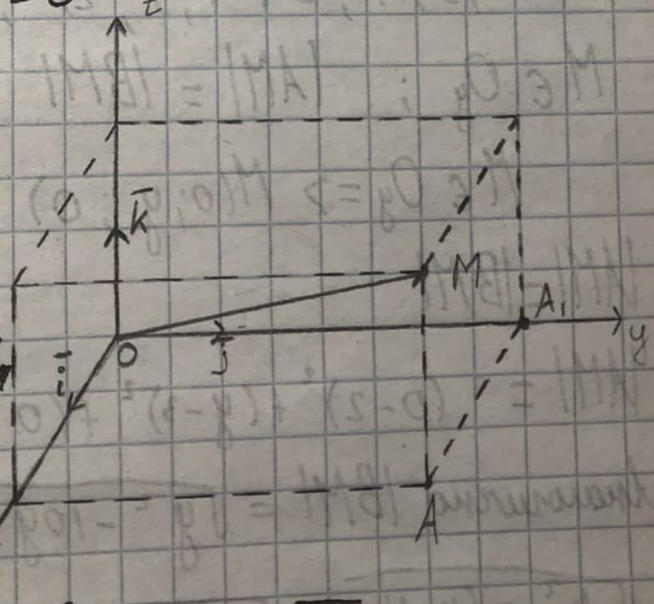
$O_x \perp O_y \perp O_z$

$O_x \cap O_y \cap O_z = O$

Ед. векторы: $\bar{i}$ на O_x

$\bar{j}$ на O_y

$\bar{k}$ на O_z



$\overline{OM}$ – радиус-вектор точки M, где M - произвольная точка пространства

Координатами точки M в системе координат $Oxyz$ называются координаты радиус-вектора $\overline{OM}$

Если $\overline{OM} = (x; y; z)$, то $M(x; y; z)$

x - абсцисса точки M, y - ордината, z - аппликата

$\exists!\ (x;y;z) \leftrightarrow \exists!\ M$

Расстояние между точками $M_1(x_1;y_1;z_1)$ и $M_2(x_2;y_2;z_2)$ вычисляется по формуле:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

Дано: AB - отрезок $\quad M(x;y;z)$

$A(x_1;y_1;z_1) \quad B(x_2;y_2;z_2)$

$\lambda = |AM|/|MB|$, т.е. точка M делит AB в отношении λ

Тогда: $x=\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$; $y=\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$; $z=\dfrac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$

Частный случай: M - середина AB, $\lambda=1$ $\Rightarrow$ $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$; $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$; $z=\dfrac{z_1+z_2}{2}$

№5.1.1

$A(2;3;1)$; $B(-1;5;2)$; $M(x;y;z)$ - ?

$M\in O_y$; $|AM|=|BM|$

$M\in O_y \Rightarrow M(0;y;0)$

$|AM|=|BM|$

$|AM| = (0-2)^2+(y-3)^2+(0-1)^2 = \sqrt{y^2-6y+14}$

Аналогично $|BM|=\sqrt{y^2-10y+30}$

$\sqrt{y^2-6y+14}=\sqrt{y^2-10y+30}$

$y^2-6y+14-y^2+10y-30=0$

$4y-16=0$

$y=4$

Ответ: $M(0;4;0)$

№5.1.4

AB - отрезок, $A(-2;4;1)$, $B(2;-4;-3)$

$M_1, M_2 \in AB$, $|AM_1| = |M_1M_2| = |M_2B|$

$M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$ - ?

1) M_1 делит отрезок AB в отношении $\lambda = \frac{1}{2} = \frac{|AM_1|}{|M_1B|}$

Тогда
$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{x_a+\lambda x_b}{1+\lambda} = \frac{-2+\frac{1}{2}\cdot 2}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3} \\ y_1 &= \frac{y_a+\lambda y_B}{1+\lambda} = \frac{4+(1/2)(-4)}{1+\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \\ z_1 &= \frac{z_a+\lambda z_B}{1+\lambda} = \frac{1+(\frac{1}{2})(-3)}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3} \end{aligned}\right\} M_1\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};-\frac{1}{3}\right)$$

2) $|AM_1| = |M_1M_2| = |M_2B| \Rightarrow M_2$ - середина M_1B

Тогда
$$\left.\begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1+x_b}{2} = \frac{-2/3+2}{2} = \frac{2}{3} \\ y_1 &= \frac{y_1+y_b}{2} = \frac{4/3+(-4)}{2} = -\frac{4}{3} \\ z_2 &= \frac{z_1+z_b}{2} = \frac{-1/3+(-3)}{2} = -\frac{5}{3} \end{aligned}\right\} M_2\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};-\frac{5}{3}\right)$$

№5.1.7

$A_1(x_1;y_1;z_1)$, $A_2(x_2;y_2;z_2)$, $A_3(x_3;y_3;z_3)$, $A_4(x_4;y_4;z_4)$,

в которых сосредоточены массы m_1, m_2, m_3, m_4

Координаты центра тяжести системы масс - ?

Центр тяжести масс m_1 и m_2 делит AB на части, обратно пропорциональные массам, сосредоточенные на концах отрезка ($\lambda = m_2/m_1$)

$$x' = \frac{x_1 + \frac{m_2}{m_1} x_2}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2},$$

аналогично $y' = \dfrac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{m_1 + m_2}$; $z' = \dfrac{z_1 m_1 + z_2 m_2}{m_1 + m_2}$

Тогда центр тяжести системы масс:

$$x = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + x_4 m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$y = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3 + y_4 m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

$$z = \frac{z_1 m_1 + z_2 m_2 + z_3 m_3 + z_4 m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$$

Ответ: $(\nearrow)$