

# Краткий вывод: представление гравитационно–электромагнитного поля через билинейные формы кватернионов и D-повороты в унитарии

## 1 Одевание тел в метрические кватернионы

Для тела  $i$  с массой  $m_i$  и зарядом  $Q_i$  вводится *метрически одетый* кватернион потока

$$\tilde{\mathbf{q}}_i = L_{E,i} \hat{h} + L_{G,i} \hat{\mathbf{n}}_i, \quad (1)$$

где обе компоненты имеют размерность длины (метры):

$$L_{E,i} = \sqrt{\frac{G}{4\pi\epsilon_0 c^4}} Q_i, \quad L_{G,i} = \frac{G}{c^2} m_i. \quad (2)$$

Здесь  $\hat{h}$  — темпоральный (электромагнитный) канал, а  $\hat{\mathbf{n}}_i$  — направление гравитационного потока тела в наблюдаемом трёхмерном пространстве (или его проекции).

Таким образом, вся размерностная физика  $(G, \epsilon_0, c)$  упакована во внутренние длины  $L_E, L_G$ , а ориентации потоков задают чистую геометрию.

## 2 Билинейные формы $A, B, C$

Для двух кватернионов

$$q_1 = T_1 \hat{h} + \mathbf{S}_1, \quad q_2 = T_2 \hat{h} + \mathbf{S}_2 \quad (3)$$

естественным образом выделяются три билинейные формы:

$$A(q_1, q_2) = T_1 T_2 - \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2, \quad (4)$$

$$B(q_1, q_2) = T_1 \mathbf{S}_2 + T_2 \mathbf{S}_1, \quad (5)$$

$$C(q_1, q_2) = \mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2. \quad (6)$$

Интерпретация:

- $A$  — скалярный (минковский-подобный) инвариант. В нашем контексте он задаёт *скалярный потенциал* взаимодействия гравитационно–электромагнитного поля (ГЭМ).
- $B$  — симметричная векторная форма; описывает *токовые каналы*: гравитационные и электрические потоки при относительном движении тел.
- $C$  — антисимметричная векторная форма; вихревой канал. Для ЕМ-сектора она даёт магнитную составляющую, а в чисто статической гравитации  $C \equiv 0$ .

### 3 Статический ГЭМ: Кулон + Ньютон из $A$ -формы

Рассмотрим два тела 1 и 2 с одетыми кватернионами  $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$ . Статическая скалярная форма

$$A_0 := A(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2) = L_{E,1}L_{E,2} - L_{G,1}L_{G,2} \quad (7)$$

даёт при подстановке определений

$$A_0 = \frac{G}{4\pi\epsilon_0 c^4} Q_1 Q_2 - \frac{G^2}{c^4} m_1 m_2. \quad (8)$$

Потенциальная энергия взаимодействия на расстоянии  $r$  берётся в виде

$$U(r) = \frac{c^4}{G} \frac{A_0}{r}. \quad (9)$$

Тогда

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r} - G \frac{m_1 m_2}{r}, \quad (10)$$

то есть *строго* стандартный Кулоновский плюс ньютоновский потенциал. Таким образом, одна скалярная форма  $A$  при одной общей калибровке  $\frac{c^4}{G}$  полностью воспроизводит статический ГЭМ.

### 4 Расстояние и поле в трёхмерном пространстве

Расстояние до источника  $j$  в точке  $\mathbf{x}$  представляется чисто мнимым кватернионом

$$R_j(\mathbf{x}) = \mathbf{r}_j = \mathbf{x} - \mathbf{x}_j, \quad R_j^{-1} = -\frac{\hat{\mathbf{r}}_j}{r_j}, \quad (11)$$

где  $\hat{\mathbf{r}}_j$  — единичный вектор,  $r_j = \|\mathbf{r}_j\|$ .

Тогда *безразмерный* кватернионный потенциал ГЭМ-поля в точке  $\mathbf{x}$ :

$$\mathcal{U}_{\text{GEM}}(\mathbf{x}) := \sum_j R_j(\mathbf{x})^{-1} \tilde{\mathbf{q}}_j, \quad (12)$$

а “силовой” объект (с размерностью  $1/\text{m}$ ):

$$\mathcal{F}_{\text{GEM}}(\mathbf{x}) := \sum_j R_j(\mathbf{x})^{-1} \tilde{\mathbf{q}}_j R_j(\mathbf{x})^{-1}. \quad (13)$$

Электростатическое поле  $\mathbf{E}$  и гравитационный потенциал  $U_G$  получаются из скалярного канала (формы  $A$ ) этих кватернионов при внешней калибровке через  $\varepsilon_0$  и  $G$  соответственно.

## 5 Динамика: D-поворот как буст потока

D-ротатор вводится как чисто геометрическое преобразование в фазовом пространстве:

$$d(\zeta) = \cos \frac{\zeta}{2} + \hat{\mathbf{u}} \sin \frac{\zeta}{2}, \quad (14)$$

где  $\zeta$  — безразмерный угол, а  $\hat{\mathbf{u}}$  — направление в наблюдаемом 3-пространстве.

Он действует на кватернион потока по правилу

$$\tilde{\mathbf{q}}' = d \tilde{\mathbf{q}} d. \quad (15)$$

В плоскости  $(\hat{h}, \hat{\mathbf{u}})$  это обычный поворот:

$$T' = T \cos \zeta - S_u \sin \zeta, \quad S'_u = T \sin \zeta + S_u \cos \zeta, \quad (16)$$

где  $S_u$  — компонента вектора  $\mathbf{S}$  вдоль  $\hat{\mathbf{u}}$ .

Связь угла  $\zeta$  с безразмерной скоростью  $\beta = v/c$  задаётся *на уровне физической интерпретации* (например,  $\beta = \sin \zeta$ ). При этом D-поворот остаётся чисто безразмерным оператором; световой масштаб  $c$  входит только во внешнюю калибровку потоков.

## 6 Поведение форм $A, B, C$ при движении

### Чистая гравитация

Для чисто гравитационного канала ( $L_{E,i} = 0$ ) имеем  $\tilde{\mathbf{q}}_i = L_{G,i} \hat{\mathbf{n}}_i$ . В статике при коллинеарных потоках  $\hat{\mathbf{n}}_1 \parallel \hat{\mathbf{n}}_2$ :

$$A = -L_{G,1} L_{G,2}, \quad B = 0, \quad C = 0. \quad (17)$$

Это соответствует чистому ньютоновскому потенциалу без токов и вихрей.

При радиальном D-повороте (скорость вдоль линии соединения):

- $A$  уменьшается по  $\cos \vartheta$ : часть потока переходит в темпоральный канал (релятивистская кинематика);
- появляется продольный  $B$  — гравитационный “ток” массы;
- $C$  остаётся нулевой: гравитационных вихрей в этом режиме нет.

### Заряд + масса, поперечное движение (магнетизм)

Если заряд движется поперёк радиус-вектора, D-поворот в плоскости  $(\hat{h}, \hat{u} \perp \hat{n})$  даёт:

- модификацию  $A$  (смешение вкладов ЕМ и GR в результате буста);
- ненулевой  $B$  — токовые каналы;
- ненулевую вихревую форму

$$C \propto L_E L_{G,t} \sin \vartheta (\hat{u} \times \hat{n}), \quad (18)$$

геометрически совпадающую с  $\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}$ .

При учёте 2-сферической симметрии гравитационного потока массивных стабильных тестовых тел вклад через  $L_{G,t}$  усреднённо исчезает, и вихревой ЕМ-канал становится чисто зарядовым.

Таким образом:

- форма  $B$  описывает токи (гравитационные и электрические);
- форма  $C$  задаёт вихревой ЕМ-канал (магнитное поле), причём в чистой статике и в чистой гравитации  $C = 0$ , как и ожидается.

## 7 Калибровка $E$ и $B$ , роль $\varepsilon_0, \mu_0, c^3$

Из скалярного канала (А-формы) получаем электростатическое поле:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}. \quad (19)$$

Вихревая часть (С-канал) геометрически даёт (после учёта расстояния и безразмерной скорости  $\beta = v/c$ )

$$C_{\text{geom}} \propto \frac{Q}{r^2} \beta (\hat{\mathbf{v}} \times \hat{\mathbf{r}}), \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (20)$$

Вводим калибровку магнитного поля через тот же масштаб  $k_E$ :

$$\mathbf{B} := \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c} C_{\text{geom}}. \quad (21)$$

Тогда

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{Q \mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q \mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}, \quad (22)$$

так как  $\mu_0\epsilon_0 c^2 = 1$ .

Одновременно выполняется стандартное соотношение

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \times \mathbf{E}, \quad (23)$$

что согласуется с силой Лоренца  $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  и размерностной ролью  $\mu_0$ :

$$\frac{\mu_0}{c} = \frac{1}{\epsilon_0 c^3} \quad (24)$$

естественно интерпретируется как “магнитная жёсткость вакуума” на единицу объёмного фазового потока (масштаб  $c^3$ ).

## 8 Карта соответствий

Сводно:

- Одетое тело  $\tilde{\mathbf{q}}_i$ :
  - $L_{E,i}$  соответствует заряду  $Q_i$ ,
  - $L_{G,i}$  соответствует массе  $m_i$ ,
  - $\hat{\mathbf{n}}_i$  задаёт направление гравитационного потока.
- Формы:
  - $A(q_1, q_2)$  — скалярный ГЕМ-потенциал (Кулон + Ньютон);
  - $B(q_1, q_2)$  — токовые каналы (гравитационные и электрические);
  - $C(q_1, q_2)$  — вихревой ЕМ-канал (магнитное поле); в чистой статике и для чисто гравитационного взаимодействия  $C = 0$ .

- D-поворот  $q' = dqd$ :
  - чисто геометрический поворот в фазовом пространстве;
  - реализует релятивистские бусты через перераспределение потока между темпоральной и пространственной частью;
  - связь угла с  $\beta = v/c$  задаётся на уровне интерпретации, константа  $c$  входит только во внешнюю калибровку.
- Статика:
  - $A$  даёт ровно  $U(r) = k_e Q_1 Q_2 / r - G m_1 m_2 / r$  при  $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$ ;
  - ЕМ-поле  $\mathbf{E}$  и гравитационный потенциал следуют из того же инварианта  $A$ .
- Динамика:
  - $B$  и  $C$  возникают при D-поворотах (относительном движении), описывая токи и магнитные вихри;
  - калибровка через  $\epsilon_0, \mu_0, c$  даёт стандартные максвелловские выражения для  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  без введения новых фундаментальных констант.

Таким образом, гравитация и электромагнетизм объединяются в унитарии в едином кватернионном представлении: статически — через одну скалярную форму  $A$ , динамически — через D-повороты, порождающие токовые ( $B$ ) и вихревые ( $C$ ) каналы, согласованные с релятивистской кинематикой и стандартными константами  $G, \epsilon_0, \mu_0, c$ .