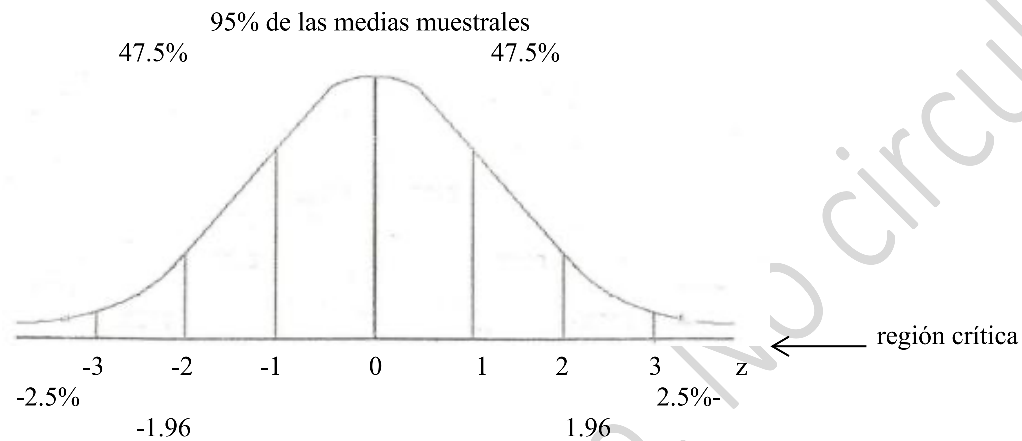
(2) EL MÉTODO DEL *TEST ESTADÍSTICO*

El método del *Test Estadístico* es un método más común para evaluar hipótesis (que el método de intervalo de confianza). Recordemos que lo que deseamos es un rango donde aceptamos la H_0 que cubra el 95% de las medias muestrales posibles. Esto corresponde al 47.5% a ambos lados de la media poblacional. Por lo tanto, el 5% de la media muestral que se ubica fuera de este rango incluye 2.5% de medias muestrales en ambos lados de la distribución como se aprecia a continuación.



En términos de puntajes z, si buscamos 0.475 (el área correspondiente a 47.5%) adentro de la tabla normal, nos arroja un puntaje z = 1.96.

Ahora bien, lo que queremos es rechazar la hipótesis nula si la media muestral es particularmente extrema, de tal suerte que podemos usar los puntajes z 1.96 y -1.96 como los puntos de corte. Estos puntos son conocidos como los **valores críticos**. Si el puntaje z en la muestra se ubica en la región crítica por arriba de 1.96 o por debajo de -1.96, entonces podemos rechazar la H_0.

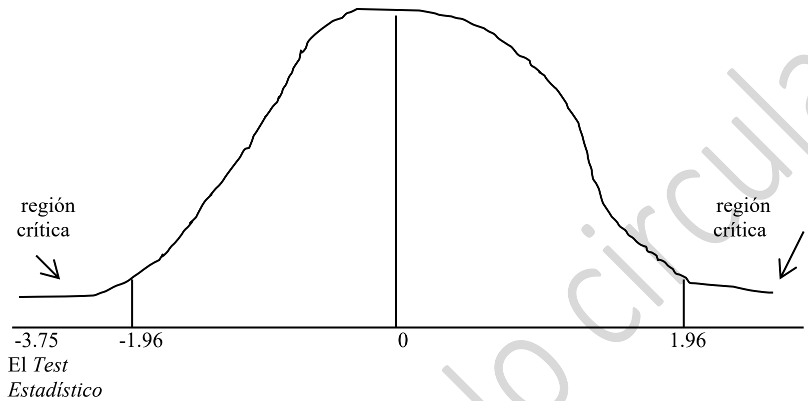
¿Cómo podemos encontrar el puntaje z para nuestra muestra? La fórmula es similar a la fórmula de puntajes z que ya vimos, pero ahora la media muestral es comparada con la media poblacional asumida bajo la hipótesis nula y, porque estamos trabajando con una muestra, se usa el error estándar en lugar de la desviación estándar.

$$Z = \frac{\text{media muestral – media poblacional}}{\text{error estándar}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\text{EE } (\text{DE}/\sqrt{n})}$$

En nuestro ejemplo del coeficiente intelectual, el puntaje z será:

$$Z = \frac{114 - 120}{10/\sqrt{36}} = -3.75$$

El puntaje z calculado de esta manera es conocido como el ***Test Estadístico***. El Test Estadístico de -3.75 es mucho menor que -1.96 como se puede observar a continuación, así que se ubica en la región crítica. Podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que es extremadamente improbable que el personal de la compañía tenga un coeficiente intelectual medio de 120. Es altamente improbable que la muestra provenga de una población con una media de 120 y una desviación estándar de 10.



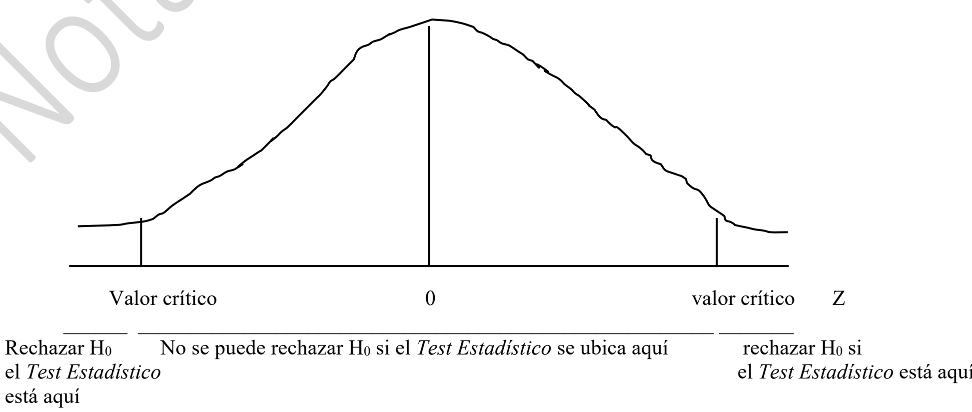
Pasos para una prueba de hipótesis con el *Test Estadístico*

En resumen, los cuatro pasos para llevar a cabo una prueba de hipótesis para comparar una media muestral con una media poblacional son:

Paso 1: escribir las hipótesis nula y alternativa.
Paso 2: localizar la muestra estadística. Esto es ubicar la media muestral.
Paso 3. Calcular el *Test Estadístico* z:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{DE/\sqrt{n}}$$

Paso 4: Comparar el *Test Estadístico* con los valores críticos. Sacar una conclusión acerca de las hipótesis y explicar lo que esto significa.



EJEMPLO 1

Un grupo de padres de familia considera que el tamaño de los grupos en las escuelas primarias de su localidad es demasiado grande. Se enteran de que, en una muestra de 22 grupos en la localidad, el número medio de niños por clase es de 33. De acuerdo con datos nacionales, el tamaño de los grupos está normalmente distribuido con una media de 30 niños y una desviación estándar de 8 niños. La pregunta que debemos contestar con esta información es si el tamaño de los grupos en la localidad en cuestión es significativamente diferente del tamaño de los grupos a nivel nacional.

Paso 1.

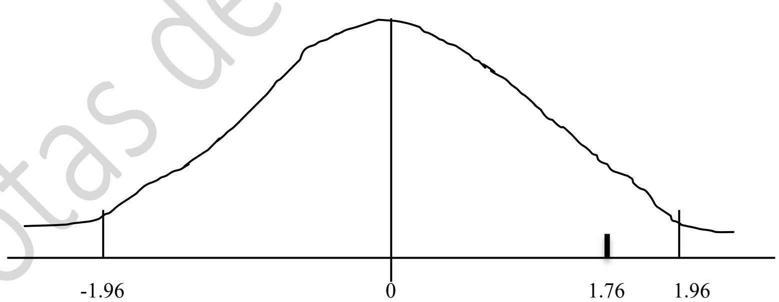
$H_0 = \mu = 30$
$H_1 = \mu \neq 30$

Paso 2.
Sabemos que la media del tamaño de un grupo es de 33.

Paso 3.

$$Z = \frac{33 - 30}{8/\sqrt{22}} = 1.76$$

Paso 4. Comparar el *Test Estadístico* con los valores críticos. El *Test Estadístico* de 1.76 se ubica entre -1.96 y 1.96 como se muestra a continuación. Por lo tanto, no tenemos suficiente evidencia para rechazar la H_0. Debemos aceptar la hipótesis nula en el sentido de que el tamaño de los grupos en la localidad no es significativamente diferente al tamaño de las clases a nivel nacional.



La prueba para proporciones

Hasta aquí hemos visto las pruebas de hipótesis para una media, donde estamos comparando la media de una muestra con una especificada por una hipótesis. Hay ocasiones en las que tendremos una proporción muestral que compararemos con una proporción poblacional. El método es el mismo que para la prueba Z con medias, excepto por el cálculo del *Test Estadístico*.

La siguiente fórmula nos permite calcular el estadístico Z para comparar una proporción muestral *p* con una proporción poblacional ∏. Se utiliza el error estándar para una proporción en lugar del error estándar para una media.

$$Z = \frac{p - \prod}{\sqrt{\left[\frac{\prod (1 - \prod)}{n}\right]}}$$

EJEMPLO 2

Una tienda de ropa afirma que no discrimina a las personas por su raza. La mitad de sus empleados provienen de minorías étnicas y la otra mitad no. Usted nota que 23 de 28 personas que fueron despedidas el año anterior provenían de una minoría étnica. Pregunta: ¿la tienda está discriminando a dichos empleados?

Paso 1. Las hipótesis:

$H_0 = \prod = 0.5$ (la proporción de personas despedidas que proviene de minoría étnica es la misma que la proporción de trabajadores de la compañía, esto es 0.5).
H_1: $\prod \neq 0.5$ (la proporción de los despedidos provenientes de minorías étnicas es diferente a 0.5).

Paso 2. Localizar la muestra estadística:
La proporción de personas despedidas que provienen de una minoría étnica será de 23 dividida por 28:

$$p = \frac{23}{28} = 0.82$$

Paso 3. Calcular el *Test Estadístico*:

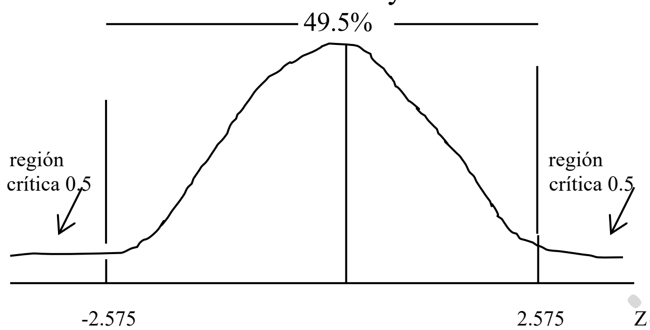
$$Z = \frac{p - \prod}{\sqrt{\left[\frac{\prod (1 - \prod)}{n}\right]}} = \frac{0.82 - 0.5}{\sqrt{\left[\frac{0.5\,(1 - 0.5)}{28}\right]}} = 3.39$$

Paso 4.
Para un *test* Z en el nivel 5%, los valores críticos son -1.96 y 1.96. El *Test Estadístico* [3.39] es mucho más grande que 1.96 y se ubica en la región crítica. Por lo tanto, podemos rechazar H_0 y concluir que hay evidencia de que la compañía es culpable de discriminación racial.

EL NIVEL DE SIGNIFICACIÓN

En todos los ejemplos que hemos visto hemos usado el 5% de nivel de significación. Pero que tal si queremos ser extremadamente cautos y usar el 1% de nivel de significación (estamos preparados para estar equivocados 1 vez en 100).

Los pasos del 1 al 3 son los mismos. Sólo cambia en paso 4 ya que usamos valores críticos diferentes. La región crítica en este caso sólo cubre el 1% del área en lugar del 5%. Para un *test* de dos colas, como se muestra a continuación, la región del 1% se divide entre las dos colitas con un 0.5% de cada lado de la curva. Por lo tanto, el porcentaje del área total entre la media y un valor crítico será de 49.5%. Si vemos el área 0.495 adentro de la tabla normal nos arroja un puntaje z de 2.575. Así que los valores críticos para un *test* de dos colitas con un nivel de significación de 1% son de -2.575 y 2.575.



Regiones críticas para un *test* de dos lados con un nivel de significación al 1%

En el ejemplo del coeficiente intelectual, el *Test Estadístico* fue de -3.75, así que también podríamos rechazar la H_0 con un nivel de significación al 1%. En el ejemplo relacionado con el tamaño de los grupos, la H_0 no se rechazó al 5% de nivel de significación y mucho menos será posible rechazarla al nivel del 1%.

En algunos casos podemos rechazar la H_0 en el nivel del 5% pero no en el nivel del 1% (si el *Test Estadístico* se ubica entre 1.96 y 2.575 o entre -2.575 y -1.96 para un test de dos colas). Es más probable rechazar la H_0 en el nivel 5% que en el nivel 1% porque la región de rechazo es más grande.

TESTS **DE UNA COLA**

Los *tests* que hemos llevado a cabo han sido de dos colas o dos lados, conocidos como ***tests* de dos colas**. En un *test* de dos colas el propósito es descubrir si la media muestral o la proporción muestral es *diferente* de la media poblacional o la proporción poblacional no si es más grande o más pequeña.

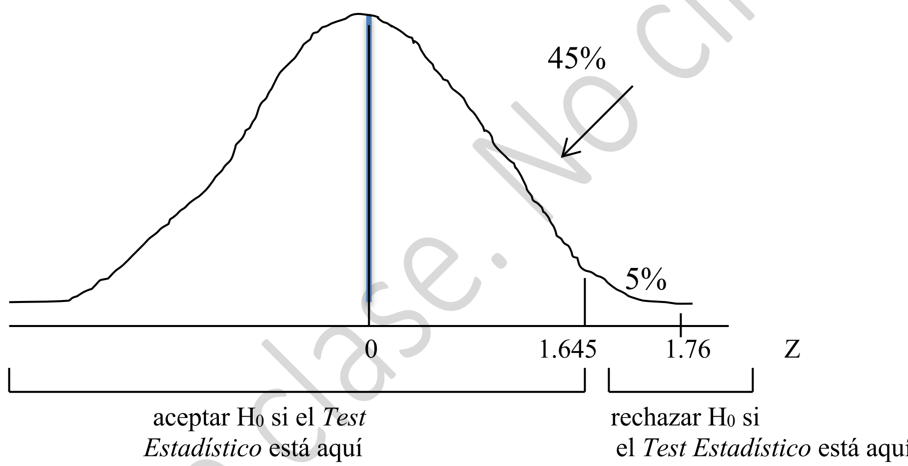
Sin embargo, en algunas ocasiones tenemos cierta certidumbre de que la media muestral es, por ejemplo, más grande que la media poblacional. En otras palabras, sabemos en qué dirección se ubica la diferencia. En el ejemplo acerca del tamaño de los grupos, los padres de familia estaban muy confiados en que el tamaño de las clases en su localidad era más *grande* que el promedio nacional. Así que, en lugar de evaluar para saber si el tamaño de las clases era diferente al promedio nacional, podríamos averiguar si son más grandes.

Para hacer lo anterior usamos un *test* de una cola. El procedimiento es similar sin contar las hipótesis y los valores críticos.

Para un *test* de una cola, la hipótesis nula es la misma que para un test de dos colas, pero la hipótesis alternativa se convierte en direccional. Las nuevas hipótesis podrían ser así:

$H_0 = \mu = 30$ (el tamaño de los grupos en la localidad *es igual* al promedio nacional).
$H_1 = \mu > 30$ (el tamaño de los grupos en la localidad es *más grande* que el promedio nacional).

El *Test Estadístico* no cambia. Fue de 1.76. Sin embargo, los valores críticos son diferentes. En un *test* de dos colas, la región crítica del 5% se dividió en las dos colas de la distribución. Con un *test* de una cola, la región crítica de 5% se ubica toda en uno de los extremos. ¿Cuál extremo? La respuesta depende de si estamos corriendo la prueba para una media muestral que sea más grande o más pequeña que la muestra poblacional. En este ejemplo, esperamos que la media muestral sea más grande, así que la región crítica se ubicará a la derecha de la distribución la cual es más grande que la media, como se muestra a continuación. Con 5% en el extremo, el área entre la media y el valor crítico será de 45%. Si buscamos el área 0.45 al interior de la tabla normal, esto nos arroja un puntaje z de 1.645 (que es el promedio de los dos puntajes z más cercanos).



Región crítica para un test de una cola (cuando se espera que la muestra estadística sea más *grande* que el estadístico para la población

Así que, para un *test* de una sola cola, el valor crítico al nivel de significación del 5% es de 1.645, o -1.645 si estamos con un test en el que la media muestral sea *menor* que la media poblacional.

En el ejemplo, el *test* estadístico fue de 1.76 y se ubica en la región crítica, de tal suerte que podemos rechazar la hipótesis nula y concluir que el tamaño de los grupos en la localidad es significativamente más grande que la media poblacional.

Como podemos apreciar, está conclusión es diferente que la que planteamos usando un *test* de dos colas. Es más fácil rechazar la hipótesis nula usando un *test* de una cola porque el puntaje z no necesita tan grande para que se pueda ubicar en la región crítica.

La recomendación es usar los *tests* de una cola cuando uno está absolutamente seguro de la dirección del efecto. El problema es que si especificamos una hipótesis de una cola entonces no tenemos la opción de cambiarnos a una hipótesis de dos colas si nuestra muestra resulta que tiene una media o proporción que tiene un valor en la dirección opuesta.

EJEMPLO 1
Una compañía de camiones afirma que el 95% de los camiones tienen corridas a tiempo (que quiere decir -según la política de la compañía- que salen dentro de los 5 minutos del tiempo en el que fue programa su salida). Por el otro lado, un grupo de usuarios de dichos camiones sostiene que éstos siempre salen tarde. Para sustentar su caso, ellos toman una muestra al azar de 40 camiones y encuentran que 33 de éstos salieron a tiempo de acuerdo con la definición de la compañía. ¿Tienen los usuarios la razón?

Los usuarios están convencidos de que una proporción más *pequeña* de camiones sale a tiempo que lo que la compañía sostiene. Por lo tanto, debemos usar un *test* de una cola.

Paso 1: Establecer las hipótesis

Paso 2: Establecer la proporción muestral

Paso 3. Correr el *Test Estadístico*

Paso 4. Interpretar los datos y sacar las conclusiones correspondientes. Aquí considere que hubiera sucedido si en lugar de un *test* de una cola hubiéramos usado uno de dos colas.

EJEMPLO 2
Usted está interesado en los hábitos de consumo de alcohol de adolescentes escolares y lleva a cabo una encuesta a 34 niñas de 14 años de una escuela pública. El número medio de unidades de alcohol consumido por las niñas la semana previa a la encuesta fue de 2.8 unidades con una desviación estándar de 0.8 unidades.
Los datos nacionales sugieren que la media semanal de consumo de alcohol entre las niñas de 14 años es de 2.5 a la semana.
Lleve a cabo un *tes*t con un nivel de significación del 5% para determinar si el consumo de alcohol entre niñas en la muestra es significativamente diferente de la media poblacional.

EJEMPLO 3
Un grupo de 11 trabajadores sociales hombres tiene un salario semanal promedio de $542. Sin embargo, de acuerdo con los datos de una encuesta sostiene que el salario semanal promedio de trabajadores de tiempo completo con ocupaciones profesionales en el campo de la salud y trabajo social es de $688.80 con una desviación estándar de $321.

Los trabajadores sociales se quejan con las autoridades de que ellos están mal pagados. Lleve a cabo un *test* de una cola al 5% de nivel de significación para saber si sus reclamos están justificados.