

Minimierung der Rosebrock - Funktion mittels des Trust-Region-Verfahrens

```
(Debug) In[1]:= (* Die Parameter *)

 $\gamma_1 = 0.5;$ 
 $\gamma_2 = 2;$ 
 $\eta_1 = 0.1;$ 
 $\eta_2 = 0.9;$ 
 $\beta = 2;$ 
 $\alpha = 0.5;$ 
 $\epsilon = 10^{-3};$ 

(* Cauchy-Schritt (sc = tau * sl) und Newton-Schritt sn *)
Tau[G_, H_, Δ_] := If[G.H.G ≤ 0, 1, Min[(Norm[G]^3) / (Δ * G.H.G), 1]];
(* wenn klein Norm *)
CauchySchritt[G_, H_, Δ_] := -Tau[G, H, Δ] * ((Δ * G) / (Norm[G]));
(* Norm *)
NewtonSchritt[G_, H_] := -Inverse[H].G;
(* inverse Matrix *)

(* Die Cauchy-Abstiegsbedingung entscheidet, ob Newton- oder Cauchy-
Schritt gewählt werden muss. Zusätzlich werden diese Schritte auch
jeweils mit C für Cauchy- und mit N für Newton-Schritt benennt. *)
(* Konstante numerischer Wert *)
CABedingung[G_, H_, N_, C_, Δ_] := Module[{Tmp, Tmp2},
(* Modul *)
  Tmp = If[(-G.N - 0.5 * N.H.N ≥ α * (-G.C - 0.5 * C.H.C)),
(* wenn numerisch n numerischer Konstante Ko Konstante *)
    Tmp2 = "N"; N,
(* n numerischer Wert *)
    Tmp2 = "C"; C];
(* K Konstante *)
  Tmp = If[Norm[Tmp] ≤ β Δ, Tmp, C];
(* Norm Konstante *)
  {Tmp, Tmp2}
];

(* Rho dient für die Bewertung der Qualität des berechneten Schrittes *)
Rho[x_, s_, G_, H_, f_] := (f[x] - f[x + s]) / (-G.s - 0.5 * s.H.s);
(* Je nach Rho ρ wird entweder der Radius Δ verkleinert,
beibehalten oder vergrößert *)
UpdateTrustRegion[Δ_, rho_] := Module[{Δout},
(* Modul *)
  If[rho ≤ η1, Δout = γ1 Δ];
(* wenn *)
  If[η1 < rho ≤ η2, Δout = 0.75 Δ];
(* wenn *)
```

```

    _wenn
    If[ $\eta_2 < \rho$ ,  $\Delta_{out} = \gamma_2 \Delta$ ];
    _wenn
     $\Delta_{out}$ ];

(* Ist  $\rho$  mindestens größer als  $\eta_1$ , so wird der Schritt akzeptiert *)
AkzeptiereSchritt[x_, s_, rho_] := If[rho >  $\eta_1$ , x + s, x];
_wenn

(* An das Verfahren wird eine Testfunktion f,
ein Startwert x0 und höchstanzahl an Iterationen n
übergeben. Zuerst werden die erste und zweite Ableitungen,
bzw. G und H, der Testfunktion f an der Stelle x berechnet. Diese
werden dann später an oben aufgeführten Definitionen übergeben und
an der Stelle x ausgewertet. Zunächst werden Cauchy- und Newton-
Schritt berechnet und mit Hilfe von Cauchy-Abstiegsbedingung geprüft,
welche der beiden gewählt werden muss. Danach wird
Rho berechnet und mit AkzeptiereSchritt geprüft,
ob die neue  $x^{(k+1)}$  die Anforderung genügt. Zuletzt wird mit UpdateTrustRegion
die am Anfang als  $\Delta=2$  festgesetzte Radius aktualisiert. *)
TrustRegionVerfahren[f_, x0_, n_] := Module[{G, H, x = x0, X = {x0},
_Modul

    s,  $\Delta = 2$ , rho, k, x01, x02, Gnow, Hnow, Taunow, Cnow, Nnow, Kind},
G[{x1_, x2_}] := Evaluate[{D[f[{x01, x02}], x01], D[f[{x01, x02}], x02]} /.
_werte aus _leite ab _leite ab

    {x01 → x1, x02 → x2}];
H[{x1_, x2_}] := Evaluate[{D[G[{x01, x02}], x01], D[G[{x01, x02}], x02]} /.
_werte aus _leite ab _leite ab

    {x01 → x1, x02 → x2}];
Catch[
_fange ab
    Do[
_iteriere
        If[Norm[G[x]] <  $\epsilon$ , Throw[Print[k]]];
_... _Norm _werfe _gebe aus

        Gnow = G[x];
        Hnow = H[x];
        Taunow = Tau[x, Gnow, Hnow,  $\Delta$ ];
        Cnow = CauchySchritt[Gnow, Hnow,  $\Delta$ ];
        Nnow = NewtonSchritt[Gnow, Hnow];
        {s, Kind} = CABedingung[Gnow, Hnow, Nnow, Cnow,  $\Delta$ ];
        rho = Rho[x, s, Gnow, Hnow, f];
        x = AkzeptiereSchritt[x, s, rho];
         $\Delta$  = UpdateTrustRegion[ $\Delta$ , rho];
        X = Append[X, x],
_hänge an
        {k, 0, n}];
];

```

```
f[{x1_, x2_}] := 100 (x2 - x1^2)^2 + (1 - x1)^2;
X = TrustRegionVerfahren[f, x0 = {-1.9, 2.}, 10 000] // N
```

[\[n\]](#)

(* Die Iterationsverlauf der x1 und x2 *)

```
ListLinePlot[Transpose[X], PlotStyle -> {Red, Black}, PlotRange -> All]
```

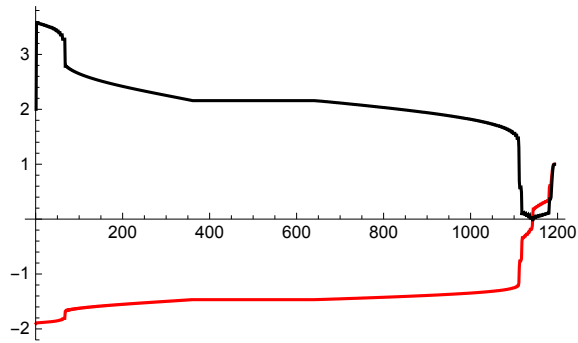
[\[Liniengrafik einer ..\]](#) [\[transponiere\]](#)

[\[Grafikstil\]](#)

[\[rot\]](#)

[\[schwarz\]](#)

[\[Definitions- un...](#) [\[alle\]](#)



```
ContourPlot[f[{x1, x2}], {x1, -2.5, 2}, {x2, -1., 4},
```

[\[Konturgraphik\]](#)

```
Epilog -> {Red, PointSize[0.015], Map[Point, X], Line[X]},
```

[\[Epilog\]](#)

[\[rot\]](#)

[\[Punktgröße\]](#)

[\[w...](#)

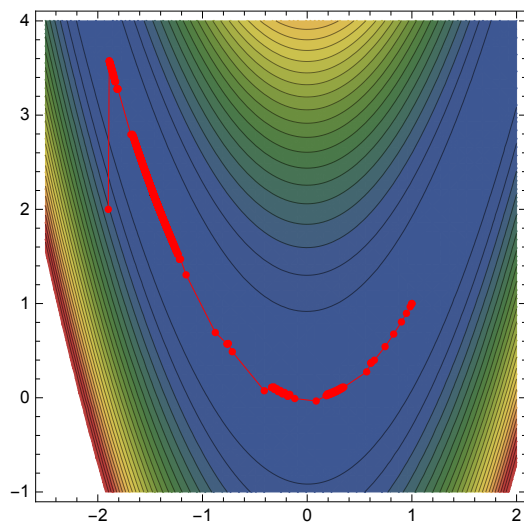
[\[Punkt\]](#)

[\[Linie\]](#)

```
ColorFunction -> "DarkRainbow", Contours -> 25]
```

[\[Farbfunktion\]](#)

[\[Konturen\]](#)



```

T1 = Plot3D[f[{x1, x2}], {x1, -2.5, 2}, {x2, -1, 4}, ColorFunction -> "DarkRainbow",
  grafische Darstellung 3D Farbfunktion
  Boxed -> False, AxesLabel -> Automatic, Mesh -> None];
  einge... falsch Achsenbeschr... automatisch Netz keine
T2 = Graphics3D[{PointSize[0.02], Red, Point[Table[
  3D-Graphik Punktgröße rot Punkt Tabelle
    {X[[i, 1]], X[[i, 2]], f[{X[[i, 1]], X[[i, 2]]}]], {i, 1, Length[X]]}]]];
  Länge
T3 = Graphics3D[{Red, Line[Table[{X[[i, 1]], X[[i, 2]]},
  3D-Graphik rot Linie Tabelle
    f[{X[[i, 1]], X[[i, 2]]}]], {i, 1, Length[X]]}]]];
  Länge

Show[
  zeige an
  T1,
  T2,
  T3]

```

