

# TP : Tour de Hanoï

## 1. Présentation du jeu

Les tours de Hanoï est un jeu de réflexion imaginé par le mathématicien français Édouard Lucas.

Il consiste à déplacer des disques de différents diamètres d'une « tour de départ » à une « tour d'arrivée » en passant par une « tour intermédiaire », et ce en un minimum de coups, en respectant les deux règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois ;
- on ne peut pas placer un disque sur un disque de diamètre inférieur.



On souhaite écrire un programme python non-récuratif qui utilise une classe `Pile` telle que définie dans le cours précédent (avec les listes chaînées), et qui devra :

1. Permettre de saisir un nombre `n` de disques.
2. Afficher à l'écran les différentes étapes pour résoudre le problème avec `n` disques, en précisant à chaque fois le nombre d'étapes nécessaires.

## 2. Algorithme de résolution non-récuratif

Si on observe de près le jeu pour un nombre de disques supérieur à 1, on s'aperçoit qu'il n'y a que 1 ou 2 déplacements possibles :

- le petit disque peut **toujours** se déplacer sur les deux autres tours.
- si un disque différent du plus petit peut-être déplacé, il n'y a qu'une seule possibilité, c'est-à-dire sur la tour **où n'est pas le petit disque**.

Un algorithme itératif est donc le suivant :

```
Tant qu'il reste un disque sur la tour de départ ou sur la tour intermédiaire :  
    Déplacer le petit disque d'une tour dans le sens D->A->I->D  
    Si on peut déplacer un disque autre que le plus petit, alors le déplacer
```

## Exemple avec 3 disques

### Etape 0



Les trois disques sont sur la tour de départ.

### Etape 1



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée ( D->A ).

### Etape 2



On déplace le disque moyen sur la tour intermédiaire.

### Etape 3



On déplace le petit disque sur la tour intermédiaire ( A->I ).

### Etape 4



On déplace le grand disque sur la tour d'arrivée.

### Etape 5



On déplace le petit disque sur la tour de départ ( I->D ).

### Etape 6



On déplace le disque moyen sur la tour d'arrivée.

Etape 7



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée ( D->A ). L'algorithme s'arrête.

3. Codage de Python

Vous créez un fichier python vide nommé `tour_de_hanoi.py` , dans lequel vous effectuerez toutes les étapes suivantes :

3.1. Création de la classe Chainon

Créer une classe `Chainon` représentant un chainon de liste chaînée. Cette classe devra :

- avoir comme attributs `valeur` , représentant la valeur stockée dans le chainon, et `suivant` , représentant l'objet auquel le chainon est attaché, objet qui est soit de type `Chainon` , soit `None` .
- avoir comme méthode le DUNDERS `__str__` , renvoyant une chaine de caractère définie de la manière suivante, en considérant la liste chaînée suivante :



- pour le chainon `1` de la liste, l'affichage devra être :

```
1 <- 2 <- 3
```

- pour le chainon `3` de la liste, l'affichage devra être simplement :

```
3
```

3.2. Classe Pile

Vous devrez créer une classe `Pile` , qui implémente une pile selon l'interface suivante :

| Méthode                                 | Arguments           | Valeur de retour     | Explication   |
|---|---------------------|----------------------|---|
| <code>__init__</code>                   | aucun               | aucune               | Initialise une Pile vide (la tête est <code>None</code> )   |
| <code>est_vide</code>                   | aucun               | un <code>bool</code> | renvoie <code>True</code> si la pile est vide, <code>False</code> sinon   |
| <code>empiler</code>                    | un <code>int</code> | aucune               | ajoute l'élément à la pile  |
| <code>depiler</code>                    | aucun               | un <code>int</code>  | enlève l'élément du haut de la pile et le renvoie   |
| <code>consulte</code><br><code>r</code> | aucun               | un <code>int</code>  | renvoie la valeur de l'élément en haut de la pile, <b>sans le dépiler</b> . Si la pile est vide renvoie <code>float( inf )</code> . |
| <code>__str__</code>                    | aucun               | un <code>str</code>  | Utilise la méthode de la classe <code>Chainon</code> . Si la pile est vide renvoie une chaine vide.                                 |

On ajoutera par ailleurs un attribut privé `_taille` , qui devra contenir le nombre d'éléments actuels de la pile, et être modifié en conséquence lors des insertions et délétiions d'éléments.

### 3.3. Classe HanoiGame

Cette classe est la classe principale du fichier. Elle devra posséder les attributs suivants :

- `n` : le nombre de disques total
- `piles` : une liste contenant 3 piles :
  - celle d'indice `0` représente la tour de départ ;
  - celle d'indice `1` représente la tour intermédiaire ;
  - celle d'indice `2` représente la tour d'arrivée.
- `petit_a_bouge` : un booléen qui changera d'état si le plus petit disque a bougé au mouvement précédent
- `position_petit` : qui contient l'indice correspondant à la tour où se trouve le plus petit des disques.

Les différents disques seront représentés par des entiers entre `0` et `n-1`, où `n` est le nombre total de disques, avec la convention suivante :

- `0` est le plus petit disque
- `n-1` est le plus grand disque.

L'interface de la classe `HanoiGame` et la suivante :

| Méthode                | Arguments   | Valeur de retour    | Explication  |
|------------------------|---|---------------------|--|
| <code>__init__</code>  | un <code>int n</code> strictement positif                   | aucune              | Initialise le jeu en plaçant les <code>n</code> disques sur la tour de départ                                      |
| <code>show</code>      | aucun   | aucun               | voir le descriptif précis ci-dessous   |
| <code>next_move</code> | aucun   | aucun               | Effectue le mouvement suivant selon l'état des disques sur les tours (et la valeur de <code>petit_a_bouge</code> ) |
| <code>solve</code>     | un <code>bool verbose</code> initialisé à <code>True</code> | un <code>int</code> | Voir le descriptif précis ci-dessous   |

• **méthode `show`** :

Cette méthode doit afficher l'état actuel des trois piles comme l'exemple ci-dessous, pour un jeu à 3 disques :

```
D :
I : 1 <- 2
F : 3
```

Cet affichage correspond à la situation suivante :



• **méthode `solve`** :

La méthode `next_move` prend en argument optionnel un booléen `verbose` initialisé à `True`. Cette méthode doit renvoyer un entier correspondant au nombre de déplacements nécessaire pour terminer le jeu (c'est-à-dire déplacer l'intégralité des disques de la tour de départ vers la tour d'arrivée).

Dans le cas où l'argument `verbose` est `True` (ce qui est le cas par défaut), cette méthode doit en outre afficher l'état des trois tours à chaque étape de la résolution, par exemple comme ci-dessous pour un jeu à 3 disques :

```
...
Etape 4
D :
I : 1 <- 2
```

```

F : 3

Etape 5
D : 1
I : 2
F : 3

Etape 6
D : 1
I :
F : 2 <- 3
...

```

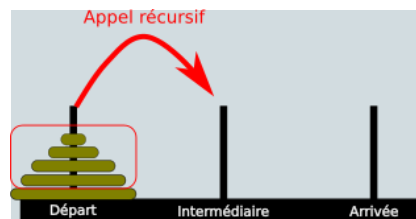
Si l'argument `verbose` est `False`, la méthode n'affiche rien.

## 4. Résolution récursive

### 4.1. Algorithme récursif

Pour déplacer une tour de  $n$  disques de la tour `D` à la tour `A`, il faut :

#### Etape 1



Déplacer  $n-1$  disques de la tour `D` à la tour `I` ;

#### Etape 2



Déplacer le dernier disque de la tour `D` à la tour `A` ;

#### Etape 3



Déplacer les  $n-1$  disques de la tour `I` à la tour `A`.

#### Final



Les disques sont bien sur la tour d'arrivée.

Le cas de base est simple : si le jeu ne possède qu'un disque, il suffit de le déplacer.

## 4.2. Code en Python

On rajoute à la classe `HanoiGame` la méthode suivante :

```
def solve_rec(self) :  
    def solve_r(n, d, i, a, nb_move) :  
        if n == 1 :  
            self.piles[a].empiler(...)  
            return 1  
        else :  
            nb_move += solve_r(n-1, d, a, i, 0)  
            self.piles[...].empiler(self.piles[...].depiler())  
            nb_move += 1  
            nb_move += solve_r(..., ..., ..., ..., 0)  
            return nb_move  
    return solve_r(self.n, 0, 1, 2, 0)
```

On a ici une **fonction auxiliaire récursive** `solve` qui prend en argument :

- `n` le nombre de disques à déplacer ;
- `d` l'indice de la tour de départ du déplacement ;
- `i` l'indice de la tour intermédiaire du déplacement ;
- `a` l'indice de la tour d'arrivée du déplacement ;
- `nb_move` le nombre de déplacements actuels.

La méthode `solve_rec` ne fait qu'appeler la fonction `solve_r` avec les arguments correspondant à un déplacement complet de la tour d'indice 0 vers la tour d'indice 2.

### ? A faire

1. Compléter les pointillés du code précédent.
2. Comparer le nombre de déplacement nécessaires avec les méthodes itératives et récursives.