

TP : Tour de Hanoï

1. Présentation du jeu

Les tours de Hanoï est un jeu de réflexion imaginé par le mathématicien français Édouard Lucas.

Il consiste à déplacer des disques de différents diamètres d'une « tour de départ » à une « tour d'arrivée » en passant par une « tour intermédiaire », et ce en un minimum de coups, en respectant les deux règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois ;
- on ne peut pas placer un disque sur un disque de diamètre inférieur.



On souhaite écrire un programme python non-récuratif qui utilise une classe `Pile` telle que définie dans le cours précédent (avec les listes chaînées), et qui devra :

1. Permettre de saisir un nombre `n` de disques.
2. Afficher à l'écran les différentes étapes pour résoudre le problème avec `n` disques, en précisant à chaque fois le nombre d'étapes nécessaires.

2. Algorithme de résolution non-récuratif

Si on observe de près le jeu pour un nombre de disques supérieur à 1, on s'aperçoit qu'il n'y a que 1 ou 2 déplacements possibles :

- le petit disque peut **toujours** se déplacer sur les deux autres tours.
- si un disque différent du plus petit peut-être déplacé, il n'y a qu'une seule possibilité, c'est-à-dire sur la tour **où n'est pas le petit disque**.

Un algorithme itératif est donc le suivant :

```
Tant qu'il reste un disque sur la tour de départ ou sur la tour intermédiaire :  
    Déplacer le petit disque d'une tour dans le sens D->A->I->D  
    Si on peut déplacer un disque autre que le plus petit, alors le déplacer
```

Exemple avec 3 disques

Etape 0



Les trois disques sont sur la tour de départ.

Etape 1



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée (D->A).

Etape 2



On déplace le disque moyen sur la tour intermédiaire.

Etape 3



On déplace le petit disque sur la tour intermédiaire (A->I).

Etape 4



On déplace le grand disque sur la tour d'arrivée.

Etape 5



On déplace le petit disque sur la tour de départ (I->D).

Etape 6



On déplace le disque moyen sur la tour d'arrivée.

Etape 7



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée (D->A). L'algorithme s'arrête.

3. Codage de Python

Vous créez un fichier python vide nommé `tour_de_hanoi.py` , dans lequel vous effectuerez toutes les étapes suivantes :

3.1. Création de la classe Chainon

Créer une classe `Chainon` représentant un chainon de liste chaînée. Cette classe devra :

- avoir comme attributs `valeur` , représentant la valeur stockée dans le chainon, et `suivant` , représentant l'objet auquel le chainon est attaché, objet qui est soit de type `Chainon` , soit `None` .
- avoir comme méthode le DUNDERS `__str__` , renvoyant une chaine de caractère définie de la manière suivante, en considérant la liste chaînée suivante :



- pour le chainon `1` de la liste, l'affichage devra être :

```
1 <- 2 <- 3
```

- pour le chainon `3` de la liste, l'affichage devra être simplement :

```
3
```

3.2. Classe Pile

Vous devrez créer une classe `Pile` , qui implémente une pile selon l'interface suivante :

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>__init__</code>	aucun	aucune	Initialise une Pile vide (la tête est <code>None</code>)
<code>est_vide</code>	aucun	un <code>bool</code>	renvoie <code>True</code> si la pile est vide, <code>False</code> sinon
<code>empiler</code>	un <code>int</code>	aucune	ajoute l'élément à la pile
<code>depiler</code>	aucun	un <code>int</code>	enlève l'élément du haut de la pile et le renvoie
<code>consulte</code> <code>r</code>	aucun	un <code>int</code>	renvoie la valeur de l'élément en haut de la pile, sans le dépiler . Si la pile est vide renvoie <code>float('inf')</code> .
<code>__str__</code>	aucun	un <code>str</code>	Utilise la méthode de la classe <code>Chainon</code> . Si la pile est vide renvoie une chaine vide.

On ajoutera par ailleurs un attribut privé `_taille` , qui devra contenir le nombre d'éléments actuels de la pile, et être modifié en conséquence lors des insertions et délétions d'éléments.

3.3. Classe HanoiGame

Cette classe est la classe principale du fichier. Elle devra posséder les attributs suivants :

- `n` : le nombre de disques total
- `piles` : une liste contenant 3 piles :
 - celle d'indice `0` représente la tour de départ ;
 - celle d'indice `1` représente la tour intermédiaire ;
 - celle d'indice `2` représente la tour d'arrivée.
- `petit_a_bouge` : un booléen qui changera d'état si le plus petit disque a bougé au mouvement précédent
- `position_petit` : qui contient l'indice correspondant à la tour où se trouve le plus petit des disques.

Les différents disques seront représentés par des entiers entre `0` et `n-1`, où `n` est le nombre total de disques, avec la convention suivante :

- `0` est le plus petit disque
- `n-1` est le plus grand disque.

L'interface de la classe `HanoiGame` et la suivante :

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>__init__</code>	un <code>int n</code> strictement positif	aucune	Initialise le jeu en plaçant les <code>n</code> disques sur la tour de départ
<code>show</code>	aucun	aucun	voir le descriptif précis ci-dessous
<code>next_move</code>	aucun	aucun	Effectue le mouvement suivant selon l'état des disques sur les tours (et la valeur de <code>petit_a_bouge</code>)
<code>solve</code>	un <code>bool verbose</code> initialisé à <code>True</code>	un <code>int</code>	Voir le descriptif précis ci-dessous

• **méthode `show`** :

Cette méthode doit afficher l'état actuel des trois piles comme l'exemple ci-dessous, pour un jeu à 3 disques :

```
D :
I : 1 <- 2
F : 3
```

Cet affichage correspond à la situation suivante :



• **méthode `solve`** :

La méthode `next_move` prend en argument optionnel un booléen `verbose` initialisé à `True`. Cette méthode doit renvoyer un entier correspondant au nombre de déplacements nécessaire pour terminer le jeu (c'est-à-dire déplacer l'intégralité des disques de la tour de départ vers la tour d'arrivée).

Dans le cas où l'argument `verbose` est `True` (ce qui est le cas par défaut), cette méthode doit en outre afficher l'état des trois tours à chaque étape de la résolution, par exemple comme ci-dessous pour un jeu à 3 disques :

```
...
Etape 4
D :
I : 1 <- 2
```

```

F : 3

Etape 5
D : 1
I : 2
F : 3

Etape 6
D : 1
I :
F : 2 <- 3
...

```

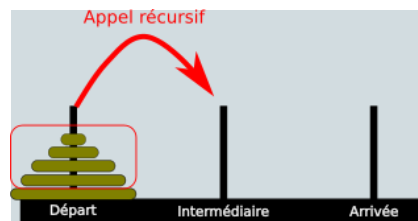
Si l'argument `verbose` est `False`, la méthode n'affiche rien.

4. Résolution récursive

4.1. Algorithme récursif

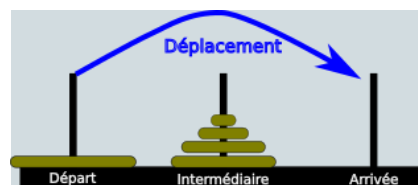
Pour déplacer une tour de n disques de la tour D à la tour A , il faut :

Etape 1



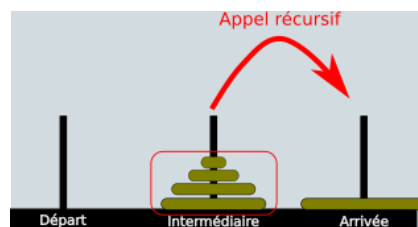
Déplacer $n-1$ disques de la tour D à la tour I ;

Etape 2



Déplacer le dernier disque de la tour D à la tour A ;

Etape 3



Déplacer les $n-1$ disques de la tour I à la tour A .

Final



Les disques sont bien sur la tour d'arrivée.

Le cas de base est simple : si le jeu ne possède qu'un disque, il suffit de le déplacer.

4.2. Code en Python

On rajoute à la classe `HanoiGame` la méthode suivante :

```
def solve_rec(self) :  
    def solve_r(n, d, i, a, nb_move) :  
        if n == 1 :  
            self.piles[a].empiler(...)  
            return 1  
        else :  
            nb_move += solve_r(n-1, d, a, i, 0)  
            self.piles[...].empiler(self.piles[...].depiler())  
            nb_move += 1  
            nb_move += solve_r(..., ..., ..., ..., 0)  
            return nb_move  
    return solve_r(self.n, 0, 1, 2, 0)
```

On a ici une **fonction auxiliaire récursive** `solve` qui prend en argument :

- `n` le nombre de disques à déplacer ;
- `d` l'indice de la tour de départ du déplacement ;
- `i` l'indice de la tour intermédiaire du déplacement ;
- `a` l'indice de la tour d'arrivée du déplacement ;
- `nb_move` le nombre de déplacements actuels.

La méthode `solve_rec` ne fait qu'appeler la fonction `solve_r` avec les arguments correspondant à un déplacement complet de la tour d'indice 0 vers la tour d'indice 2.

? A faire

1. Compléter les pointillés du code précédent.
2. Comparer le nombre de déplacement nécessaires avec les méthodes itératives et récursives.