# C01-02 Intervalles

## 1. Intervalles de nombres réels

## **E** Définition

Soient a et b deux nombres réels tels que  $a \leqslant b$ .

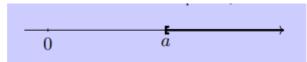
• On appelle intervalle fermé [a;b] l'ensemble des nombres réels x tels que  $a \leqslant x \leqslant b$ .



- On appelle intervalle ouvert ]a;b[ l'ensemble des nombres réels x tels que a < x < b.



- On définit de même les intervalles [a;b[ et ]a;b].
- On note  $[a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que  $x\geqslant a.$



• On note  $a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que x>a.



• On définit de même  $]-\infty;a]$  et  $]-\infty;a[$ .

## Remarques

- Le symbole  $+\infty$  se lit " Plus l'infini ".
- Le symbole  $-\infty$  se lit " Moins l'infini ".

## Représenter des intervalles

### Enoncé

Ecrire les inégalités suivantes sous la forme d'un intervalle, puis représenter cet intervalle sur la droite des réels :

- 1.  $x \leqslant 5$
- 2. x > -3
- 3. 2 < x < 5
- 4.  $-4 \leqslant x \leqslant -3$
- 5.  $-3 \leqslant x < 8$
- 6.  $-2 < x \le 0$

### Solution

- 1.  $]-\infty;5]$
- 2. ]  $-3; +\infty$ [
- 3. ]2; 5[
- 4. [-4; -3]
- 5. [-3; 8]
- 6. ]-2;0]

## 

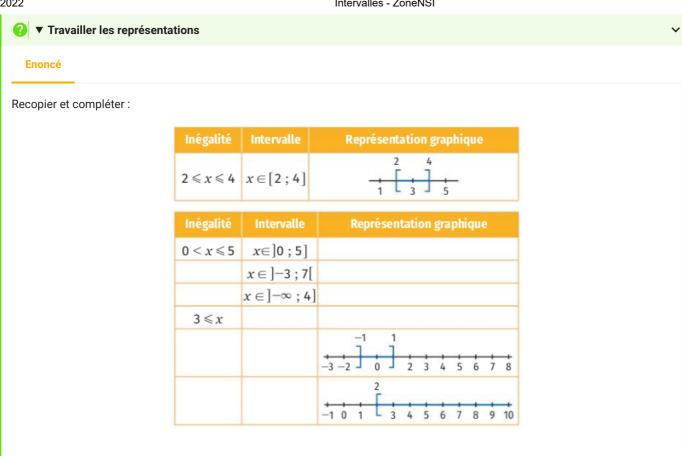
### Enoncé

Compléter avec un symbole  $\in$  ou  $\notin$  :

- $-2 \dots [-2;1[$
- $-3 \dots [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5}\ldots]-5;-4[$
- $4 \dots [-3; 4[$
- $2\pi \dots [7; 8]$
- 0...ℝ
- 0 . . . ℝ\*

### Solution

- $\bullet \ \ -2 \in [-2;1[$
- $-3 \in [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \notin ]-5;-4[$
- $4 \notin [-3; 4[$
- $2\pi \notin [7; 8]$
- $0 \in \mathbb{R}$
- $0 \notin \mathbb{R}^*$



Solution

A venir....

## 2. Unions et intersections d'intervalles

## **Définition**

Soient I et J deux intervalles.

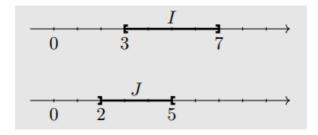
- L'intersection de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I \textbf{ET} à J. On note cet ensemble  $I\cap J$ .
- La réunion de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I \textbf{OU} à J. On note cet ensemble  $I\cup J$ .

## Remarques

- La notation  $\cap$  se lit  $\backslash$  og inter  $\backslash$ fg. D'où  $I \cap J$  se lit  $\backslash$  og I inter  $J \backslash$ fg.
- La notation  $\cup$  se lit  $\log$  union  $\backslash$ fg. D'où  $I \cup J$  se lit  $\log I$  union  $J \backslash$ fg.
- Parfois, il n'y a aucun élément qui appartiennent à la fois à I et J. L'intersection est donc \textbf{vide}, et on note  $\emptyset$  l'ensemble vide. Dans ce cas  $I \cap J = \emptyset$ .

## Exemple

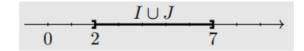
On considère les intervalles I=[3;7] et J=]2;5[.



• L'ensemble  $I\cap J$  est [3;5[.



• L'ensemble  $I \cup J$  est ]2;7].



## Utiliser les notations ∩ et ∪

### Enoncé

R\'eduire sous la forme d'un seul intervalle si possible et représenter sur la droite des réels :

- $]-3;7]\cap]-2;8[$
- ]  $-4;3] \cap [-2;3,5[$
- $[-7;4[\cup]-3;5]$
- ]  $-3;5] \cup [-1;2]$
- $[-6;6] \cup [-2;2]$
- ]  $-\infty$ ;  $2[\cap]1; +\infty[$
- $]-\infty;-1]\cup]2;6]$
- $[-5;3] \cap [6;8]$

### Solution

• 
$$]-3;7]\cap]-2;8[=]-2;7]$$

• 
$$]-4;3] \cap [-2;3,5[=[-2;3]]$$

• 
$$[-7;4[\cup]-3;5]=[-7;5]$$

• 
$$]-3;5] \cup [-1;2] = ]-3;5]$$

• 
$$[-6;6] \cup [-2;2] = [-6;6]$$

• 
$$]-\infty;2[\cap]1;+\infty[=]1;2[$$

• 
$$]-\infty;-1]\cup]2;6]=]-\infty;-1]\cup]2;6]$$

• 
$$[-5;3] \cap [6;8] = \emptyset$$



L'ensemble vide est noté ∅.



### ▼ Travailler les inéquations et les intervalles

### **Enoncé**

Compléter en s'aidant de la méthode donnée dans l'exemple ci-dessous.

## **Exemple**

### On a les équivalences :

par définition	$1\leqslant x\leqslant 2$	$\iff$	$x \in [1;2]$
en multipliant chaque membre de l'inégalité par 3	$3\leqslant 3x\leqslant 6$	$\iff$	
par définition	$3x \in [3;6]$	$\iff$	

d'où  $x \in [1;2]$  si et seulement si  $3x \in [3;6]$ 

- 1.  $x \in [7;20]$  si et seulement si  $7x \in \dots$
- 2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in \dots$
- 3.  $x \in [2; 6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in \dots$
- 4.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $x + 6 \in ]3; +\infty[$
- 5.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $-2x \in [4; +\infty[$
- 6.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $4x + 3 \in [-6; 5]$

### Solution

- 1.  $x \in [7;20]$  si et seulement si  $7x \in [49;140]$
- 2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in ]3;7]$
- 3.  $x \in [2;6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in [2;6]$
- 4.  $x \in ]-3;+\infty[$  si et seulement si  $x+6\in ]3;+\infty[$
- 5.  $x\in ]-\infty;-2]$  si et seulement si  $-2x\in [4;+\infty[$
- 6.  $x \in [-rac{9}{4};2]$  si et seulement si  $4x+3 \in [-6;5]$

## 8

### ▼ Représenter sous la forme d'intervalles

### **Enoncé**

- $\bullet \quad y>-3 \text{ et } y<4$
- $\bullet \quad y > -3 \text{ ou } y < 4$
- $y \leqslant \frac{1}{3}$  et  $y \leqslant \frac{1}{2}$
- $y\leqslant \frac{1}{3}$  ou  $y\leqslant \frac{1}{2}$

### **Solution**

A venir

## ?

### ▼ Résolutions d'équations du premier degré

### **Enoncé**

- 1. Résoudre dans  ${\mathbb R}$  chacune des équations suivantes :
- 2. 3x 6 = 0
- 3. 3x 4 = 0
- 4. -3x + 64 = 19
- 5. -2(x+5) = -8
- 6.  $3x \pi = 0$
- 7.  $\frac{x-8}{3} = -4$
- 8. Lesquelles de ces 4 équations sont résolubles dans  $\mathbb Z$  ? Dans  $\mathbb Q$  ?

Solution

A venir

### **②** ▼

### ▼ Résolutions d'inéquations du premier degré

### Enoncé

Résoudre les inéquations suivantes et présenter le résultat sous la forme d'un intervalle :

- 3x 6 > 0
- $3x 4 \leq 0$
- -3x + 64 < 19