

Arithmétique avec Python

1. Déterminer la liste des diviseurs d'un entier donné

Trouver la décomposition d'un nombre en facteurs premiers est facile pour un être humain, mais nécessite la connaissance de structures avancées (les **séquences**, et plus particulièrement les **dictionnaires**) dès qu'on veut les appliquer en Python.

Cependant il est assez facile de demander à Python de trouver la **liste** des diviseurs d'un nombre donné. Il faut utiliser pour cela l'algorithme suivant :

```
fonction diviseurs(n :entier)
    Créer une liste vide L
    Pour chaque nombre i dans les entiers allant de 1 à n
        Si i est un diviseur de n
            Ajouter i à L
    renvoyer L
```

Cet algorithme en langage naturel peut être quasiment traduit à l'identique en Python grâce aux instructions suivantes :

```
def diviseurs(n) :
    L = list()
    for i in range(1, n+1) :
        if n%i == 0 :
            L.append(i)
    return L
```

? Exercice 1

Enoncé

1. Ouvrir **Thonny**, puis créer un fichier dans votre espace personnel nommé `arithmetique.py`.
2. Taper le code précédant dans l'éditeur.
3. Dans la zone de script (le *shell*), taper la ligne suivante :

```
diviseurs(60)
```

Quel est le résultat obtenu ?

4. Que faut-il écrire en Python pour obtenir les diviseurs de $\backslash(30\backslash)$? de $\backslash(262\backslash)$?
5. Combien y-a-t'il de diviseurs de $\backslash(413\sim 525\backslash)$? (On pourra utiliser la ligne `len(diviseurs(413525))`)
6. Combien y-a-t'il de diviseurs de $\backslash(2\sim 745\sim 897\backslash)$?
7. Combien y-a-t'il de diviseurs de $\backslash(234\sim 745\sim 896\backslash)$? Que constate-t'on ?
8. Combien y-a-t'il de diviseurs de $\backslash(234\sim 745\sim 897\backslash)$? Que constate-t'on ? Comment s'appelle ce type de nombre entiers ?

Réponses

A venir !

2. PGCD et PPCM

2.1. PGCD

Listes en Python

L'objet renvoyé par la fonction `diviseurs` est de type `list`.

Il s'agit d'un type particulier, qu'on peut imaginer comme étant une **suite de cases numérotées en partant de 0**

Par exemple la liste Python `L = [12 , 32 , 44 , -5 , 7]` correspond au schéma suivant :

L	12	32	44	-5	7
<i>n°</i>	0	1	2	3	4

et il est possible d'accéder aux méthodes suivantes :

- `L[2]` renverra le nombre `\(44\)` ;
- `L[0] * L[2]` renverra le nombre `\(12 \times 44 = 528\)` ;
- `L[-1]` renverra le dernier nombre de la liste donc ici `\(7\)`.

En ajoutant la fonction suivante :

```
def inter(l1, l2) :
    return [e for e in l1 if e in l2]
```

on obtient la possibilité d'obtenir l'**intersection** de deux listes `l1` et `l2`, par exemple :

```
>>> inter([1, 2, 4, 9, 16], [3, 4, 8, 9, 12])
[4, 9]
```

? Exercice 2

Enoncé

1. Ajouter la fonction `inter` au fichier `arithmetique.py`.
2. Que faut-il écrire en Python pour obtenir la liste des diviseurs de `\(60\)` ?
3. Que faut-il écrire en Python pour obtenir la liste des diviseurs de `\(132\)` ?
4. Que faut-il écrire en Python pour obtenir les diviseurs communs à `\(60\)` et `\(132\)` ?
5. Comment faire pour obtenir le PGCD de `\(60\)` et `\(132\)` ?
6. Faire de même pour `\(372\sim 522\)` et `\(195\sim 624\)`.
7. Créer une fonction python `pgcd(a, b)` qui renvoie le pgcd des nombres entiers naturels `a` et `b` passés en argument.

Réponses

A venir !

2.2. PPCM

relation entre PGCD et PPCM

Soient `\(a\)` et `\(b\)` deux entiers naturels. Alors :

$$\lfloor a \times b = \text{PGCD}(a,b) \times \text{PPCM}(a,b) \rfloor$$

Créer une fonction `PPCM` qui renvoie le ppcm de deux entiers naturels `a` et `b`. Créer une fonction `PPCM` qui renvoie le ppcm de deux entiers naturels `a` et `b`.