Listes Chaînées

1. Le problème de la structure tableau

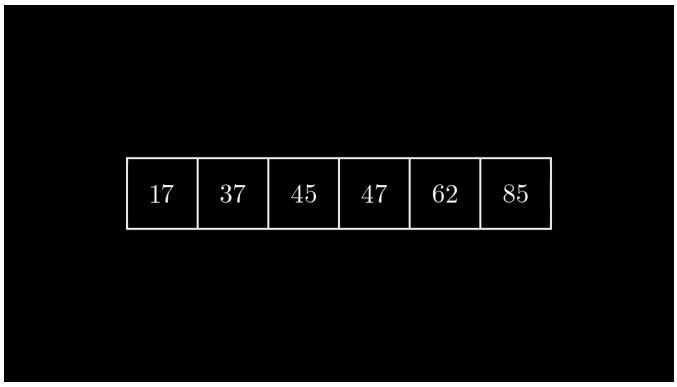
La structure de type **tableau** permet de stocker des séquences d'éléments dans des zones contigües de la mémoire, mais n'est pas forcément adaptée à toutes les opérations possibles sur ces séquences.

Par exemple, la structure de tableau de Python permet grâce aux méthodes `append` et `pop` d'ajouter et de supprimer relativement efficacement un élément en **dernière position** dans un tableau déjà existant (ce n'est pas le cas dans d'autres langages, *où de telles méthodes n'existent pas forcément*).

Lorsqu'on veut insérer un élément à une autre position on peut, toujours en Python, utiliser a méthode `insert` qui insère un élément à une position donnée. Mais cette méthode *cache un certain nombre de problèmes*, dont le **coût en temps**.

Que fait `insert` lorsqu'on veut ajouter un élément en position 0

Imaginons que nous avons un tableau `tab`, pour lequel nous voulons insérer la valeur 8 en première position :



Au total, nous avons réalisé un nombre d'opérations qui est **proportionnel à la taille du tableau !**Sur un petit, tel que celui-ci, il n'y a pas trop de problèmes, mais sur un tableau contenant *plusieurs millions* d'entrées, le nombre d'opérations devient bien trop important.

Heureusement, il existe d'autres manières de stocker des informations, qui permettent une modification bien plus rapide des différents éléments.

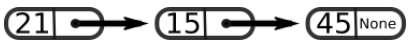
2. Les listes chaînées

2.1. Construction d'une liste chaînées

Liste chaînée

Une **liste chaînée** est une structure permettant d'implémenter une liste, c'est-à-dire une séquence finie de valeurs (de même type ou non). Les éléments dont dits **chaînés** car chque élément possède l'adresse mémoire de l'élément suivant de la liste.

Exemple



On a représenté ici une liste chaînée de trois éléments :

- Le premier est 21, et il pointe vers l'adresse mémoire du second ;
- Le deuxième élément est 15 et il pointe vers l'adresse mémoire du troisième ;
- Le troisième élément est 45. Il ne pointe vers rien (l'adresse du suivant est `None`). On a atteint la fin de la liste.

Implémentation d'une liste chaînée en Python

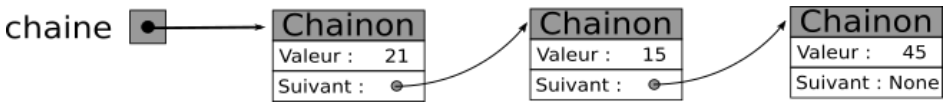
La méthode classique pour implémenter une liste chaînée est de construire une **classe d'objets** possédant deux attributs : un pour la **valeur** et un pour l'adresse du chainon suivant :

```
class Chainon :
    """Chainon d'une liste chainée"""
    def __init__(self, valeur, suivant) :
        self.valeur = valeur
        self.suivant = suivant
```

Une fois cette classe définie, la construction de la liste s'effectue de la manière suivante :

```
chaine = Chainon(21, Chainon(15, Chainon( 45, None)))
```

Ici, on a créé une liste nommée `chaine` à partir de trois objets de classe `Chainon` qu'on peut visualiser ainsi :



Remarque

Cette construction est une construction récursive basée sur des objets. Il aurait été possiible d'utiliser des tuples ou des listes python, mais l'utilisation serait moins pratique :

```
(21,(15, (45, (None))))
```

Affichage d'un objet `Chainon`

Afin de représenter à l'écran notre objet `Chainon`, on implémente la méthode `__str__` ainsi :

```
class Chainon :
    """Chainon d'une liste chainée"""
    def __init__(self, valeur, suivant) :
        self.valeur = valeur
        self.suivant = suivant

    def __str__(self):
        if self.suivant == None :
            return f"{self.valeur} -> None"
        else :
            return f"{self.valeur} -> {str(self.suivant)}"
```

Ainsi l'instruction `print(chaine)` affichera `21 -> 15 -> 45 -> None`.

2.2. Opérations sur les listes chaînées.

Longueur d'une liste chaînée

Nous allons créer maintenant une fonction `longueur` qui calcule la longueur d'une liste chaînée telle que nous l'avons implémentée.

Cette fonction devra :

- renvoyer 0 si la liste est vide ;
- renvoyer le nombre d'éléments de la chaîne sinon.

Le plus simple est d'utiliser la récursivité :

```
def longueur(chaine) :
    if chaine == None :
        return 0
    else :
        return 1 + longueur(chaine.suivant)
```

La **complexité** de cette fonction est directement proportionnelle à la longueur de la liste : pour une liste de $1\ 000$ éléments, la fonction effectuera :

- $1\ 000$ comparaisons ;
- $1\ 000$ additions ;
- $1\ 000$ appels récursifs.

On en conclut que la complexité en temps de cette fonction est en $\mathbb{O}(n)$.

Et en itératif ?

```
def longueur(chaine) :
    n = 0
    chainon = chaine
    while chainon is not None :
        n+=1
        chainon = chainon.suivant
    return n
```

Exercice 1 : n-ième élément

Enoncé

Créer une fonction `niemeElement(chaine, i)` qui renvoie la valeur du i-ième élément de la liste chaînée passée en argument.

Solution récursive

```
def niemeElement(chaine, i) :
    if chaine == None :
        raise IndexError("Invalid index")
    if i == 0 :
        return chaine.valeur
    else :
        return niemeElement(chaine.suivant, i-1)
```

La question de la complexité est un peu plus subtile :

- dans un cas correct (l'indice `i` fourni corresond bien à un élément de la liste), le nombre d'opérations est bien proportionnel à `i` ;
- dans le cas où `i` est supérieur à la longueur de la liste, par contre, on va parcourir la totalité de la liste avant de pouvoir signaler une erreur. Ce serait cependant une très mauvaise idée de calculer la longueur de la liste pour le comparer à i, car le calcul de la longueur parcoure déjà toutes la liste. Faire ce calcul en appel récursif générerait donc une complexité **quadratique**. On pourrait cependant encapsuler la fonction récursive dans une fonction dont l'objectif serait de vérifier la valeur de l'indice avant d'effectuer les appels récursifs.
- Pire, dans le cas où l'indice passé est négatif, la liste chaînée sera elle aussi parcourue intégralement avant de renvoyer une erreur d'indice.On peut cependant corriger celà par la ligne :

```
if chaine == None or i<0 :
...
```

Solution Itérative

```
def niemeElementI(chaine, i) :
    if i<0 :
        raise IndexError("Invalid index")
    ni = 0
    chainon = chaine
    while  chainon != None and ni != i :
        ni += 1
        chainon = chainon.suivant
    if chainon != None :
        return chainon.valeur
    else :
        raise IndexError("Invalid index")
```

On retrouve en terme de complexité les mêmes éléments que pour la fonction récursive. Cependant les erreurs ainsi que les conditions de sorties sont plus complexes à prendre en compte.

Exercice 2 : Concaténation de deux listes

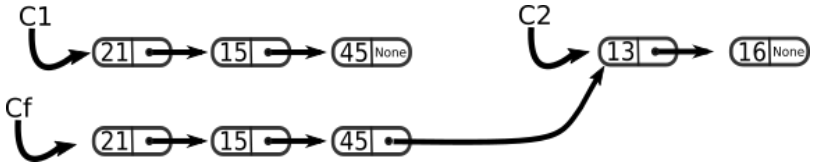
Enoncé

Créer une fonction `concatener(c1, c2)` qui renvoie la liste chaînée obtenue par concaténation de `c1` et `c2`.

Solution récursive

```
def concatener(c1, c2) :
    if c1 == None :
        return c2
    else :
        return Chainon(c1.valeur,concatener(c1.suivant, c2))
```

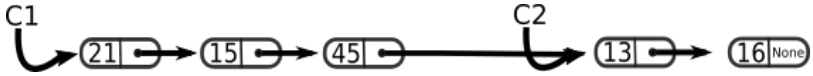
La complexité dépend fortement de la longueur de la liste `c1`. par contre elle ne dépend pas de celle de `c2`. Dans cette version, les chaines `c1` et `c2` ne sont pas modifiée ! `concatener` renvoie une nouvelle liste chaînée qui a copié les valeurs de `c1` avant de les lier à celles de `c2`.



Solution Itérative

```
def concatenerI(c1, c2) :
    chainon = c1
    while chainon.suivant != None :
        chainon = chainon.suivant
    chainon.suivant = c2
    return c1
```

Attention ! Dans cette solution, `c1` est modifiée !



ET C'EST UNE TRES MAUVAISE IDEE

Imaginons qu'on exécute deux fois la concaténation `concatenerI(c1, c2)`, puis qu'on demande un affichage de `c1`.

La première concaténation va donner le schéma ci-dessus, la châine `c1` ayant pour dernier chaînon le dernier chaînon de `c2`. A l'exécution de la deuxième concaténation, il n'y aura pas de création de nouvelle chaîne, mais simplement la modification du dernier chaînon de l'actuel `c1` vers le premier élément de `c2`, soit... une boucle menant du dernier élément de `c2` vers le premier de `c2` :

La chaîne obtenue ne possède plus de fin (jamais elle ne pointe vers `None`). La méthode `__str__` effectuant un appel récursif dont le cas de basecorrespond au fait de pointer vers `None`, on aura alors une erreur de type `RecursionError: maximum recursion depth exceeded`, puisqu'il est devenu impossible de passer par le cas de base.

Un cas limite : renverser la liste

Comment faire pour renverser une liste chaînée ? Sachant que nous avons vu des procédés récursif pour les questions précédentes, nous sommes tenter d'en utiliser un aussi pour ce cas, par exemple en sélectionnant le premier chaînon et en le concaténant à la liste renversée de la suite de la chaîne, Le cas de base étant celui d'une liste vide, auquel cas on renvoie cette liste :

```
def renverser(chaine) :
    if chaine == None :
        return None
    else :
        return concatener(renverser(chaine.suivant), Chainon(chaine.valeur, None))
```

Cependant cette solution n'est pas efficace ! En effet, à chaque appel de `renverser`, on fait aussi appel à la fonction `concatener` qui parcoure la totalité de la chaine, à part un élément. La complexité devient alors **quadratique** !

La récursivité n'est pas toujours la meilleure solution ! (mais parfois elle l'est quand même !)

On va don passer en itératif, surtourt qu'il est facile d'attacher un chainon en tête d'une chaine déjà consrtituée :

```
def renverser(chaine) :
    reverse = None
    c= chaine
    while c != None :
        reverse = Chainon(c.valeur, reverse)
        c = c.suivant
    return reverse
```

La complexité est celle du parcours d'une chaîne complète, donc en $\mathbb{O}(n)$.

2.3. Modification de listes chaînées

Pourquoi se casser la tête ?

Eliminons tout de suite une possibilité : bien entendu, **en Python**, il est possible de modifier *directement* un attribut, donc la modification d'une valeur d'une liste chaînée est assez évidente. Par exemple, les lignes suivantes :

```
chaine = Chainon(21, Chainon(15, Chainon( 45, None)))
chaine.suivant.valeur = 33
```

modifient la valeur du deuxième élément de la chaine, qui devient `21 -> 33 -> 45 -> None`.

Cependant, **cette possibilité n'est pas toujours possible dans tous les langages**, et de toutes façons cette manière de modifier ne correspond pas à la logique de construction d'une liste chaînée.

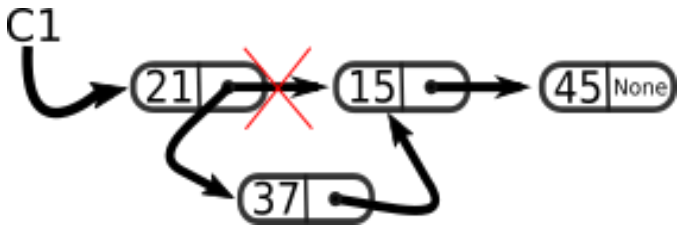
On va donc préférer passer à des modifications directe des chaînons.

Exercice 3 : Insertion d'un chainon

Enoncé

Créer une fonction `inserer(v, n, chaine)` qui insère l'élément `v` à la position `n` dans la liste passée en argument.

Le schéma suivant doit pouvoir vous aider çà construire l'algorithme de cette fonction :



Solution

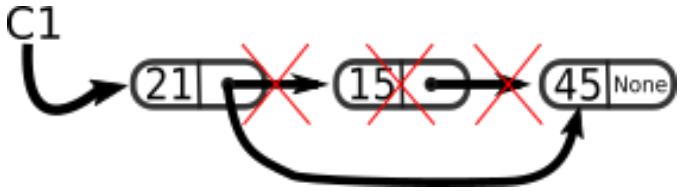
```
def inserer(v, n, chaine) :
    if n<0 :
        raise IndexError("Invalid index")
    if n == 0 or chaine == None:
        return Chainon(v, chaine)
    else :
        return Chainon(chaine.valeur, inserer(v, n-1, chaine.suivant))
```

Exercice 4 : Suppression d'un chainon

Enoncé

Créer une fonction `supprime(n, chaine)` qui supprime l'élément à la position `n` dans la liste passée en argument.

Le schéma suivant doit pouvoir vous aider çà construire l'algorithme de cette fonction :



Solution

```
def supprimer(n, chaine) :
    if chaine == None or n<0:
        raise IndexError("Invalid index")
    if n == 0  :
        return chaine.suivant
    else :
        return Chainon(chaine.valeur, supprimer(n-1, chaine.suivant))
```

3. Quelques exercices supplémentaires

Nous voici avec une structure correcte, permettant de travailler correctement sur des listes chainées. Nous allons maintenant augmenter notre potentiel d'action avec les listes chaînées :

Exercice 5 : Création à partir d'une liste Python

Enoncé

Créer une fonction `creeDepuisTab(tab)` qui crée une liste chaînée depuis un tableau donné en argument.

Par exemple :

- `creeDepuisTab([12, 15, 17])` crée la liste chaînée `12 -> 15 -> 17 -> None` ;
- `creeDepuisTab([])` crée un objet `None` ;
- `creeDepuisTab([42])` crée une liste chaînée `42 -> None`.

Solutions

Il existe de nombreuses possibilités, et toutes ne sont pas équivalentes en terme de complexité (la V4 ci-dessous est beaucoup moins efficace).

Itérative Pythonesque avec `reversed`

```
def creeDepuisTab(tab) :
    """Version pythonesque avec reversed"""
    LC = None
    for e in reversed(tab) :
        LC = Chainon(e, LC)
    return LC
```

Itérative avec indices

```
def creeDepuisTab(tab) :
    """Version avec calcul de l'indice"""
    LC = None
    l = len(tab)
    for i in range(len(tab)):
        LC = Chainon(tab[l-1-i], LC)
    return LC
```

Récursive avec slices

```
def creeDepuisTab(tab) :
 """Version récursive"""
    if  tab == [] :
        return None
    else :
        return Chainon(tab[0], creeDepuisTabV3(tab[1:]))
```

Exercice 6 : Chercher le nombre d'occurences

Enoncé

Créer une fonction `occurences(valeur, chaine)` qui renvoie le nombre d'occurence de `valeur` dans la liste chaînée `chaine`.

Par exemple :

- `occurences(12, chaine)` devra renvoyer 3 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`;
- `occurences(27,chaine)` devra renvoyer 0 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`;
- `occurences(42,chaine)` devra renvoyer 1 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`.

Solution

A venir !

Exercice 7 : Trouver la première occurence

Enoncé

Créer une fonction `premiereOccurence(valeur, chaine)` qui renvoie *l'indice de la première occurence* de `valeur` dans la liste chaînée `chaine`. Si \valeur`n'est pas dans` chaine `, la fonction devra renvoyer` -1`.

Par exemple :

- `premiereOccurences(12, chaine)` devra renvoyer 0 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`;
- `premiereOccurences(27,chaine)` devra renvoyer -1 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`;
- `premiereOccurences(42,chaine)` devra renvoyer 3 si la chaîne est `12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None`.

Solution

A venir !

Exercice 8 : chaînes identiques

Enoncé

Créer une fonction `identique(c1, c2)` qui renvoie `True` si les deux chaînes contiennent les mêmes valeurs dans le même ordre, et `False` sinon.

Solution

A venir !

4. Encapsulation

On va désormais **encapsuler** l'implémentation précédente dans une autre classe, nommée `ListeC` dont l'interface est la suivante :

1. la construction d'un objet `ListeC` vide correspondre à un objet `None`;
2. une méthode `is_empty` doit renvoyer un booléen correspondnat au statut vide ou non vide de la liste ;

3. une méthode `push` permet d'ajouter une valeur en tête de la liste ;
4. la méthode `__str__` doit renvoyer une chaîne correcte (telle que celle de la classe `Chainon`) ;
5. l'appel à la fonction `len` doit renvoyer la longueur de la liste ;
6. on doit pouvoir atteindre le i-ème élément d'un objet `lc` par l'intermédiaire de `lc[i]` ;
7. l'opérateur `+` utilisé entre deux objets de type `ListeC` doit renvoyer un nouvel objet crée par concaténation.

Ainsi, un utilisateur du module crée n'aura pas à se préoccuper des différences d'implémenations présentées dans la partie précédente :

Méthode constructeur `__init__` :

Analyse

Un objet `ListeC` ne contient qu'un seul attribut : la tête de la liste. Soit c'est un objet de type `Chainon`, soit c'est l'objet `None`. La méthode `__init__` ne doit donc qu'initialiser un attribut `head` à la valeur `None`.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None
```

Méthode `is_empty` :

Analyse

si la tête est de type `None`, on renvoie `True`, sinon `False`

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None
```

Méthode `push` :

Analyse

Comme on l'a vu plusieurs fois, une liste chainée se construit par ajouts successifs d'éléments en tête de la liste.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None

    def push(self, v) :
        self.head = Chainon(v, self.head)
```

Méthode `__str__` :

Analyse

Rien de particulier, il suffit de renvoyer la chaîne de caractères correspondant à la tête.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None

    def push(self, v) :
        self.head = Chainon(v, self.head)

    def __str__(self) :
        return str(self.head)
```

Méthode `__len__` :

Analyse

La fonction built-in `len` fait appel à la méthode `__len__` de l'objet passé en argument. Il suffit donc de créer une telle méthode, en réutilisant la fonction `longueur` déjà crée.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None

    def push(self, v) :
        self.head = Chainon(v, self.head)

    def __str__(self) :
        return str(self.head)

    def __len__(self) :
        if self.head == None :
            return 0
        else :
            return longueur(self.head)
```

Accès direct au i-ème élément :

Analyse

Lorsqu'on veut faire appel aux opérateurs `[i]` pour accéder au i-ème élément d'un objet déjà construit, python regarde si une méthode `__getitem__` a été définie pour ce type d'objet.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None

    def push(self, v) :
        self.head = Chainon(v, self.head)

    def __str__(self) :
        return str(self.head)

    def __len__(self) :
        if self.head == None :
            return 0
        else :
            return longueur(self.head)

    def __getitem__(self, i) :
        return niemeElement(self.head, i)
```

Utilisation de `+`

Analyse

Pour utiliser l'opérateur `+`, il faut implémenter une méthode `__add__`. Cette méthode doit renvoyer un nouvel objet, donc son implémentation est un peu plus complexe. Par ailleurs, il faut lever une erreur dans le cas où l'objet passé en argument n'est pas de type `ListeC`.

Code

```
class ListeC :
    """A real docstring here"""

    def __init__(self) :
        self.head = None

    def is_empty(self) :
        return self.head == None

    def push(self, v) :
        self.head = Chainon(v, self.head)

    def __str__(self) :
        return str(self.head)

    def __len__(self) :
        if self.head == None :
            return 0
        else :
            return longueur(self.head)

    def __getitem__(self, i) :
        return niemeElement(self.head, i)

    def __add__(self, other) :
        if not isinstance(other, ListeC) :
            raise TypeError(f"Unable to add ListeC object with {type(other)} object")
        result = ListeC()
        result.head = concatener(self.head, other.head)
        return result
```

Une fois cette classe implémentée, on peut l'utiliser aussi simplement qu'un objet de type `list` de python :

```
>>> l1 = ListeC()
>>> l1
<__main__.ListeC object at 0x033A8690>
>>> l1.push(12)
>>> l1.push(15)
>>> l1.push(42)
>>> print(l1)
42->15->12->None
>>> len(l1)
3
>>> l1.is_empty()
False
>>> l2 = ListeC()
>>> l2.push (43)
>>> l2.push (27)
>>> l2.push (-5)
>>> print(l1+l2)
42->15->12->-5->27->43->None
>>> print(l2+l1)
-5->27->43->42->15->12->None
>>> l1[2]
12
>>> l2[0]
-5
```

Prolonger le travail

Enoncé

Ajouter à la classe `ListeC` les méthodes suivantes

- `pop` : qui supprime soit la tête de la liste si aucun argument n'est passé (`l1.pop()` , soit l'élément d'indice donné si un indice est passé en argument (`l1.pop(2)`) ;
- `insert(v,i)` qui insère dans la liste la valeur `v` à la position `i` .

Solution

A venir !