

C01 – 02 Intervalles

1. Intervalles de nombres réels

Définition

Soient a et b deux nombres réels tels que $a \leq b$.

- On appelle intervalle fermé $[a; b]$ l'ensemble des nombres réels x tels que $a \leq x \leq b$.



- On appelle intervalle ouvert $]a; b[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $a < x < b$.



- On définit de même les intervalles $[a; b[$ et $]a; b]$.
- On note $[a; +\infty[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $x \geq a$.



- On note $]a; +\infty[$ l'ensemble des nombres réels x tels que $x > a$.



- On définit de même $] - \infty; a]$ et $] - \infty; a[$.

Remarques

- Le symbole $+\infty$ se lit " Plus l'infini ".
- Le symbole $-\infty$ se lit " Moins l'infini ".

? Représenter des intervalles**Enoncé**

Ecrire les inégalités suivantes sous la forme d'un intervalle, puis représenter cet intervalle sur la droite des réels :

1. $x \leq 5$
2. $x > -3$
3. $2 < x < 5$
4. $-4 \leq x \leq -3$
5. $-3 \leq x < 8$
6. $-2 < x \leq 0$

Solution

1. $] -\infty; 5]$
2. $] -3; +\infty[$
3. $] 2; 5[$
4. $[-4; -3]$
5. $[-3; 8[$
6. $] -2; 0]$

? Appartient ou pas ?**Enoncé**

Compléter avec un symbole \in ou \notin :

- $-2 \dots [-2; 1[$
- $-3 \dots [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \dots] -5; -4[$
- $4 \dots [-3; 4[$
- $2\pi \dots [7; 8]$
- $0 \dots \mathbb{R}$
- $0 \dots \mathbb{R}^*$

Solution

- $-2 \in [-2; 1[$
- $-3 \in [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \notin] -5; -4[$
- $4 \notin [-3; 4[$
- $2\pi \notin [7; 8]$
- $0 \in \mathbb{R}$
- $0 \notin \mathbb{R}^*$

Travailler les représentations



Enoncé

Recopier et compléter :

Inégalité	Intervalle	Représentation graphique
$2 \leq x \leq 4$	$x \in [2 ; 4]$	
$0 < x \leq 5$	$x \in]0 ; 5]$	
	$x \in]-3 ; 7[$	
	$x \in]-\infty ; 4]$	
$3 \leq x$		

Solution

A venir...

2. Unions et intersections d'intervalles

Définition

Soient I et J deux intervalles.

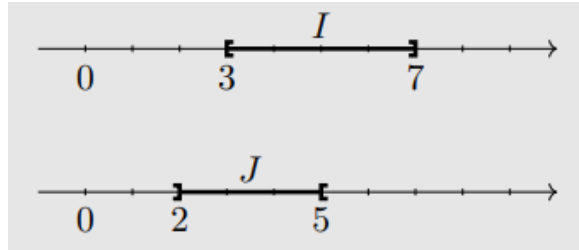
- L'intersection de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I et à J . On note cet ensemble $I \cap J$.
- La réunion de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J . On note cet ensemble $I \cup J$.

Remarques

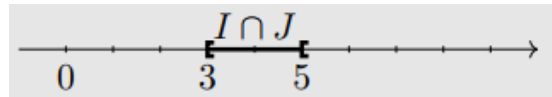
- La notation \cap se lit "intersection". D'où $I \cap J$ se lit " I intersection J ".
- La notation \cup se lit "union". D'où $I \cup J$ se lit " I union J ".
- Parfois, il n'y a aucun élément qui appartient à la fois à I et J . L'intersection est donc vide, et on note \emptyset l'ensemble vide. Dans ce cas $I \cap J = \emptyset$.

Exemple

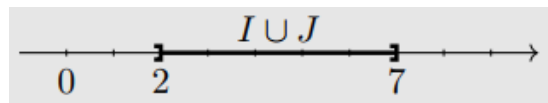
On considère les intervalles $I = [3; 7]$ et $J =]2; 5[$.



- L'ensemble $I \cap J$ est $[3; 5[$.



- L'ensemble $I \cup J$ est $]2; 7]$.



? Utiliser les notations \cap et \cup



Enoncé

Réduire sous la forme d'un seul intervalle si possible et représenter sur la droite des réels :

- $] - 3; 7] \cap] - 2; 8[$
- $] - 4; 3] \cap [-2; 3, 5[$
- $[-7; 4[\cup] - 3; 5]$
- $] - 3; 5] \cup [-1; 2]$
- $[-6; 6] \cup [-2; 2]$
- $] - \infty; 2[\cap] 1; +\infty[$
- $] - \infty; -1] \cup] 2; 6]$
- $[-5; 3] \cap [6; 8]$

Solution

- $] - 3; 7] \cap] - 2; 8[=] - 2; 7]$
- $] - 4; 3] \cap [-2; 3, 5[= [-2; 3]$
- $[-7; 4[\cup] - 3; 5] = [-7; 5]$
- $] - 3; 5] \cup [-1; 2] =] - 3; 5]$
- $[-6; 6] \cup [-2; 2] = [-6; 6]$
- $] - \infty; 2[\cap] 1; +\infty[=] 1; 2[$
- $] - \infty; -1] \cup] 2; 6] =] - \infty; -1] \cup] 2; 6]$
- $[-5; 3] \cap [6; 8] = \emptyset$

Ensemble vide

L'ensemble vide est noté \emptyset .

? Travailler les inéquations et les intervalles



Enoncé

Compléter en s'aidant de la méthode donnée dans l'exemple ci-dessous.

Exemple

On a les équivalences :

$x \in [1; 2]$	\iff	$1 \leq x \leq 2$	par définition
	\iff	$3 \leq 3x \leq 6$	en multipliant chaque membre de l'inégalité par 3
	\iff	$3x \in [3; 6]$	par définition

d'où $x \in [1; 2]$ si et seulement si $3x \in [3; 6]$

- $x \in [7; 20]$ si et seulement si $7x \in \dots$
- $x \in]-1; 3]$ si et seulement si $x + 4 \in \dots$
- $x \in [2; 6]$ si et seulement si $8 - x \in \dots$
- $x \in \dots$ si et seulement si $x + 6 \in]3; +\infty[$
- $x \in \dots$ si et seulement si $-2x \in [4; +\infty[$
- $x \in \dots$ si et seulement si $4x + 3 \in [-6; 5]$

Solution

- $x \in [7; 20]$ si et seulement si $7x \in [49; 140]$
- $x \in]-1; 3]$ si et seulement si $x + 4 \in]3; 7]$
- $x \in [2; 6]$ si et seulement si $8 - x \in [2; 6]$
- $x \in]-3; +\infty[$ si et seulement si $x + 6 \in]3; +\infty[$
- $x \in]-\infty; -2]$ si et seulement si $-2x \in [4; +\infty[$
- $x \in [-\frac{9}{4}; 2]$ si et seulement si $4x + 3 \in [-6; 5]$

? Représenter sous la forme d'intervalles



Enoncé

- $y > -3$ et $y < 4$
- $y > -3$ ou $y < 4$
- $y \leq \frac{1}{3}$ et $y \leq \frac{1}{2}$
- $y \leq \frac{1}{3}$ ou $y \leq \frac{1}{2}$

Solution

A venir

? Résolutions d'équations du premier degré**Enoncé**

1. Résoudre dans \mathbb{R} chacune des équations suivantes :

2. $3x - 6 = 0$

3. $3x - 4 = 0$

4. $-3x + 64 = 19$

5. $-2(x + 5) = -8$

6. $3x - \pi = 0$

7. $\frac{x - 8}{3} = -4$

8. Lesquelles de ces 4 équations sont résolubles dans \mathbb{Z} ? Dans \mathbb{Q} ?

Solution

A venir

? Résolutions d'inéquations du premier degré**Enoncé**

Résoudre les inéquations suivantes et présenter le résultat sous la forme d'un intervalle :

- $3x - 6 > 0$
- $3x - 4 \leq 0$
- $-3x + 64 < 19$