

# TP : Tour de Hanoï

## 1. Présentation du jeu

Les tours de Hanoï est un jeu de réflexion imaginé par le mathématicien français Édouard Lucas.

Il consiste à déplacer des disques de différents diamètres d'une « tour de départ » à une « tour d'arrivée » en passant par une « tour intermédiaire », et ce en un minimum de coups, en respectant les deux règles suivantes :

- on ne peut déplacer qu'un disque à la fois ;
- on ne peut pas placer un disque sur un disque de diamètre inférieur.



On souhaite écrire un programme python non-récursif qui utilise une classe `Pile` telle que définie dans le cours précédent (avec les listes chaînées), et qui devra :

1. Permettre de saisir un nombre `n` de disques.
2. Afficher à l'écran les différentes étapes pour résoudre le problème avec `n` disques, en précisant à chaque fois le nombre d'étapes nécessaires.

## 2. Algorithme de résolution non-récursif

Si on observe de près le jeu pour un nombre de disques supérieur à 1, on s'aperçoit qu'il n'y a que 1 ou 2 déplacements possibles :

- le petit disque peut **toujours** se déplacer sur les deux autres tours.
- si un disque différent du plus petit peut-être déplacé, il n'y a qu'une seule possibilité, c'est-à-dire sur la tour **où n'est pas le petit disque**.

Un algorithme itératif est donc le suivant :

```
Tant qu'il reste un disque sur la tour de départ ou sur la tour intermédiaire :  
  Déplacer le petit disque d'une tour dans le sens D->A->I->D  
  Si on peut déplacer un disque autre que le plus petit, alors le déplacer
```

### Exemple avec 3 disques

#### Etape 0



Les trois disques sont sur la tour de départ.

#### Etape 1



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée ( D → A ).

#### Etape 2



On déplace le disque moyen sur la tour intermédiaire.

#### Etape 3



On déplace le petit disque sur la tour intermédiaire ( A → I ).

#### Etape 4



On déplace le grand disque sur la tour d'arrivée.

#### Etape 5



On déplace le petit disque sur la tour de départ ( I → D ).

#### Etape 6



On déplace le disque moyen sur la tour d'arrivée.

#### Etape 7



On déplace le petit disque sur la tour d'arrivée ( D->A ). L'algorithme s'arrête.

### 3. Codage de Python

Vous créerez un fichier python vide nommé `tour_de_hanoi.py`, dans lequel vous effectuerez toutes les étapes suivantes :

#### 3.1. Création de la classe Chainon

Créer une classe `Chainon` représentant un chainon de liste chaînée. Cette classe devra :

- avoir comme attributs `valeur`, représentant la valeur stockée dans le chainon, et `suivant`, représentant l'objet auquel le chainon est attaché, objet qui est soit de type `Chainon`, soit `None`.
- avoir comme méthode le DUNDERS `__str__`, renvoyant une chaine de caractère définie de la manière suivante, en considérant la liste chaînée suivante :



- pour le chainon `1` de la liste, l'affichage devra être :

```
1 <- 2 <- 3
```

- pour le chainon `3` de la liste, l'affichage devra être simplement :

```
3
```

#### 3.2. Classe Pile

Vous devrez créer une classe `Pile`, qui implémente une pile selon l'interface suivante :

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>__init__</code>	aucun	aucune	Initialise une Pile vide (la tête est <code>None</code> )

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>est_vide</code>	aucun	un <code>bool</code>	renvoie <code>True</code> si la pile est vide, <code>False</code> sinon
<code>empiler</code>	un <code>int</code>	aucune	ajoute l'élément à la pile
<code>depiler</code>	aucun	un <code>int</code>	enlève l'élément du haut de la pile et le renvoie
<code>consulter</code>	aucun	un <code>int</code>	renvoie la valeur de l'élément en haut de la pile, <b>sans le dépiler</b> . Si la pile est vide renvoie <code>float('inf')</code> .
<code>__str__</code>	aucun	un <code>str</code>	Utilise la méthode de la classe <code>Chainon</code> . Si la pile est vide renvoie une chaine vide.

On ajoutera par ailleurs un attribut privé `_taille`, qui devra contenir le nombre d'éléments actuels de la pile, et être modifié en conséquence lors des insertions et délétions d'éléments.

### 3.3. Classe HanoiGame

Cette classe est la classe principale du fichier. Elle devra posséder les attributs suivants :

- `n` : le nombre de disques total
- `piles` : une liste contenant 3 piles :
  - celle d'indice `0` représente la tour de départ ;
  - celle d'indice `1` représente la tour intermédiaire ;
  - celle d'indice `2` représente la tour d'arrivée.
- `petit_a_bouge` : un booléen qui changera d'état si le plus petit disque a bougé au mouvement précédent
- `position_petit` : qui contient l'indice correspondant à la tour où se trouve le plus petit des disques.

Les différents disques seront représentés par des entiers entre `0` et `n-1`, où `n` est le nombre total de disques, avec la convention suivante :

- `0` est le plus petit disque
- `n-1` est le plus grand disque.

L'interface de la classe `HanoiGame` et la suivante :

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>__init__</code>	un <code>int n</code> strictement positif	aucune	Initialise le jeu en plaçant les <code>n</code> disques sur la tour de départ
<code>show</code>	aucun	aucun	voir le descriptif précis ci-dessous

Méthode	Arguments	Valeur de retour	Explication
<code>next_move</code>	aucun	aucun	Effectue le mouvement suivant selon l'état des disques sur les tours (et la valeur de <code>petit_a_bouge</code> )
<code>solve</code>	un bool <code>verbose</code> initialisé à <code>True</code>	un <code>int</code>	Voir le descriptif précis ci-dessous

• **méthode** `show` :

Cette méthode doit afficher l'état actuel des trois piles comme l'exemple ci-dessous, pour un jeu à 3 disques :

```
D :  
I : 1  <-  2  
F : 3
```

Cet affichage correspond à la situation suivante :



• **méthode** `solve` :

La méthode `next_move` prend en argument optionnel un booléen `verbose` initialisé à `True`. Cette méthode doit renvoyer un entier correspondant au nombre de déplacements nécessaire pour terminer le jeu (c'est-à-dire déplacer l'intégralité des disques de la tour de départ vers la tour d'arrivée).

Dans le cas où l'argument `verbose` est `True` (ce qui est le cas par défaut), cette méthode doit en outre afficher l'état des trois tours à chaque étape de la résolution, par exemple comme ci-dessous pour un jeu à 3 disques :

```
...  
Etape 4  
D :  
I : 1  <-  2  
F : 3  
  
Etape 5  
D : 1  
I : 2  
F : 3  
  
Etape 6  
D : 1  
I :  
F : 2  <-  3  
...
```

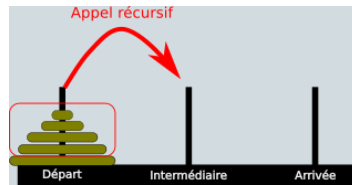
Si l'argument `verbose` est `False`, la méthode n'affiche rien.

4. Résolution récursive

## 4.1. Algorithme récursif

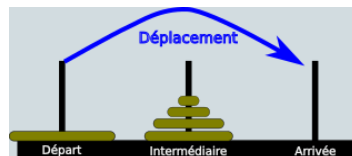
Pour déplacer une tour de  $n$  disques de la tour D à la tour A, il faut :

### Etape 1



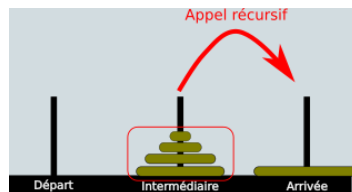
### Etape 2

Déplacer  $n-1$  disques de la tour D à la tour I ;



### Etape 3

Déplacer le dernier disque de la tour D à la tour A ;



### Final

Déplacer les  $n-1$  disques de la tour I à la tour A .



Les disques sont bien sur la tour d'arrivée.

Le cas de base est simple : si le jeu ne possède qu'un disque, il suffit de le déplacer.

## 4.2. Code en Python

On rajoute à la classe `HanoiGame` la méthode suivante :

```
def solve_rec(self) :
    def solve_r(n, d, i, a, nb_move) :
        if n == 1 :
            self.piles[a].empiler(...)
            return 1
        else :
            nb_move += solve_r(n-1, d, a, i, 0)
            self.piles[...].empiler(self.piles[...].depiler())
            nb_move += 1
            nb_move += solve_r(..., ..., ..., 0)
            return nb_move
    return solve_r(self.n, 0, 1, 2, 0)
```

On a ici une **fonction auxiliaire récursive** `solve` qui prend en argument :

- `n` le nombre de disques à déplacer ;
- `d` l'indice de la tour de départ du déplacement ;
- `d` l'indice de la tour intermédiaire du déplacement ;
- `a` l'indice de la tour d'arrivée' du déplacement ;
- `nb_move` le nombre de déplacements actuels.

La méthode `solve_rec` ne fait qu'appeler la fonction `solve_r` avec les arguments correspondant à un déplacement complet de la tour d'indice `0` vers la tour d'indice `2`.

### ? A faire

1. Compléter les pointillés du code précédent.
2. Comparer le nombre de déplacement nécessaires avec les méthodes itératives et récursives.