

# Encapsulation et équilibrage d'un arbre

## 1. Encapsulation d'un ABR en Python

Dans cette partie nous travaillerons dans un fichier `ABR.py` qui contiendra les classes, méthodes et fonctions nécessaires.

### 1.1. Classes Node et ABR

Comme un ABR est avant tout un arbre binaire, nous allons utiliser une construction similaire pour la classe `Node` à celle déjà effectuée pour les arbres binaires :

```
class Node :  
    def __init__(self, valeur, gauche = None, droit = None, parent = None) :  
        self.valeur = valeur  
        self.gauche = gauche  
        self.droit = droit  
        self.parent = parent
```

#### ? Méthode `estFeuille`

##### Enoncé

Ajouter une méthode `estFeuille` renvoyant un booléen permettant de savoir si le noeud en question est une feuille de l'arbre.

##### Solution

A venir !

Une fois cette classe définie, nous allons définir une classe `ABR` qui encapsulera la totalité de l'arbre et des méthodes qui lui sont associées (avec quelques exceptions toutefois pour ne pas surcharger la compréhension des éléments suivants).

```
class ABR :  
    def __init__(self, racine = None) :  
        self.racine = racine
```

#### ? Méthode `estVide`

##### Enoncé

Ajouter une méthode `estVide` à la classe `ABR` renvoyant un booléen permettant de savoir si l'arbre est vide

##### Solution

A venir !

## ? Méthode hauteur

### Enoncé

1. Copier-coller la fonction `hauteur`, déjà vue dans la partie [sur les arbres binaires](#), **en-dehors des classes `ABR` et `Node`**.
2. Créer une méthode `hauteur` à la classe `ABR` renvoyant la hauteur de l'arbre, et utilisant la fonction `hauteur` ci-dessus. Vous pouvez utiliser le code suivant permettant d'implémenter l'ABR représenté ci-dessous pour tester vos différentes méthodes :

### Arbre



### Code

```

if __name__ == "__main__" :
    n1 = Node(1)
    n2 = Node(3)
    n3 = Node(2, n1, n2)
    n1.parent = n3
    n2.parent = n3
    n4 = Node(10)
    n5 = Node(7)
    n6 = Node(9, n5, n4)
    n4.parent = n6
    n5.parent = n6
    n7 = Node(5, n3, n6)
    n3.parent = n7
    n6.parent = n7
    n8 = Node(4)
    n2.droit = n8
    n8.parent = n2

    tree = ABR(n7)
  
```

### Solution

A venir !

## 1.2. Visualisation d'un ABR

### Sous forme de texte

L'objectif est de représenter un ABR sous la forme d'une chaîne de caractères multilignes, telle que celle-ci :

```

5
 2
 1
  
```

```

  3
   X
  4
 9
 7
10

```

Dans cette représentation :

- chaque niveau est indenté de deux espaces supplémentaires par rapport au suivant ;
- les noeuds sont affichés, puis leur sous-arbre gauche si il existe, puis leur sous-arbre droit si il existe ;
- si un sous-arbre n'existe pas, il est remplacé par `X`, sauf dans le cas des feuilles où les sous-arbres ne sont pas affichés.

### ? Méthode toString

#### Enoncé

Ajouter une méthode `toString` à la classe `Node` qui renvoie une chaîne de caractères correspondant à l'affichage précédent.

A titre d'aide, la méthode `toString` prend, en plus de l'argument obligatoire `self`, un argument `shift` représentant le décalage de caractère déjà effectué. La représentation d'un noeud sera alors donnée par :

```
representation = shift + str(self.valeur)+"\n"
```

auquel il faudra ajouter le cas échéant la représentation du sous-arbre gauche puis la représentation du sous-arbre droit.

L'appel `n7.toString()` doit renvoyer la bonne représentation.

#### Solution

A venir !

### ? Méthode DUNDERS \_\_str\_\_

#### Enoncé

Ajouter une méthode DUNDERS `__str__` à la classe `ABR` qui renvoie la chaîne de caractères correspondant à l'affichage de l'arbre.

#### Solution

A venir !

### Avec le module Graphviz

Bon, ok, nous avons une représentation, mais elle est loin d'être lisible...

Heureusement il existe un module python, le module `graphviz`, qui va nous permettre de convertir notre ABR en un fichier pdf plus lisible. L'objectif n'étant pas de comprendre comment fonctionne graphviz, voici les codes nécessaires :

1. Installez le module `graphviz` dans Thonny.
2. Importez la classe `Digraph` depuis ce module en ajoutant :

```
from graphviz import Digraph
```

3. Ajoutez à la classe `Node` la méthode suivante :

```
def toImage(self, graphe, etiquette = None) :
    noeud = str(self.valeur)
    graphe.node(noeud)
    if not(self.parent is None) :
        graphe.edge(str(self.parent.valeur), noeud, label=etiquette)
    if not(self.gauche is None) :
        self.gauche.toImage(graphe, "G")
    if not(self.droit is None) :
        self.droit.toImage(graphe, "D")
```

4. Ajoutez à la classe `ABR` la méthode suivante :

```
def toImage(self, title="arbre") :
    if not(isinstance(title, str)) :
        title = 'arbre'
    graphe=Digraph()
    self.racine.toImage(graphe)
    graphe.render(title, view = True)
```

5. Testez la méthode `toImage` sur l'objet `tree`. Elle doit vous donner un PDF nommé `arbre.pdf` (ou autre si vous avez renseigné l'argument optionnel `title` ) contenant une représentation de l'ABR.

### ⚠ Attention

Si vous relancez le programme, celui-ci risque de renvoyer une erreur si vous avez gardé un PDF de même nom ouvert !

## 1.3. Méthodes de la classe ABR

### Méthode search

La fonction `appartient(x, tree)` que nous avons vu dans la partie précédente n'est pas directement utilisable en tant que méthode, mais nous allons nous en inspirer :

### ? Méthodes search

#### Enoncé

1. Créer une méthode `search` pour la classe `Node` permettant de savoir si une valeur `x` passée en argument appartient au sous-arbre ayant pour racine le noeud actuel. **Cette méthode renverra le noeud contenant la clé, ou `None` si la clé n'est pas trouvée.** (Indice : un noeud ne peut pas être égal à `None`, ce qui fait la différence par rapport à la fonction `appartient`)
2. Créer une méthode `search` pour la classe `ABR` permettant de savoir si une valeur `x` passée en argument appartient à l'ABR. **Cette méthode renverra le noeud contenant la clé, ou `None` si la clé n'est pas trouvée.**

#### Solution

A venir !

### Méthodes minimum et maximum

## ? Méthodes `minimum` et `maximum`

### Enoncé

1. En s'inspirant de la fonction `minimum` déjà étudiée, créer une méthode `minimum` pour la classe `Node`, qui **renvoie le noeud de clé minimale** (\*Indice : il faudra arrêter la recherche quand le sous-arbre gauche est vide), puis une pour la classe `ABR`.
2. Faire de même pour le maximum.

### Solution

A venir !

### Méthodes `successor` et `predecessor`

Les méthodes de recherches de successeurs et de prédécesseurs ne peuvent pas être résolues récursivement. Il faudra donc effectuer une boucle `TantQue` pour rechercher l'un ou l'autre, tel que nous l'avons vu dans cet [algorithme](#)

## Recherche du successeur

On va implémenter une méthode `successor` pour la classe `ABR`, qui prend en argument la clé du noeud dont on cherche le successeur.

### Etape 1

La première étape est de chercher le noeud contenant la clé passée en argument. Si bien sûr la clé n'est pas trouvée, on renvoie `None`.

```
def successor(self, x) :
    n = self.search(x)
    if n is None :
        return None
```

### Etape 2

Sinon, si le sous-arbre droit de ce noeud n'est pas vide, on renvoie le minimum de ce sous-arbre.

```
def successor(self, x) :
    n = self.search(x)
    if n is None :
        return None
    else :
        if not(n.droit is None) :
            return n.droit.minimum()
```

### Etape 3

Dans les autres cas, il faudra remonter les ancêtres jusqu'à trouver le premier ancêtre dont le fils gauche est aussi un ancêtre du noeud de clé cherchée.

```
def successor(self, x) :
    n = self.search(x)
    if n is None :
        return None
    else :
        if not(n.droit is None) :
            return n.droit.minimum()
        else :
            ancetre = n.parent
            while not(ancetre is None) and (n == ancetre.droit) :
                n = ancetre
                ancetre = n.parent
            return ancetre
```

## Méthode predecessor

### Enoncé

Sur le même modèle que précédemment, implémenter une méthode `predecessor` pour la classe `ABR` qui donnera le prédécesseur d'une clé `x` passée en argument.

### Solution

A venir !

## Méthode insert

## ? Méthode insert

## Enoncé

1. Sur le modèle de l'algorithme, écrire une méthode `insert` pour la classe `Node` permettant d'insérer la clé passée en argument tout en conservant la structure d'ABR, et en respectant les conditions suivantes :
  - si une clé est déjà présente, la nouvelle clé sera insérée dans le sous-arbre droit.
  - il faudra penser à mettre à jour le père du nouveau noeud créé ! (Indice : le père du noeud créé est l'objet courant !)
2. Créer une méthode `insert` pour la classe `ABR`.

## Solution

A venir !

Ca-y-est, nous avons maintenant une classe `ABR` qui peut être totalement utilisée de manière indépendante ! Il est désormais possible de créer un ABR vide, d'y insérer des éléments, d'effectuer des recherches, etc... Ainsi le code suivant permet facilement d'itérer sur une liste pour créer un ABR :

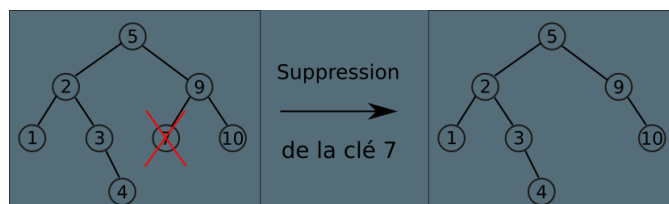
```
tree = ABR()
for elem in [15, 12, 7, 8, 1, 23, 13] :
    tree.insert(elem)
tree.toImage()
```

## 1.4. Suppression d'une clé d'un ABR (hors programme)

Pour l'instant, nous avons vu comment ajouter un élément à un ABR, mais nous n'avons pas encore abordé la question de la suppression d'un élément. Il s'agit d'une question bien plus complexe, dont je vais vous présenter les grandes lignes ici, bien qu'elles soient hors-programme (et donc il n'est pas du tout nécessaire de tout comprendre !)

Lorsqu'on veut supprimer une clé d'un ABR, plusieurs situations peuvent se produire :

1. La clé n'est pas présente dans l'ABR, donc il n'y a rien à faire.
2. La clé est celle d'une feuille. Dans ce cas la suppression est simple : on passe à `None` la fils correspondant du parent, ce qui a pour effet de supprimer le noeud.



3. La clé est celle d'un noeud possédant un seul fils. Dans ce cas, on remplace le noeud supprimé par son fils, ce qui conserve les propriétés de l'ABR.



4. Si la clé possède deux fils, alors il y a deux possibilités :
  - on remplace le noeud par le minimum du sous-arbre droit, qui est le successeur du noeud supprimé ;
  - ou on remplace par le maximum du sous-arbre gauche, qui est le prédécesseur du noeud supprimé.



Pour réaliser une telle implémentation, il faut donc faire un choix, et nous choisissons de remplacer le noeud supprimé par le minimum à droite. Pour simplifier la lecture du code, on séparera dans la classe `Node` en différentes méthodes :

```
def supprimer(self, valeur):
    if valeur < self.valeur:
        self.gauche = self.gauche.supprimer(valeur)
        return self
    elif valeur > self.valeur:
        self.droit = self.droit.supprimer(valeur)
        return self
    else:
        return self.supprimerNoeudCourant()

def supprimerNoeudCourant(self):
    if self.estFeuille():
        return None
    elif self.gauche is None:
        return self.droit
    elif self.droit is None:
        return self.gauche
    else:
        ## on cherche le noeud minimum du sous-arbre droit
        noeudMin = self.droit.minimum()
        ## On met à jour la valeur du noeud courant
        self.valeur = noeudMin.valeur
        ## On supprime le noeud minimal, qui ne possède pas de fils gauche (mais peut
        ## éventuellement posséder une descendance droite
        noeudMin.parent.droit = noeudMin.droit
        ## et on retourne le noeud courant
        return self
```

Il ne reste plus qu'à ajouter la méthode suivante à la classe `ABR` :

```
def supprimer(self, valeur):
    if self.estVide():
        return
    else:
        self.racine = self.racine.supprimer(valeur)
```