

# C01 – 02 Intervalles

## 1. Intervalles de nombres réels

### Définition

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres réels tels que  $a \leq b$ .

- On appelle intervalle fermé  $[a; b]$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $a \leq x \leq b$ .



- On appelle intervalle ouvert  $]a; b[$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $a < x < b$ .



- On définit de même les intervalles  $[a; b[$  et  $]a; b]$ .
- On note  $]a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x \geq a$ .



- On note  $]a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels  $x$  tels que  $x > a$ .



- On définit de même  $] - \infty; a]$  et  $] - \infty; a[$ .

### Remarques

- Le symbole  $+\infty$  se lit " Plus l'infini ".
- Le symbole  $-\infty$  se lit " Moins l'infini ".

**? ▼ Représenter des intervalles****Énoncé**

Écrire les inégalités suivantes sous la forme d'un intervalle, puis représenter cet intervalle sur la droite des réels :

1.  $x \leq 5$
2.  $x > -3$
3.  $2 < x < 5$
4.  $-4 \leq x \leq -3$
5.  $-3 \leq x < 8$
6.  $-2 < x \leq 0$

**Solution**

1.  $] -\infty; 5]$
2.  $] -3; +\infty[$
3.  $]2; 5[$
4.  $[-4; -3]$
5.  $[-3; 8[$
6.  $] -2; 0]$

**? ▼ Appartient ou pas ?****Énoncé**

Compléter avec un symbole  $\in$  ou  $\notin$  :

- $-2 \dots [-2; 1[$
- $-3 \dots [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \dots ] -5; -4[$
- $4 \dots [-3; 4[$
- $2\pi \dots [7; 8]$
- $0 \dots \mathbb{R}$
- $0 \dots \mathbb{R}^*$

**Solution**

- $-2 \in [-2; 1[$
- $-3 \in [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \notin ] -5; -4[$
- $4 \notin [-3; 4[$
- $2\pi \notin [7; 8]$
- $0 \in \mathbb{R}$
- $0 \notin \mathbb{R}^*$

? ▼ Travailler les représentations



### Enoncé

Recopier et compléter :

| Inégalité         | Intervalle            | Représentation graphique |
|-------------------|-----------------------|--------------------------|
| $2 \leq x \leq 4$ | $x \in [2 ; 4]$       |                          |
| $0 < x \leq 5$    | $x \in ]0 ; 5]$       |                          |
|                   | $x \in ]-3 ; 7[$      |                          |
|                   | $x \in ]-\infty ; 4]$ |                          |
| $3 \leq x$        |                       |                          |
|                   |                       |                          |
|                   |                       |                          |

### Solution

A venir....

## 2. Unions et intersections d'intervalles

### Définition

Soient  $I$  et  $J$  deux intervalles.

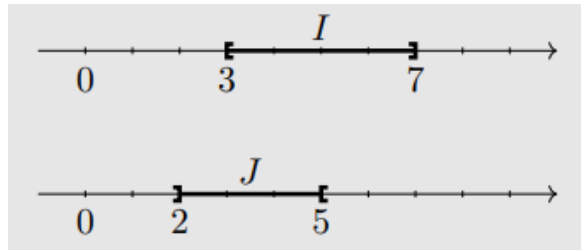
- L'intersection de  $I$  et  $J$  est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à  $I$  et à  $J$ . On note cet ensemble  $I \cap J$ .
- La réunion de  $I$  et  $J$  est l'ensemble des réels qui appartiennent à  $I$  ou à  $J$ . On note cet ensemble  $I \cup J$ .

### Remarques

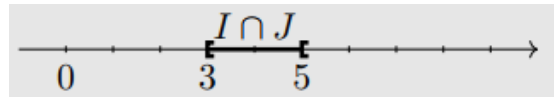
- La notation  $\cap$  se lit "intersection". D'où  $I \cap J$  se lit " $I$  intersection  $J$ ".
- La notation  $\cup$  se lit "union". D'où  $I \cup J$  se lit " $I$  union  $J$ ".
- Parfois, il n'y a aucun élément qui appartient à la fois à  $I$  et  $J$ . L'intersection est donc vide, et on note  $\emptyset$  l'ensemble vide. Dans ce cas  $I \cap J = \emptyset$ .

### Exemple

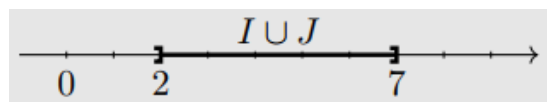
On considère les intervalles  $I = [3; 7]$  et  $J = ]2; 5[$ .



- L'ensemble  $I \cap J$  est  $[3; 5[$ .



- L'ensemble  $I \cup J$  est  $]2; 7]$ .



### Utiliser les notations $\cap$ et $\cup$

#### Enoncé

Réduire sous la forme d'un seul intervalle si possible et représenter sur la droite des réels :

- $] - 3; 7] \cap ] - 2; 8[$
- $] - 4; 3] \cap [-2; 3, 5[$
- $[-7; 4[ \cup ] - 3; 5]$
- $] - 3; 5] \cup [-1; 2]$
- $[-6; 6] \cup [-2; 2]$
- $] - \infty; 2[ \cap ]1; +\infty[$
- $] - \infty; -1] \cup ]2; 6]$
- $[-5; 3] \cap [6; 8]$

#### Solution

- $] - 3; 7] \cap ] - 2; 8[ = ] - 2; 7]$
- $] - 4; 3] \cap [-2; 3, 5[ = [-2; 3]$
- $[-7; 4[ \cup ] - 3; 5] = [-7; 5]$
- $] - 3; 5] \cup [-1; 2] = ] - 3; 5]$
- $[-6; 6] \cup [-2; 2] = [-6; 6]$
- $] - \infty; 2[ \cap ]1; +\infty[ = ]1; 2[$
- $] - \infty; -1] \cup ]2; 6] = ] - \infty; -1] \cup ]2; 6]$
- $[-5; 3] \cap [6; 8] = \emptyset$

### Ensemble vide

L'ensemble vide est noté  $\emptyset$ .

## ? ▼ Travailler les inéquations et les intervalles



### Enoncé

Compléter en s'aidant de la méthode donnée dans l'exemple ci-dessous.

### Exemple

On a les équivalences :

|                |        |                    |   |
|----------------|--------|--------------------|---|
| $x \in [1; 2]$ | $\iff$ | $1 \leq x \leq 2$  | par définition                                    |
|                | $\iff$ | $3 \leq 3x \leq 6$ | en multipliant chaque membre de l'inégalité par 3 |
|                | $\iff$ | $3x \in [3; 6]$    | par définition                                    |

d'où  $x \in [1; 2]$  si et seulement si  $3x \in [3; 6]$

- $x \in [7; 20]$  si et seulement si  $7x \in \dots$
- $x \in ]-1; 3]$  si et seulement si  $x + 4 \in \dots$
- $x \in [2; 6]$  si et seulement si  $8 - x \in \dots$
- $x \in \dots$  si et seulement si  $x + 6 \in ]3; +\infty[$
- $x \in \dots$  si et seulement si  $-2x \in [4; +\infty[$
- $x \in \dots$  si et seulement si  $4x + 3 \in [-6; 5]$

### Solution

- $x \in [7; 20]$  si et seulement si  $7x \in [49; 140]$
- $x \in ]-1; 3]$  si et seulement si  $x + 4 \in ]3; 7]$
- $x \in [2; 6]$  si et seulement si  $8 - x \in [2; 6]$
- $x \in ]-3; +\infty[$  si et seulement si  $x + 6 \in ]3; +\infty[$
- $x \in ]-\infty; -2]$  si et seulement si  $-2x \in [4; +\infty[$
- $x \in [-\frac{9}{4}; 2]$  si et seulement si  $4x + 3 \in [-6; 5]$

## ? ▼ Représenter sous la forme d'intervalles



### Enoncé

- $y > -3$  et  $y < 4$
- $y > -3$  ou  $y < 4$
- $y \leq \frac{1}{3}$  et  $y \leq \frac{1}{2}$
- $y \leq \frac{1}{3}$  ou  $y \leq \frac{1}{2}$

### Solution

A venir

## ? ▼ Résolutions d'équations du premier degré



## Enoncé

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  chacune des équations suivantes :
2.  $3x - 6 = 0$
3.  $3x - 4 = 0$
4.  $-3x + 64 = 19$
5.  $-2(x + 5) = -8$
6.  $3x - \pi = 0$
7.  $\frac{x - 8}{3} = -4$
8. Lesquelles de ces 4 équations sont résolubles dans  $\mathbb{Z}$  ? Dans  $\mathbb{Q}$  ?

## Solution

A venir

## ? ▼ Résolutions d'inéquations du premier degré



## Enoncé

Résoudre les inéquations suivantes et présenter le résultat sous la forme d'un intervalle :

- $3x - 6 > 0$
- $3x - 4 \leq 0$
- $-3x + 64 < 19$