

Applications de la récursivité : Dessiner des fractales avec `turtle`

Commençons par créer un fichier `fractales.py` qui nous servira pour la totalité des exercices.

1. Présentation de `turtle`

Le module `turtle`

Le module `turtle` est un module faisant partie de toute distribution `python`. Son intérêt repose sur la simplicité (relative) des commandes utilisées pour dessiner.

Un objet de classe `Turtle` se comporte comme un **crayon de table traçante** sur une feuille de papier munie d'un repère orthonormé.



Apprendre à coder votre robot avec s...



Exemple : première fenêtre et première tortue

Considérons le code suivant , ainsi que le résultat de son exécution :

```
1 import turtle
2
3 def testTurtle() :
4     screen = turtle.Screen()
5     screen.bgcolor('lightgray')
6     donatello = turtle.Turtle()
7
8
9
10 if __name__ == "__main__" :
11     testTurtle()
```

- en ligne 1 on importe le module `turtle` complètement ;
- en ligne 4, on crée un objet `Screen()` sur lequel la tortue dessinera, cet objet étant affecté au nom `screen` ;
- en ligne 5, on fait appel à la méthode `bgcolor` des objets `Screen` afin de basculer la couleur de fond sur `lightgray` ;
- en ligne 6, on crée un objet `Turtle` affecté au nom `donatello`.



Vous observerez que la tortue est représentée par une **pointe de flèche**, pointant vers la droite.

Par défaut, la tortue apparaît au centre du repère, c'est-à-dire au centre de la fenêtre de dessin, donc aux coordonnées (0; 0).

Nous allons maintenant rajouter au code les instructions suivantes en lignes 7 à 11, puis exécuter le code :

```
7 donatello.forward(100)
8 donatello.left(90)
9 donatello.forward(50)
10 donatello.right(45)
11 donatello.backward(80)
```

Avec ces lignes :

- la tortue avance de 100 pixels dans la direction où elle pointe ;
- elle tourne vers sa gauche de 90° ;
- elle avance de 50 pixels dans la nouvelle direction ;
- elle tourne vers sa droite de 45° ;
- et enfin elle recule de 80 pixels.



Méthodes de la classe `Turtle`

Comme toujours, la [doc python](#) est très claire sur le module `turtle`, mais voici **quelques méthodes** des objets de classe `Turtle` :

- `forward(d)` : déplace l'objet `Turtle` de d pixels dans la direction où pointe la tête de la tortue. A mettre en parallèle avec la méthode `backward(d)`.
- `left(a)` : tourne la tête de la tortue vers sa gauche de a° . A mettre en parallèle avec la méthode `right(a)`.
- `goto(x,y)` ou `setx(v)` ou `sety(v)` : déplace la tortue vers une position donnée dans le repère.
- `setheading(a)` : tourne la tête de la tortue à un angle de a° par rapport à l'horizontale, dans le sens trigonométrique.
- `circle(r)` : trace à partir de la position courante un cercle de rayon r , le centre étant situé sur la gauche de la tête de la tortue.
- `speed(v)` : change la vitesse de déplacement de la tortue. L'argument est un entier de 0 à 10 tel que :
 - « le plus rapide » : 0
 - « rapide » : 10
 - « vitesse normale » : 6
 - « lent » : 3
 - « le plus lent » : 1
- `pendown()` et `penup()` : respectivement baisse ou lève le crayon. Si le crayon est levé, rien n'est tracé à l'écran.
- `pensize(t)` : règle l'épaisseur de tracé à t pixels.
- `pencolor(*args)` : règle la couleur du stylo. L'argument peut-être :
 - une chaîne de caractères : `red`, `gray`, ou `#33cc8c`, etc...
 - un triplet RGB : `(255, 100, 50)`, ...
- `fillcolor(*args)` : définit la couleur de remplissage.
- `begin_fill()` et `end_fill()` : début et fin de la définition d'une zone de remplissage.

Je ne détaillerai pas ici les méthodes des objets `Screen`.

? Prise en main de `turtle`

Énoncé

En partant d'un fichier `sandbox_turtle.py` contenant les lignes suivantes :

```
import turtle

def triangleEquilateral(c) :
    ...

def pentagramme(c, color="red") :
    ...

def hexagone(c, diag = False) :
    ...

if __name__ == "__main__" :
    screen = turtle.Screen()
    screen.bgcolor('lightgray')
    donatello = turtle.Turtle()
```

1. Créer une procédure (fonction sans `return` explicite) `triangleEquilateral(c)` qui trace un triangle équilatéral de longueur `c` à partir de la position courante.
2. Créer une procédure `pentagramme(c, color="red")` qui trace un pentagramme (une étoile à 5 branches) et le remplit avec la couleur passée en argument.
3. Créer une procédure `hexagone(c, diag = False)` qui trace un hexagone de côté `c` et qui trace en outre ses diagonales si le paramètre optionnel `diag` est passé à `True`.

Solutions

Toutes les solutions suivantes supposent qu'un écran et qu'une tortue nommée `t` existent dans l'espace de nom général.

`triangleEquilateral(c)`

```
def triangleEquilateral(c) :
    for _ in range(3):
        t.forward(c)
        t.left(120)
```

`pentagramme(c, color="red")`


```
def pentagramme(t, c, color="red") :
    t.fillcolor(color)
    t.begin_fill()
    for _ in range(5):
        t.forward(c)
        t.right(144)
    t.end_fill()
```

`hexagone(c, diag = False)`

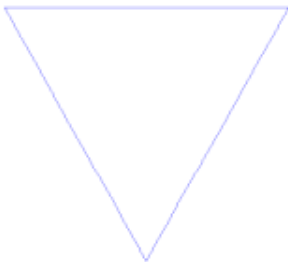
```
def hexagone(t, c, diag = False) :
    for _ in range(6):
        t.forward(c)
        t.right(60)
    if diag :
        for _ in range(3) :
            t.right(60)
            t.forward(2*c)
            t.right(120)
```

```
t.forward(c)
t.right(60)
```

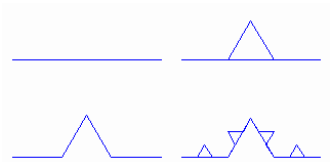
2. Flocon de Von Koch

 **Le Flocon de Von Koch**


Le flocon de Von Koch, inventée en 1904 par le mathématicien suédois Helge von Koch, est une des premières courbes fractales décrites, avant même l'invention du terme **fractale** par Benoit Mandelbrot en 1967.



Cette courbe est obtenue par la décomposition récursive d'un segment en une ligne brisée :



Les quatre premières étapes



? Construction du flocon

1. Avant de passer à une définition récursive de la construction, essayons de faire une étape de cette construction.

Énoncé

- Créer une fonction `segment(long)` qui trace une itération de la construction du segment de Von Koch (c'est-à-dire traçant l'étape 3 de l'image ci-dessus.).
- Tester cette fonction en plaçant la tortue dans différentes positions de départ.

Solution

```
def segment(long) :
    t.forward(long//3)
    t.left(60)
    t.forward(long//3)
    t.right(120)
    t.forward(long//3)
    t.left(60)
    t.forward(long//3)
```

2. Passons à la construction récursive d'un segment :

Énoncé

En se basant sur la fonction précédente, implémenter une fonction `segmentR(long, n)` qui tracera le résultat de n itérations de la méthode sur un segment de longueur `long`.

- Pour $n = 0$, on obtiendra



- Pour $n = 1$, on obtiendra



- Pour $n = 2$, on obtiendra



Solution

```
def segmentR( long, n) :
    if n == 0 :
        t.forward(long)
    else :
        segmentR(long/3, n-1)
        t.left(60)
        segmentR(long/3, n-1)
        t.right(120)
        segmentR(long/3, n-1)
        t.left(60)
        segmentR(long/3, n-1)
```

3. Terminer la construction en traçant le flocon sur une base de triangle équilatéral.

Solution



3. Le triangle de Sierpinski

Triangle de Sierpinski

Le **Triangle (ou napperon) de Sierpinski**, aussi connu sous le nom de *joint de culasse* (nom donné par Mandelbrot), est une autre figure fractale décrite au début du XX^{ème} siècle.

Il peut s'obtenir à partir d'un triangle « plein », par une infinité de répétitions consistant à diviser par deux la taille du triangle puis à les accoler en trois exemplaires par leurs sommets pour former un nouveau triangle.



À chaque répétition le triangle est donc de même taille, mais « de moins en moins plein ».

A coder

En partant du principe de l'exercice sur le flocon de Von Koch, implémenter une fonction `Sierpinski(long, n)` qui trace le résultat de n itérations sur un triangle de côté n .

Solution



Remarque

Le triangle de Sierpinski correspond à une propriété particulière du triangle de Pascal. En effet, le triangle de Sierpinski apparaît dans le triangle de Pascal lorsque'on supprime tous les coefficients pairs. Vous pouvez en voir plus [ici](#)