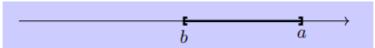
# C01-02 Intervalles

## 1. Intervalles de nombres réels

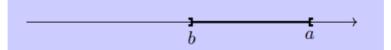
# **E** Définition

Soient a et b deux nombres réels tels que  $a \leqslant b$ .

• On appelle intervalle fermé [a;b] l'ensemble des nombres réels x tels que  $a \leqslant x \leqslant b$ .



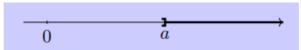
• On appelle intervalle ouvert a; b l'ensemble des nombres réels a tels que a < x < b.



- On définit de même les intervalles [a;b[ et ]a;b].
- On note  $[a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que  $x\geqslant a.$



• On note  $a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que x>a.



• On définit de même  $]-\infty;a]$  et  $]-\infty;a[$ .

### Remarques

- Le symbole  $+\infty$  se lit " Plus l'infini ".
- Le symbole  $-\infty$  se lit " Moins l'infini ".

#### Représenter des intervalles

Enoncé

Ecrire les inégalités suivantes sous la forme d'un intervalle, puis représenter cet intervalle sur la droite des réels :

- 1.  $x \leqslant 5$
- 2. x > -3
- 3. 2 < x < 5
- $4. -4 \leqslant x \leqslant -3$
- 5.  $-3 \leqslant x < 8$
- 6.  $-2 < x \le 0$

Solution

- 1.  $]-\infty;5]$
- 2. ]  $-3; +\infty[$
- 3.]2;5[
- 4. [-4; -3]
- 5. [-3; 8[
- 6. ] -2;0]

### Appartient ou pas ?

Enoncé

Compléter avec un symbole  $\in$  ou  $\not\in$  :

- $-2 \dots [-2;1[$
- $-3 \dots [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5}\ldots]-5;-4[$
- $4 \dots [-3; 4[$
- $2\pi \dots [7; 8]$
- $0 \dots \mathbb{R}$
- 0 . . . ℝ\*

Solution

- $-2 \in [-2;1[$
- $-3 \in [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \notin ]-5;-4[$
- $4 \notin [-3; 4[$
- $2\pi \notin [7; 8]$
- $0 \in \mathbb{R}$
- $0 \notin \mathbb{R}^*$



Enoncé

Recopier et compléter :

Inégalité	Intervalle	Représentation graphique	
2 ≤ <i>x</i> ≤ 4	$x \in [2;4]$	2 4 5	

Inégalité	Intervalle	Représentation graphique			
0 < <i>x</i> ≤ 5	<i>x</i> ∈]0;5]				
	$x \in ]-3;7[$				
	$x \in ]-\infty;4]$				
3 ≤ <i>x</i>					
		-1 1 -3 -2 0 2 3 4 5 6 7 8			
		2 -1 0 1 3 4 5 6 7 8 9 10			

Solution

A venir....

## 2. Unions et intersections d'intervalles

## **E** Définition

Soient I et J deux intervalles.

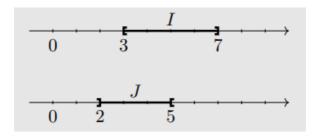
- L'intersection de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I \textbf{ET} à J. On note cet ensemble  $I \cap J$ .
- La réunion de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I \textbf{OU} à J. On note cet ensemble  $I \cup J$ .

### Remarques

- La notation  $\cap$  se lit \og inter \fg. D'où  $I\cap J$  se lit \og I inter J \fg.
- La notation  $\cup$  se lit  $\log$  union  $\backslash$ fg. D'où  $I \cup J$  se lit  $\log I$  union  $J \backslash$ fg.
- Parfois, il n'y a aucun élément qui appartiennent à la fois à I et J. L'intersection est donc \textbf{vide}, et on note  $\emptyset$  l'ensemble vide. Dans ce cas  $I \cap J = \emptyset$ .

# Exemple

On considère les intervalles I=[3;7] et J=]2;5[.



• L'ensemble  $I \cap J$  est [3;5[.



• L'ensemble  $I \cup J$  est ]2;7].



# Utiliser les notations ∩ et ∪

#### Enoncé

R\'eduire sous la forme d'un seul intervalle si possible et représenter sur la droite des réels :

- $]-3;7]\cap]-2;8[$
- ]  $-4;3] \cap [-2;3,5[$
- $[-7;4[\cup]-3;5]$
- $]-3;5] \cup [-1;2]$
- $[-6;6] \cup [-2;2]$
- $]-\infty;2[\cap]1;+\infty[$
- ]  $-\infty;-1]\cup]2;6]$
- $[-5;3] \cap [6;8]$

#### Solution

- ]  $-3;7]\cap]-2;8[=]-2;7]$
- ]  $-4;3]\cap [-2;3,5[=[-2;3]$
- $[-7;4[\cup]-3;5]=[-7;5]$
- $]-3;5] \cup [-1;2] = ]-3;5]$
- $[-6;6] \cup [-2;2] = [-6;6]$
- $]-\infty;2[\cap]1;+\infty[=]1;2[$
- $]-\infty;-1]\cup]2;6]=]-\infty;-1]\cup]2;6]$
- $\bullet \quad [-5;3]\cap [6;8]=\emptyset$

# Ensemble vide

L'ensemble vide est noté  $\emptyset$ .

#### Travailler les inéquations et les intervalles

Enoncé

Compléter en s'aidant de la méthode donnée dans l'exemple ci-dessous.

### Exemple

On a les équivalences :

par définition	$1\leqslant x\leqslant 2$	$\iff$	$x \in [1;2]$
en multipliant chaque membre de l'inégalité par $3$	$3\leqslant 3x\leqslant 6$	$\iff$	
par définition	$3x \in [3;6]$	$\iff$	

d'où  $x \in [1;2]$  si et seulement si  $3x \in [3;6]$ 

- 1.  $x \in [7;20]$  si et seulement si  $7x \in \dots$
- 2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in \dots$
- 3.  $x \in [2;6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in \dots$
- 4.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $x + 6 \in ]3; +\infty[$
- 5.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $-2x \in [4; +\infty[$
- 6.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $4x+3 \in [-6;5]$

Solution

- 1.  $x \in [7;20]$  si et seulement si  $7x \in [49;140]$
- 2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in ]3;7]$
- 3.  $x \in [2;6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in [2;6]$
- 4.  $x \in ]-3;+\infty[$  si et seulement si  $x+6\in ]3;+\infty[$
- 5.  $x \in ]-\infty;-2]$  si et seulement si  $-2x \in [4;+\infty[$
- 6.  $x \in [-rac{9}{4};2]$  si et seulement si  $4x+3 \in [-6;5]$

# Représenter sous la forme d'intervalles

Enoncé

- $\bullet \quad y>-3 \text{ et } y<4$
- $\bullet \quad y > -3 \text{ ou } y < 4$
- $y\leqslant \frac{1}{3}$  et  $y\leqslant \frac{1}{2}$
- $y \leqslant \frac{1}{3}$  ou  $y \leqslant \frac{1}{2}$

Solution

A venir

### Résolutions d'équations du premier degré

Enoncé

1. Résoudre dans  $\ensuremath{\mathbb{R}}$  chacune des équations suivantes :

2. 
$$3x - 6 = 0$$

3. 
$$3x - 4 = 0$$

4. 
$$-3x + 64 = 19$$

$$5. -2(x+5) = -8$$

6. 
$$3x-\pi=0$$

7. 
$$\frac{x-8}{3} = -4$$

8. Lesquelles de ces 4 équations sont résolubles dans  $\mathbb Z$  ? Dans  $\mathbb Q$  ?

Solution

A venir

## Résolutions d'inéquations du premier degré

Enoncé

Résoudre les inéquations suivantes et présenter le résultat sous la forme d'un intervalle :

• 
$$3x - 6 > 0$$

• 
$$3x - 4 \leq 0$$

• 
$$-3x + 64 < 19$$