# C01-02 Intervalles

# 1. Intervalles de nombres réels

# **E** Définition

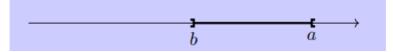
25/05/2023

Soient a et b deux nombres réels tels que  $a \leq b$ .

• On appelle intervalle fermé [a;b] l'ensemble des nombres réels x tels que  $a \leqslant x \leqslant b$ .



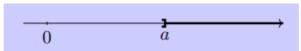
- On appelle intervalle ouvert ]a;b[ l'ensemble des nombres réels x tels que a < x < b.



- On définit de même les intervalles [a;b[ et ]a;b].
- On note  $[a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que  $x\geqslant a.$



• On note  $a; +\infty[$  l'ensemble des nombres réels x tels que x>a.



• On définit de même  $]-\infty;a[$  et  $]-\infty;a[$ .

## Remarques

- Le symbole  $+\infty$  se lit " Plus l'infini ".
- Le symbole  $-\infty$  se lit " Moins l'infini ".

### Représenter des intervalles

Enoncé

Ecrire les inégalités suivantes sous la forme d'un intervalle, puis représenter cet intervalle sur la droite des réels :

- 1.  $x \leqslant 5$
- 2. x > -3
- 3.2 < x < 5
- $4.-4\leqslant x\leqslant -3$
- $5. -3 \leqslant x < 8$
- 6.  $-2 < x \le 0$

Solution

- 1.  $]-\infty;5]$
- 2.]  $-3; +\infty[$
- 3.]2;5[
- 4. [-4; -3]
- 5.[-3;8[
- 6. ]-2;0]

## Appartient ou pas ?

Enoncé

Compléter avec un symbole  $\in$  ou  $\not\in$  :

- $-2 \dots [-2;1[$
- $-3 \dots [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5}\ldots]-5;-4[$
- $4 \dots [-3; 4[$
- $2\pi \dots [7; 8]$
- 0 . . . ℝ
- 0 . . . ℝ\*

Solution

- $-2 \in [-2;1[$
- $-3 \in [-5; -1[$
- $-\frac{26}{5} \notin ]-5;-4[$
- $4 \notin [-3; 4[$
- $2\pi \notin [7; 8]$
- $0 \in \mathbb{R}$
- $0 \notin \mathbb{R}^*$



Enoncé

Recopier et compléter :

Inégalité	Intervalle	Représentation graphique	
2 ≤ <i>x</i> ≤ 4	$x \in [2;4]$	2 4 5 5	

Inégalité	Intervalle	Représentation graphique			
0 < <i>x</i> ≤ 5	<i>x</i> ∈]0;5]				
	$x \in ]-3;7[$				
	$x \in ]-\infty;4]$				
3 ≤ <i>x</i>					
		-1 1 -3 -2 0 2 3 4 5 6 7 8			
		2 -1 0 1 3 4 5 6 7 8 9 10			

Solution

A venir....

# 2. Unions et intersections d'intervalles

## **E** Définition

Soient I et J deux intervalles.

- L'intersection de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à la fois à I \textbf{ET} à J. On note cet ensemble  $I \cap J$ .
- La réunion de I et J est l'ensemble des réels qui appartiennent à I \textbf{OU} à J. On note cet ensemble  $I\cup J$ .

### Remarques

- La notation  $\cap$  se lit \og inter \fg. D'où  $I\cap J$  se lit \og I inter J \fg.
- La notation  $\cup$  se lit  $\setminus$  og union  $\setminus$ fg. D'où  $I \cup J$  se lit  $\setminus$  og I union  $J \setminus$  fg.
- Parfois, il n'y a aucun élément qui appartiennent à la fois à I et J. L'intersection est donc \textbf{vide}, et on note  $\emptyset$  l'ensemble vide. Dans ce cas  $I \cap J = \emptyset$ .

# Exemple

On considère les intervalles I=[3;7] et J=]2;5[.



• L'ensemble  $I \cap J$  est [3;5[.



• L'ensemble  $I \cup J$  est [2;7].



# (?) Utiliser les notations ∩ et ∪

### Enoncé

R\'eduire sous la forme d'un seul intervalle si possible et représenter sur la droite des réels :

- $]-3;7]\cap]-2;8[$
- ]  $-4;3] \cap [-2;3,5[$
- $[-7;4[\cup]-3;5]$
- $]-3;5] \cup [-1;2]$
- $[-6;6] \cup [-2;2]$
- $]-\infty;2[\cap]1;+\infty[$
- $\bullet \quad ]-\infty;-1]\cup]2;6]$
- $[-5;3] \cap [6;8]$

### Solution

- $]-3;7]\cap]-2;8[=]-2;7]$
- ]  $-4;3]\cap [-2;3,5[=[-2;3]$
- $[-7; 4[\cup] 3; 5] = [-7; 5]$
- $]-3;5] \cup [-1;2] = ]-3;5]$
- $[-6;6] \cup [-2;2] = [-6;6]$
- $]-\infty; 2[\cap]1; +\infty[=]1; 2[$
- $]-\infty;-1]\cup]2;6]=]-\infty;-1]\cup]2;6]$
- $[-5;3] \cap [6;8] = \emptyset$

# Ensemble vide

L'ensemble vide est noté  $\emptyset$ .

### Travailler les inéquations et les intervalles

Enoncé

Compléter en s'aidant de la méthode donnée dans l'exemple ci-dessous.

### Exemple

On a les équivalences :

par définition	$1\leqslant x\leqslant 2$	$\iff$	$x \in [1;2]$
en multipliant chaque membre de l'inégalité par 3	$3\leqslant 3x\leqslant 6$	$\iff$	
par définition	$3x \in [3;6]$	$\iff$	

d'où  $x \in [1;2]$  si et seulement si  $3x \in [3;6]$ 

1.  $x \in [7; 20]$  si et seulement si  $7x \in \dots$ 

2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in \dots$ 

3.  $x \in [2;6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in \dots$ 

4.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $x+6 \in ]3;+\infty[$ 

5.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $-2x \in [4; +\infty[$ 

6.  $x \in \ldots$  si et seulement si  $4x+3 \in [-6;5]$ 

### Solution

1.  $x \in [7;20]$  si et seulement si  $7x \in [49;140]$ 

2.  $x \in ]-1;3]$  si et seulement si  $x+4 \in ]3;7]$ 

3.  $x \in [2;6]$  si et seuelemnt si  $8-x \in [2;6]$ 

4.  $x \in ]-3;+\infty[$  si et seulement si  $x+6 \in ]3;+\infty[$ 

5.  $x \in ]-\infty;-2]$  si et seulement si  $-2x \in [4;+\infty[$ 

6.  $x \in [-rac{9}{4};2]$  si et seulement si  $4x+3 \in [-6;5]$ 

# Représenter sous la forme d'intervalles

### Enoncé

$$\bullet \quad y>-3 \text{ et } y<4$$

$$\bullet \quad y>-3 \text{ ou } y<4$$

• 
$$y \leqslant \frac{1}{3}$$
 et  $y \leqslant \frac{1}{2}$ 

• 
$$y \leqslant \frac{1}{3}$$
 ou  $y \leqslant \frac{1}{2}$ 

Solution

A venir

# Résolutions d'équations du premier degré

Enoncé

1. Résoudre dans  $\ensuremath{\mathbb{R}}$  chacune des équations suivantes :

$$2.3x - 6 = 0$$

$$3.3x - 4 = 0$$

$$4. -3x + 64 = 19$$

$$5. -2(x+5) = -8$$

6. 
$$3x-\pi=0$$

7. 
$$\frac{x-8}{3} = -4$$

8. Lesquelles de ces 4 équations sont résolubles dans  $\mathbb Z$  ? Dans  $\mathbb Q$  ?

Solution

A venir

Résolutions d'inéquations du premier degré

Enoncé

Résoudre les inéquations suivantes et présenter le résultat sous la forme d'un intervalle :

- 3x 6 > 0
- $3x 4 \leq 0$
- -3x + 64 < 19