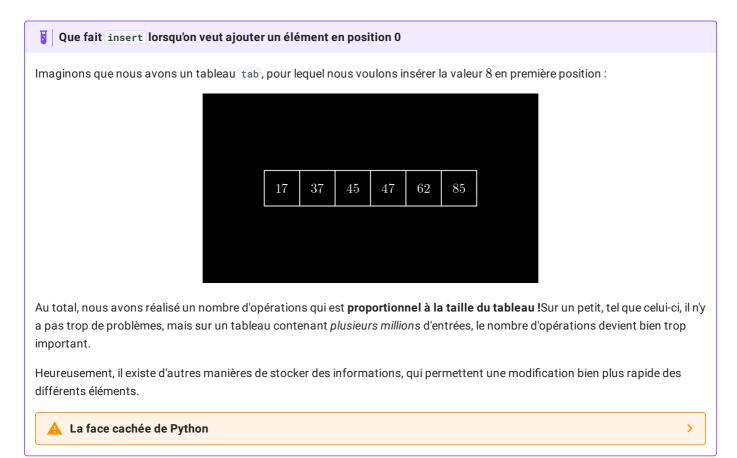
Listes Chaînées

1. Le problème de la structure tableau

La structure de type **tableau** permet de stocker des séquences d'éléments dans des zones contigües de la mémoire, mais n'est pas forcément adaptée à toutes les opérations possibles sur ces séquences.

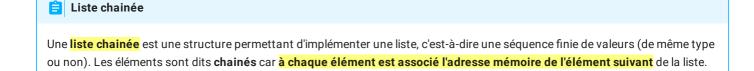
Par exemple, la structure de tableau de Python permet grâce aux méthodes append et pop d'ajouter et de supprimer relativement efficacement un élément en **dernière position** dans un tableau déjà existant (ce n'est pas le cas dans d'autres langages, où de telles méthodes n'existent pas forcément).

Lorsqu'on veut insérer un élément à une autre position on peut, toujours en Python, utiliser la méthode insert qui insère un élément à une position donnée. Mais cette méthode cache un certain nombre de problèmes, dont le coût en temps.

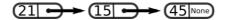


2. Les listes chainées

2.1. Construction d'une liste chainée







On a représenté ici une liste chainée de trois éléments :

- Le premier est 21, et il pointe vers l'adresse mémoire du second ;
- Le deuxième élément est 15 et il pointe vers l'adresse mémoire du troisième ;
- Le troisième élément est 45. Il ne pointe vers rien (l'adresse du suivant est None). On a atteint la fin de la liste.

/ Implémentation d'une liste chainée en Python

La méthode classique pour implémenter une liste chainée est de construire une **classe d'objets** possédant deux attributs : un pour la **valeur** et un pour l'**adresse** du chainon suivant :

```
class Chainon :
    """Chainon d'une liste chainée"""

def __init__(self, valeur, suivant) :
    self.valeur = valeur
    self.suivant = suivant
```

Une fois cette classe définie, la construction de la liste s'effectue de la manière suivante :

• pour une liste chainée contenant un unique chainon :

```
chaine = Chainon(35, None)
```

• pour une liste chainée contenant plusieurs chainons :

```
chaine = Chainon(21, Chainon(15, Chainon(45, None)))
```

lci, on a créé une liste nommée chaine à partir de trois objets de classe Chainon qu'on peut visualiser ainsi :



Remarque

Cette construction est une construction récursive basée sur des objets. Il aurait été possible d'utiliser des tuples ou des listes python, mais l'utilisation serait moins pratique :

```
(21, (15, (45, (None))))
```

En particulier avec des tuples, il aurait été impossible de modifier la liste une fois celle-ci créée.

Affichage d'un objet Chainon

Afin de représenter à l'écran notre objet Chainon, on implémente la méthode __str__ ainsi:

```
class Chainon :
        """Chainon d'une liste chainée"""
        def __init__(self, valeur, suivant) :
3
4
            self.valeur = valeur
 5
            self.suivant = suivant
 6
7
        def __str__(self):
8
            if self.suivant == None :
9
                return f"{self.valeur} -> None"
10
            else :
11
                return f"{self.valeur} -> {str(self.suivant)}"
```

Ainsi l'instruction print (chaine) affichera 21 -> 15 -> 45 -> None.

2.2. Opérations sur les listes chainées.

Longueur d'une liste chainée

Nous allons créer maintenant une fonction longueur qui calcule la longueur d'une liste chainée telle que nous l'avons implémentée.

Cette fonction devra:

- renvoyer 0 si la liste est vide;
- renvoyer le nombre d'éléments de la chaine sinon.

Le plus simple est d'utiliser la récursivité :

```
def longueur(chaine) :
   if chaine == None :
        return 0
   else :
        return 1 + longueur(chaine.suivant)
```

La complexité de cette fonction est directement proportionnelle à la longueur de la liste : pour une liste de 1 000 éléments, la fonction effectuera:

- 1 000 comparaisons;
- 1 000 additions;
- 1 000 appels récursifs.

On en conclut que la complexité en temps de cette fonction est en $\mathbb{O}(n)$.



Et en itératif?

>



Exercice 1 : n-ième élément

Enoncé

Créer une fonction n_i eme_element(chaine, n) qui renvoie la valeur du n-ième élément de la liste chainée passée en argument.

Solution récursive

```
def n_ieme_element(chaine, n) :
   if chaine == None :
       raise IndexError("Invalid index")
   if n == 0:
       return chaine.valeur
       return n_ieme_element(chaine.suivant, n-1)
```

La question de la complexité est un peu plus subtile :

- dans un cas correct (l'indice n fourni corresond bien à un élément de la liste), le nombre d'opérations est bien proportionnel àn;
- dans le cas où n est supérieur à la longueur de la liste, par contre, on va parcourir la totalité de la liste avant de pouvoir signaler une erreur. Ce serait cependant une très mauvaise idée de calculer la longueur de la liste pour le comparer à n, car le calcul de la longueur parcoure déjà toute la liste. Faire ce calcul en appel récursif générerait donc une complexité quadratique. On pourrait cependant encapsuler la fonction récursive dans une fonction dont l'objectif serait de vérifier la valeur de l'indice avant d'effectuer les appels récursifs.
- Pire, dans le cas où l'indice passé est négatif, la liste chainée sera elle aussi parcourue intégralement avant de renvoyer une erreur d'indice. On peut cependant corriger celà par la ligne :

```
if chaine == None or i<0:
```

Solution Itérative

```
def n_ieme_elementI(chaine, n) :
   if n < 0:
       raise IndexError("Invalid index")
   ni = 0
   chainon = chaine
   while chainon != None and ni != n :
       ni += 1
       chainon = chainon.suivant
   if chainon != None :
       return chainon.valeur
   else :
       raise IndexError("Invalid index")
```

On retrouve en terme de complexité les mêmes éléments que pour la fonction récursive. Cependant les erreurs ainsi que les conditions de sorties sont plus complexes à prendre en compte.



Exercice 2 : Concaténation de deux listes

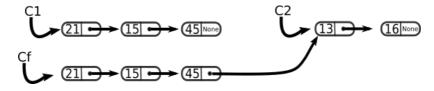
Enoncé

Créer une fonction concatener (c1, c2) qui renvoie une liste chainée obtenue par concaténation de c1 et c2.

Solution récursive

```
def concatener(c1, c2) :
   if c1 == None :
        return c2
   else :
        return Chainon(c1.valeur,concatener(c1.suivant, c2))
```

La complexité dépend fortement de la longueur de la liste c1. par contre elle ne dépend pas de celle de c2. Dans cette version, les chaines c1 et c2 ne sont pas modifiée! concatener renvoie une nouvelle liste chainée qui a copié les valeurs de c1 avant de les lier à celles de c2.



Solution Itérative

```
def concatenerI(c1, c2) :
   chainon = c1
   while chainon.suivant != None :
        chainon = chainon.suivant
    chainon.suivant = c2
    return c1
```

Attention! Dans cette solution, c1 est modifiée!



ET C'EST UNE TRES MAUVAISE IDEE

Imaginons qu'on exécute deux fois la concaténation concatener I (c1, c2), puis qu'on demande un affichage de c1.

La première concaténation va donner le schéma ci-dessus, la chaine c1 ayant pour dernier chainon le dernier chainon de c2. A l'exécution de la deuxième concaténation, il n'y aura pas de création de nouvelle chaine, mais simplement la modification du dernier chainon de l'actuel c1 vers le premier élément de c2, soit... une boucle menant du dernier élément de c2 vers le premier de c2:



La chaine obtenue ne possède plus de fin (jamais elle ne pointe vers None). La méthode __str__ effectuant un appel récursif dont le cas de base correspond au fait de pointer vers None, on aura alors une erreur de type RecursionError: maximum recursion depth exceeded, puisqu'il est devenu impossible de passer par le cas de base.



2.3. Modification de listes chainées



Pourquoi se casser la tête ?

Éliminons tout de suite une possibilité : bien entendu, en Python, il est possible de modifier directement un attribut, donc la modification d'une valeur d'une liste chainée est assez évidente. Par exemple, les lignes suivantes :

```
chaine = Chainon(21, Chainon(15, Chainon(45, None)))
chaine.suivant.valeur = 33
```

modifient la valeur du deuxième élément de la chaine, qui devient 21 -> 33 -> 45 -> None.

Cependant, cette possibilité n'est pas toujours possible dans tous les langages, et de toutes façons cette manière de modifier ne correspond pas à la logique de construction d'une liste chainée.

On va donc préférer passer à des modifications directe des chainons.



Exercice 3 : Insertion d'un chainon

Énoncé

Créer une fonction inserer (v, n, chaine) qui renvoie la liste chainée dans laquelle on a inséré insère l'élément v à la position n dans la liste chaine passée en argument.

Le schéma suivant doit pouvoir vous aider çà construire l'algorithme de cette fonction :



Solution

```
def inserer(v, n, chaine) :
    """ Insere un chainon de valeur v en position n dans
   la liste chainée chaine.
   if n < 0:
       raise IndexError("Invalid index")
   if n == 0 or chaine == None:
       return Chainon(v, chaine)
   else :
        return Chainon(chaine.valeur, inserer(v, n-1, chaine.suivant))
```



Énoncé

Créer une fonction supprime (n, chaine) qui supprime l'élément à la position n dans la liste passée en argument.

Le schéma suivant doit pouvoir vous aider çà construire l'algorithme de cette fonction :



Solution

```
def supprimer(n, chaine) :
    """ Supprime le chainon en position n de la liste
    chainée chaine."""
    if chaine == None or n<0:
        raise IndexError("Invalid index")
    if n == 0 :
        return chaine.suivant
    else :
        return Chainon(chaine.valeur, supprimer(n-1, chaine.suivant))</pre>
```

3. Quelques exercices supplémentaires

Nous voici avec une structure correcte, permettant de travailler sur des listes chainées. Nous allons maintenant augmenter notre potentiel d'action avec de telles listes :



? Exercice 5 : Création à partir d'une liste Python

Énoncé

Créer une fonction creer_depuis_tab(tab) qui crée une liste chainée depuis un tableau donné en argument.

Par exemple:

- creer_depuis_tab([12, 15, 17]) crée la liste chainée 12 -> 15 -> 17 -> None;
- creer_depuis_tab([]) crée un objet None;
- creer_depuis_tab([42]) crée une liste chainée 42 -> None.

Solutions

Il existe de nombreuses possibilités, et toutes ne sont pas équivalentes en terme de complexité (la V4 ci-dessous est beaucoup moins efficace).

Itérative Pythonesque avec reversed

```
def creer_depuis_tab(tab) :
    """Version pythonesque avec reversed"""
   LC = None
   for e in reversed(tab) :
      LC = Chainon(e, LC)
   return LC
```

Itérative avec indices

```
def creer_depuis_tab(tab) :
    """Version avec calcul de l'indice"""
   LC = None
   1 = len(tab)
   for i in range(len(tab)):
       LC = Chainon(tab[1-1-i], LC)
```

Récursive avec slices

```
def creer_depuis_tab(tab) :
 """Version récursive""
   if tab == [] :
       return None
       return Chainon(tab[0], creer_depuis_tabV3(tab[1:]))
```



Exercice 6 : Chercher le nombre d'occurrences

Énoncé

Créer une fonction occurrences (valeur, chaine) qui renvoie le nombre d'occurrence de valeur dans la liste chainée chaine.

Par exemple:

- occurrences(12, chaine) devra renvoyer 3 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None;
- occurrences(27, chaine) devra renvoyer 0 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None;
- occurrences(42, chaine) devra renvoyer 1 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None.

Solution

A venir!



Exercice 7 : Trouver la première occurrence

Énoncé

Créer une fonction premiere_occurrence(valeur, chaine) qui renvoie l'indice de la première occurrence de valeur dans la liste chainée chaine. Si valeur n'est pas dans chaine, la fonction devra renvoyer -1.

Par exemple:

- premiere_occurrence(12, chaine) devra renvoyer 0 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None;
- premiere_occurrence(27, chaine) devra renvoyer -1 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None;
- premiere_occurrence(42,chaine) devra renvoyer 3 si la chaine est 12 -> 35 -> 12 ->42 -> 12 ->35 -> None.

Solution

A venir!



Exercice 8 : chaines identiques

Enoncé

Créer une fonction identique (c1, c2) qui renvoie True si les deux chaines contiennent les mêmes valeurs dans le même ordre, et False sinon.

Solution

A venir!

4. Encapsulation

On va désormais encapsuler l'implémentation précédente dans une autre classe, nommée ListeC dont l'interface est la suivante :

- 1. la construction d'un objet ListeC vide correspondre à un objet None;
- 2. une méthode is_empty doit renvoyer un booléen correspondant au statut vide ou non vide de la liste;

- 3. une méthode push permet d'ajouter une valeur en tête de la liste ;
- 4. la méthode __str__ doit renvoyer une chaine correcte (telle que celle de la classe Chainon);
- 5. l'appel à la fonction len doit renvoyer la longueur de la liste;
- 6. on doit pouvoir atteindre le i-ème élément d'un objet lc par l'intermédiaire de lc[i] ;
- 7. l'opérateur + utilisé entre deux objets de type ListeC doit renvoyer un nouvel objet crée par concaténation.

Ainsi, un utilisateur du module crée n'aura pas à se préoccuper des différences d'implémentations présentées dans la partie précédente :

```
Méthode constructeur __init__:

Analyse

Un objet ListeC ne contient qu'un seul attribut : la tête de la liste. Soit c'est un objet de type Chainon , soit c'est l'objet None . La méthode __init__ ne doit donc qu'initialiser un attribut head à la valeur None .

Code

class ListeC :
    """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe Chainon"""
    def __init__(self) :
        self.head = None
```

Méthode is_empty :

Analyse

si la tête est de type None, on renvoie True, sinon False

Code

```
class ListeC :
    """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
Chainon"""

def __init__(self) :
    self.head = None

def is_empty(self) :
    return self.head == None
```

Méthode push :

Analyse

Comme on l'a vu plusieurs fois, une liste chainée se construit par ajouts successifs d'éléments en tête de la liste.

Code

```
1 class ListeC :
      """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
2
3
   Chainon"""
4
5
       def __init__(self) :
           self.head = None
7
8
       def is_empty(self) :
9
           return self.head == None
10
11
       def push(self, v) :
           self.head = Chainon(v, self.head)
```

Méthode __str__:

Analyse

Rien de particulier, il suffit de renvoyer la chaine de caractères correspondant à la tête.

Code

```
1 | class ListeC :
     """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
2
3
   Chainon"""
4
        def __init__(self) :
5
            self.head = None
6
8
        def is_empty(self) :
9
            return self.head == None
10
       def push(self, v) :
11
12
            self.head = Chainon(v, self.head)
13
        def __str__(self) :
14
            return str(self.head)
```

Méthode __len__:

Analyse

La fonction built-in len fait appel à la méthode __len__ de l'objet passé en argument. Il suffit donc de créer une telle méthode, en réutilisant la fonction longueur déjà crée.

Code

```
class ListeC :
         """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
 2
 3
    Chainon"""
 4
 5
         def __init__(self) :
 6
             self.head = None
 7
 8
        def is_empty(self) :
 9
            return self.head == None
10
11
         def push(self, v) :
             self.head = Chainon(v, self.head)
12
13
14
        def __str__(self) :
15
            return str(self.head)
16
17
         def __len__(self) :
18
            if self.head == None :
19
                return 0
20
             else :
                 return longueur(self.head)
```

Accès direct au i-ème élément :

Analyse

Lorsqu'on veut faire appel aux opérateurs [i] pour accéder au i-ème élément d'un objet déjà construit, python regarde si une méthode __getitem__ a été définie pour ce type d'objet.

Code

```
class ListeC :
         """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
 2
    Chainon"""
 3
 4
 5
         def __init__(self) :
 6
            self.head = None
 7
        def is_empty(self) :
 8
 9
            return self.head == None
10
        def push(self, v) :
11
12
            self.head = Chainon(v, self.head)
13
14
         def __str__(self) :
             return str(self.head)
15
16
17
         def __len__(self) :
18
            if self.head == None :
19
                 return 0
20
            else :
21
                 return longueur(self.head)
22
         def __getitem__(self, i) :
23
             return n_ieme_element(self.head, i)
```

Utilisation de +

Analyse

Pour utiliser l'opérateur +, il faut implémenter une méthode __add__ . Cette méthode doit renvoyer un nouvel objet, donc son implémentation est un peu plus complexe. Par ailleurs, il faut lever une erreur dans le cas où l'objet passé en argument n'est pas de type ListeC .

Code

```
1
    class ListeC :
       """Classe permettant de représenter une liste chainée, ou chaque chainon est un objet de classe
 2
    Chainon""
 3
 4
 5
        def __init__(self) :
 6
            self.head = None
 7
 8
        def is_empty(self) :
 9
             return self.head == None
10
11
        def push(self, v) :
            self.head = Chainon(v, self.head)
12
13
        def __str__(self) :
14
            return str(self.head)
15
16
17
        def __len__(self) :
18
            if self.head == None :
19
                 return 0
20
             else :
21
                return longueur(self.head)
22
23
        def __getitem__(self, i) :
24
            return n_ieme_element(self.head, i)
25
26
        def __add__(self, other) :
27
            if not isinstance(other, ListeC) :
28
                raise TypeError(f"Unable to add ListeC object with {type(other)} object")
29
             result = ListeC()
30
             result.head = concatener(self.head, other.head)
             return result
```

Une fois cette classe implémentée, on peut l'utiliser aussi simplement qu'un objet de type list de python :

```
>>> 11 = ListeC()
>>> 11
<__main__.ListeC object at 0x033A8690>
>>> 11.push(12)
>>> 11.push(15)
>>> 11.push(42)
>>> print(11)
42->15->12->None
>>> len(11)
>>> 11.is_empty()
False
>>> 12 = ListeC()
>>> 12.push (43)
>>> 12.push (27)
>>> 12.push (-5)
>>> print(11+12)
42->15->12->-5->27->43->None
>>> print(12+11)
-5->27->43->42->15->12->None
>>> 11[2]
12
>>> 12[0]
-5
```

