答案：

1.【分析】（1）令 $x+2=t, f(t)=t^2-4t+5$ $f(x)=x^2-4x+5$

（2）$f(x-1)=(x-1)^2-4(x-1)+5=x^2-6x+10$【答案】$x^2-6x+10$

2.【分析】左式=$e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5}{n}(-kn)}=e^{-5k}=e^{-10}$ 故 $k=2$【答案】2

3.【分析】$\because \lim\limits_{x\to1}(1-x)=0 \therefore \lim\limits_{x\to1}(x^2+ax+6)=0$，$1+a+6=0, a=-7$【答案】-7

4.【分析】令 $x^5-x=0, x(x-1)(x+1)(x^2+1)=0, x=0, x=-1, x=1$ 为间断点，故 $f(x)$ 有三个间断点【答案】3

5.　答　7

6.设 $y=f(e^x)\cdot e^{f(x)}$，且 $f'(x)$ 存在，$f(0)=f(1)=f'(0)=f'(1)=1$，则微分 $dy\big|_{x=0}=$ ________.　7.　答 $\dfrac{y-\cos x}{\cos y-x}$　8. 答 $-e^{x^2}$　9. ($x=1, x=-1, y=x$) 10. $\ln\dfrac{3}{2}$

二、选择题

11.【分析】$x_{2k-1}=0, x_{2k}=2k$，$k=1,2,3,\cdots$，因此 $\{x_n\}$ 无界，但是 $\{x_n\}$ 的极限不存在，也不是单调数列，故只有 B 选项正确。

【答案】B

12.【分析】$x=k, k\in Z$ 是 $f(x)$ 的间断点，

因为 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^3-x}{\sin\pi x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x^2-1}{\pi}=\dfrac{-1}{\pi}$，$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^3-x}{\sin\pi x}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x(x^2-1)}{\sin(\pi-\pi x)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x(x^2-1)}{\pi(1-x)}=\dfrac{-2}{\pi}$，$\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-x}{\sin\pi x}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x(x^2-1)}{\sin(\pi+\pi x)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x(x^2-1)}{\pi(1+x)}=\dfrac{-2}{\pi}$，所以 $x=0, x=-1, x=1$ 是可去间断点，在 $k\neq0,\pm1$ 时，$x=k$ 是无穷间断点。【答案】C

13. A； 14. 答 B；

15．A

三、计算题

1.【解】$\lim\limits_{x\to0^+}(\cos\sqrt{x})^{\frac{\pi}{x}}=\lim\limits_{x\to0^+}\left\{[1+(\cos\sqrt{x}-1)]^{\frac{1}{\cos\sqrt{x}-1}}\right\}^{\frac{(\cos\sqrt{x}-1)\pi}{x}}=e^{\lim\limits_{x\to0^+}\frac{(\cos\sqrt{x}-1)\pi}{x}}=e^{-\frac{\pi}{2}}$

2.【解】原式=$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x-\sin x\cdot\cos x}{x^3\cos x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x\cdot(1-\cos x)}{x^3\cos x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x\cdot2\sin^2\dfrac{x}{2}}{x^3\cos x}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{(\frac{x}{2})^2}\frac{1}{\cos x}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

3. 解：令 $t=\arctan x$ ，即 $x=\tan t$ ，（1 分）　　则

$$I=\int\frac{e^t}{\sec^3 t}\cdot\sec^2 t dt=\int e^t\cos t dt$$

$$=e^t\sin t-\int e^t\sin t dt$$

$$=e^t\sin t\ \ +e^t\cos t-\int e^t\cos t dt$$

故 $I=\frac{1}{2}(\sin t+\cos t)\ \ e^t+C=\frac{1}{2}\left[\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right]\ e^{\arctan x}+C$

4．解：原式=$\lim_{x\to 0}\cos x^2\ =1$

5.　解：原式$=\lim_{b\to\infty}\int_0^b e^{-\sqrt{x}}dx==\lim_{b\to\infty}\int_0^{\sqrt{b}}e^{-t}tdt=\lim_{b\to\infty}(-2te^{-t}-e^{-t})\Big|_0^{\sqrt{b}}=2$

6.　解：$y'=-\tan\varphi$，　$y''=\frac{1}{3a\sin\varphi\cos^4\varphi}$

四. (因为 $\lim_{x\to 0^{+0}}f(x)=\lim_{x\to 0^{+0}}\frac{\sin 2(e^x-1)}{e^x-1}\cdot\frac{2}{2}=2$，

$$\lim_{x\to 0^{-0}}f(x)=\lim_{x\to 0^{+0}}\frac{\int_0^{2x}\cos^2 tdt}{x}=\lim_{x\to 0^{+0}}\cos^2(2x)\cdot 2=2$$

故当 $a=2$ 时 $f(0)=a=2=\lim_{x\to 0}f(x)=2$,函数连续。)

五、　解（1）　$f(1)=a+b$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1-(a+b)}{x-1},\quad \lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{ax+b-(a+b)}{x-1}=a$$

又在 $x=1$ 处可导，即 $\lim_{x\to 1^+}\frac{x^2-1-(a+b)}{x-1}$ 极限存在且为 a .

故 $\begin{cases}a+b=0\\ 2=a\end{cases}$ ，即 $a=2,b=-2$.

六、【证明】由已知，函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内连续且恒大于零，　由 $a<x_1<x_2<\cdots<x_n<b$

可知，　$f(x)$ 在 $[x_1,x_n]$ 内也连续且恒大于零，故它在 $[x_1,x_n]$ 上必有最大值和最小值．设

$$M=\max_{x\in[x_1,x_n]}f(x)>0,\quad m=\min_{x\in[x_1,x_n]}f(x)>0.\ \text{则}\ 0<m\le f(x_i)\le M$$

（$i=1,2,\cdots,n$），

从而有 $0<m^n\le f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)\le M^n$，即 $m\le\sqrt[n]{f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)}\le M$，故由介值定理可知，至少存在一点 $c\in[x_1,x_n]\subset(a,b)$，使得 $f(c)=\sqrt[n]{f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)}$.

七、 证明：因 $F(x)$ 和 $\dfrac{1}{x}$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，

据柯西中值定理知,在 (a,b) 内必至少存在一点 c，使

$$\frac{f(b)-f(a)}{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}=\frac{f'(c)}{-\frac{1}{c^2}},$$ 又 $f(b)-f(a)=b^2-a^2$ ，即 $c^2f'(c)=ab(a+b)$ 。

八、 解：$V=\int_0^a\pi(xe^{-x})^2dx=\pi\int_0^a x^2e^{-2x}dx=\pi(-\frac{1}{2}e^{-2x}x^2\Big|_0^a+\int_0^a x\ e^{-2x}dx)$

$$=\pi(-\frac{1}{2}e^{-2a}a^2-\frac{1}{2}e^{-2x}x\Big|_0^a+\frac{1}{2}\int_0^a e^{-2x}dx)\quad=\pi(-\frac{1}{2}e^{-2a}a^2-\frac{1}{2}ae^{-2a}-\frac{1}{4}e^{-2x}\Big|_0^a)$$

$$=\pi(-\frac{1}{2}e^{-2a}a^2-\frac{1}{2}ae^{-2a}-\frac{1}{4}e^{-2a}+\frac{1}{4})\quad=-\frac{1}{2}\pi[(a^2+a+\frac{1}{2})e^{-2a}-\frac{1}{2}]$$