Date.　　/

动量守恒

3.1 动量 冲量 质点动量定理.

动量 $\vec{P}=m\vec{v}$

冲量 $\vec{I}=\vec{F}\Delta t=\vec{F}(t_2-t_1)$

取时间元 dt. $d\vec{I}=\vec{F}_{(t)}dt$. $\vec{I}=\int d\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}_{(t)}dt$.

$\Sigma\vec{F}=\frac{d\vec{P}}{dt}=\frac{d(m\vec{v})}{dt}$　　动量对时间的瞬时变化率.

$=m\frac{d\vec{v}}{dt}=m\vec{a}$　　$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\approx m_0$　　$(\Sigma\vec{F})dt=d\vec{P}=d(m\vec{v})$.

质点动量定理.

3.2 质点系动量守恒

内力：系统内各物体间的相互作用力.

外力：外界物体对系统内任意一物体的作用力.

$\vec{f_{ij}}=-\vec{f_{ji}}=\Sigma\vec{f_{ij}}=0$　（认为自己对自己没有作用力）.

$$\begin{cases}\vec{F_1}+\vec{f_{12}}+\vec{f_{13}}+\cdots+\vec{f_{1n}}=\frac{d\vec{p_1}}{dt}.\\ \vec{F_2}+\vec{f_{22}}+\vec{f_{23}}+\cdots+\vec{f_{2n}}=\frac{d\vec{p_2}}{dt}\end{cases}$$

$\Rightarrow\sum_{i=1}^{n}\vec{F_i}=\frac{d}{dt}(\sum_{i=1}^{n}\vec{P_i})$　　$\sum_{i=1}^{n}\vec{P_i}=\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v_i}$.

$(\Sigma\vec{F_i})dt=d(\Sigma\vec{P_i})=d(m_i\vec{v_i})$.　　质点系动量定理.

$\int_{t_1}^{t_2}(\Sigma\vec{F})dt=\Sigma m_i\vec{v_{i1}}-\Sigma m_i\vec{v_{i2}}$.

如果 $\Sigma\vec{F}=0$　$\Rightarrow$　$\Sigma\vec{P_i}=\Sigma m_i\vec{v_i}=$ 恒矢量.

如果 $\Sigma\vec{F}\neq0$　$\Rightarrow$　$\Sigma m_i\vec{v_i}\neq$ 恒矢量.

但是 $\Sigma F_{ix}=\Sigma m_iv_{ix}=$ 恒矢量.

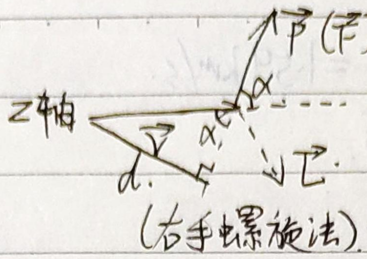
3.3. 角动量 力矩 质点角动量定理.

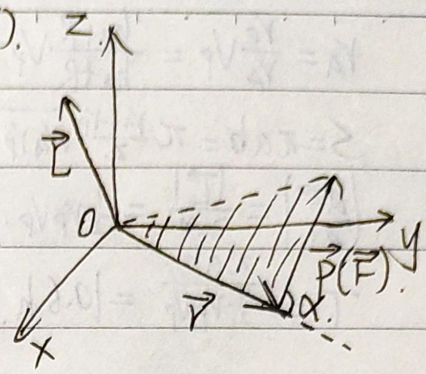
$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=\vec{r}\times\vec{P}\neq\vec{P}\times\vec{r}$（叉乘，顺序不能交换）.

$L=rp\sin\alpha$.

$\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}=\vec{r}\times\vec{p}$

$L=rp\sin\alpha$. 轴向





$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$.

$M=rF\sin\alpha$.

$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$

$M=rF\sin\alpha$ 轴向 $=Fd$.（力和力臂的乘积）.

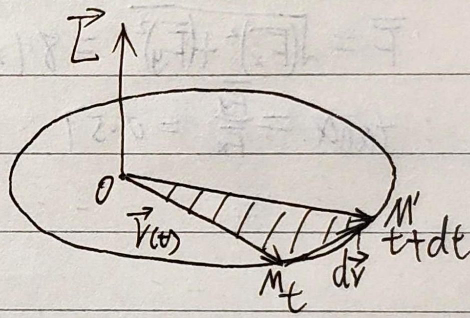
~~理~~ $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$ $\Rightarrow$ $\frac{d\vec{L}}{dt}=\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{p}+\vec{r}\times\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{r}\times(\Sigma\vec{F})=\vec{M}$.

$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$. $M_z=\frac{dL_z}{dt}$.（相对于定轴z）.

3.4 质点角动量守恒

如果 $\vec{M}=0$ $\Rightarrow$ $\vec{L}=$恒量.

$M_z=0$ $\Rightarrow$ $L_z=$恒量



dt时间内径矢$\vec{r}$扫过的面积.

$d\vec{s}=\vec{r}\times d\vec{r}$

$|d\vec{s}|=S_{\triangle OMM'}$

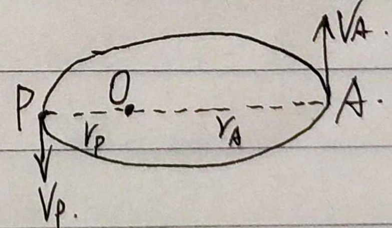
$\frac{d\vec{s}}{dt}=\frac{1}{2}\vec{r}\times\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{1}{2}\vec{r}\times\vec{v}=\frac{1}{2m}\vec{L}$. =恒矢量.

$\left|\frac{d\vec{s}}{dt}\right|=\left|\frac{\vec{L}}{2m}\right|=$常量

例：$h_P=205.5km$，$h_A=35835.7km$.

$v_P=10.2km/s$.

$\Rightarrow r_P m v_P=r_A m v_A$



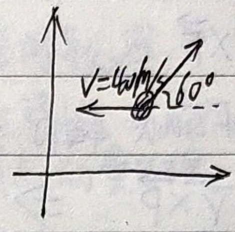
$v_A = \frac{r_P}{r_A} v_P = \frac{h_P+R}{h_A+R} v_P = 1.59\ km/s.$

$S = \pi ab = \pi \frac{r_A+r_P}{2}\sqrt{r_A r_P}.$

$\left|\frac{d\vec{S}}{dt}\right| = \frac{|\vec{L}|}{2m} = \frac{1}{2} r_P v_P.$

$T = \frac{\pi ab}{\frac{1}{2} r_P v_P} = 10.6\ h.$

例：棒球 $m=140g$. $v=40m/s$.



被击后以仰角60°飞出. $\Delta t = 1.2ms$.

$\Rightarrow \bar{\vec{F}} = \frac{\vec{p}_2-\vec{p}_1}{t_2-t_1} = \frac{m\vec{v}_2-m\vec{v}_1}{t_2-t_1}$ (平均冲力).

$\bar{F}_x = \frac{mv_{2x}-mv_{1x}}{t_2-t_1} = \frac{mv\cos60° - (-mv)}{t_2-t_1} = 7\times10^3 N.$

$\bar{F}_y = \frac{mv_{2y}-mv_{1y}}{t_2-t_1} = \frac{mv\sin60°}{t_2-t_1} = 4\times10^3 N.$

$\bar{F} = \sqrt{(\bar{F}_x)^2+(\bar{F}_y)^2} = 8.1\times10^3 N.$

$\tan\alpha = \frac{\bar{F}_y}{\bar{F}_x} = 0.57 \Rightarrow \alpha = 30°.$