

试卷类别

A ☒

B ☐

使用学期

2016 年 装

春 ☒ 秋 ☐

命题人签字

审题人签字

审定人签字

考生学号

考生姓名

所在班级

# 中国地质大学(武汉)课程考核结课考试试卷

教务处制 版本:2014.12

课程名称: 《高等数学 A2》 学时: 104

考试时长: 120 分钟 卷面总分: 100 分

考试方式: 闭卷笔试 ☒ 开卷笔试 ☐ 口试 ☐ 其它 ☐

辅助工具: 可用 ☐ 工具名称: 不可用 ☒

## 试题内容:

一. 填空题 (每小题 4 分, 总 12 分. 将答案按题号写在答题纸上, 不写解题过程)

1. 微分方程  $\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + y^2})dx + ydy = 0 \\ y|_{x=0} = 1 \end{cases}$  的特解为\_\_\_\_\_.

2. 设数量场  $u = \cos(x^2 + y^2 + z^2)$ , 则其梯度场的散度  $\text{div}(\text{grad } u)|_{(1,1,1)} =$ \_\_\_\_\_.

3. 设  $f(x) = x^2, 0 \leq x < \pi$ , 而  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx, -\infty < x < \infty$ , 其中

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin nx dx, (n=1,2,3,\dots), \text{ 则 } S(-2) \text{ 等于 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

二. 选择题 (每小题 4 分, 总 12 分. 每小题给出四种选择, 有且仅有一个是正确的, 将你认为正确的代号按题号写在答题纸上)

1. 二元函数  $z = f(x, y)$  的全微分为  $dz = (2-x)dx - 3ydy$ , 则函数  $z$  在点  $(2, 0)$  处 ( )

- (A) 偏导存在但不一定连续; (B) 取得极大值;  
(C) 取得极小值; (D) 不可能取得极值.

2. 下列结论哪一个是正确的 ( )

- (A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^{\frac{5}{4}}}$  发散; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2 + x^2}$  在  $x \in [0, 1]$  上一致收敛;  
(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+1} \right)^{-n}$  条件收敛; (D)  $\sum_{n=2}^{\infty} \ln \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)$  发散.

3. 微分方程  $y'' + 4y = \cos 2x$  的特解形式是 ( ).

- (A)  $A \cos 2x$ ; (B)  $A \cos 2x + B \sin 2x$ ;  
(C)  $A \sin 2x$ ; (D)  $x(A \cos 2x + B \sin 2x)$ .

- 三. (8 分) 设函数  $u = f(x, y, z)$  由方程  $u^2 + z^2 + y^2 - x = 0$  所确定, 其中  $z = xy^2 - y$ , 求  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 。
- 四. (8 分) 在  $xoy$  平面上椭圆周  $x^2 + 4y^2 = 4$  上求一点, 使其到  $xoy$  平面上直线  $2x + 3y - 6 = 0$  的距离最短。
- 五. (8 分) 求曲面  $z - e^z + 2xy = 3$  在点  $P(1, 2, 0)$  处的切平面方程与法线方程。
- 六. (8 分) 设有半径为  $R$  的非均匀球体, 其球心位于坐标原点, 密度为  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ , 求该球体对  $z$  轴的转动惯量  $I$ 。
- 七. (8 分) 计算  $I = \iint_{\Sigma} (x^4 z + x) dy dz - 2x^3 y z dz dx - x^3 z^2 dx dy$ , 其中  $\Sigma$  是曲面  $z = 3 - x^2 - y^2$  介于  $2 \leq z \leq 3$  部分, 取上侧。
- 八. (8 分) 计算  $\int_L (2x - y^2) dx + (x^2 + 2y) dy$ , 其中  $L$  是  $y = |2 - x|$  上从  $x = 0$  到  $x = 4$  的一段。
- 九. (10 分) 设函数  $f(x)$  具有二阶连续导数,  $f(0) = \frac{5}{3}$ ,  $f'(0) = 2$ , 且使曲线积分  $\int -yf(x)dx + \left[ f'(x) - \frac{1}{2} \sin 2x \right] dy$  与路径无关, 求函数  $f(x)$ 。
- 十. (6 分) 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n3^n}$  的收敛域及和函数。
- 十一. (6 分) 将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 5x + 4}$  展开成为  $x - 1$  的幂级数, 并求此级数的收敛域。
- 十二. (6 分) 设  $f(x)$  在点  $x = 0$  的某一邻域内具有二阶连续导数, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ , 证明级数  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$  绝对收敛。