

离散数学课堂测验（一）

说明：闭卷，可参考个人设计的笔记（A4 纸大小 1 页）。尽量展示你的工作，独立完成，不可讨论。

一、填空题

1. 下列 4 个命题公式中，矛盾式是 (2)。

(1) $P \rightarrow (Q \vee P) \vee R$ (2) $((\neg(P \rightarrow Q)) \wedge Q) \wedge R$

2. 下列推理形式不正确是 (2)。

(1) $\forall x (A(x) \vee B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee B$ (2) $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Leftrightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$

(3) $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$ (4) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$

3. 下列推理序列中，第 (4) 步推理是错误的。

(1) $\exists x P(x) P$; (2) $P(c)$ ES, (1); (3) $\exists x Q(x) P$; (4) $Q(c)$ ES, (2).

4. 集合 A 基数为 n, 则 $|P(A)| =$ 2^n 。

5. 下列命题中，不正确有 (2)。

(1) 设 A, B 为任意两个集合, 若 $A \subseteq B$, 则 $P(A) \subseteq P(B)$. (2) A, B 为集合, $A \subseteq B$ 和 $A \in B$ 不能同时成立. (3) 设 ρ 是集合 A 上的等价关系, 则 A 关于 ρ 的商集 A/ρ 是 A 的一个划分.

6. 设 $A = \{x, y, z\}$, $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 为偏序集, 请给出 P(A) 的最大元、最小元 $\{x, y, z\}, \emptyset$ 。

7. 设 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2\}$, 试问有多少个由 A 到 B 的满射函数 6。

二、解答题

1. 求 $(\neg P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)$ 的主析取范式和主合取范式, 请用符号 m_i 以及 M_i 表示极小项与极大项, 并按照下标从小至大排列. 主析取范式: $m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_7$, 主合取范式: $M_0 \wedge M_1 \wedge M_4 \wedge M_6$

2. 设 R_1 是集合 A 上的一个二元关系, $R_2 = \{(a, b) \mid a, b \in A, \text{存在 } c \in A, \text{使 } (a, c) \in R_1 \text{ 且 } (c, b) \in R_1\}$, 请证明若 R_1 是 A 上的等价关系, 则 R_2 也是 A 上的等价关系。