

试卷类别

A ☐

B ☐

使用学期

年

春 ☐ 秋 ☐

命题人签字

审题人签字

审定人签字

考生学号

考生姓名

所在班级

课程名称: _____ 学时: _____

考试时长: _____ 分钟 卷面总分: _____ 分

考试方式: 闭卷笔试 ☐ 开卷笔试 ☐ 口试 ☐ 其它 _____

辅助工具: 可用 ☐ 工具名称: _____ 不可用 ☐

试题内容:

一、填空题(40 分)

1. (4 分) 判定下列 3 个命题公式的类型(重言式、矛盾式、可满足式):

(1) $P \rightarrow (Q \vee P) \vee R$ _____,

(2) $((\neg(P \rightarrow Q)) \wedge Q) \wedge R$ _____,

(3) $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \rightarrow Q$ _____,

(4) $\forall x \exists y G(x-y, x+y) \wedge (Q \vee \neg Q)$ _____, 其中 x, y 的个体域为整数集, Q 为命题变元, $G(x, y)$ 表示 $x < y$. 重言式、矛盾式、重言式、重言式

2. (2 分) 求 $\forall x P(x, y) \rightarrow (\forall x Q(x) \rightarrow \exists y P(y, z))$ 前束析取范式 $\exists x \exists y \exists z (\neg P(x, y) \vee \neg Q(y) \vee P(y, z))$.

3. (3 分) 下列推理形式不正确是(多选二) (2), (8).

(1) $\forall x (A(x) \vee B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \vee B$

(2) $\forall x A(x) \vee \forall x B(x) \Leftrightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$

(3) $\forall x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \wedge \forall x B(x)$

(4) $\exists x (A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow B$

(5) $\exists x (A(x) \rightarrow B(x)) \Rightarrow \exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$

(6) $\exists x (A(x) \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow \forall x A(x) \rightarrow \exists x B(x)$

(7) $\exists x (A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$

(8) $\exists x (A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \exists x A(x) \wedge \exists x B(x)$

(9) $\forall x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$

4. (2 分) 下列推理序列中, 第 (4) 步推理是错误的.

(1) $\exists x P(x)$ P

(2) $P(c)$ ES, (1)

(3) $\exists x Q(x)$ P

(4) $Q(c)$ ES, (2)

5. (2 分) 集合 A 基数为 n , 则 $|P(A)| =$ 2^n .

6. (3 分) 下列命题中, 不正确有(多选一) (4).

(1) 设 A, B 为任意两个集合, 则以下条件互相等价:

1) $A \subseteq B$; 2) $A \cup B = B$; 3) $A \cap B = A$.

(2) 设 A, B 为任意两个集合, 若 $A \subseteq B$, 则 $P(A) \subseteq P(B)$.

(3) A, B 为集合, $A \subseteq B$ 和 $A \in B$ 能同时成立.

(4) 下述 2 个命题中, 前者为假, 后者为真:

1) 若 $A \cup B = A \cup C$, 则 $B = C$; 2) 若 $A \cap B = A \cap C$, 则 $B = C$.

(5) 若 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$, 则 $A \subseteq B \cap C$.

(6) 设 ρ 是集合 A 上的等价关系, 则 A 关于 ρ 的商集 A/ρ 是 A 的一个划分.

7. (2 分) 设 $A = \{x, y, z\}$, $\langle P(A), \subseteq \rangle$ 为偏序集, 请给出 $P(A)$ 的最大元、最小元 $\{x, y, z\}, \emptyset$.

8. (2 分) 设 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2\}$, 试问有多少个由 A 到 B 的满射函数 6.

9. (2 分) 半群 $\langle A; * \rangle$ 的单位元为 e . 若其元素 a, b 的逆元为 a^{-1}, b^{-1} , 则 $a*b$ 的逆元为 $b^{-1}*a^{-1}$.

10. (2 分) 设 g 为代数结构 $\langle X; o \rangle$ 到 $\langle Y; * \rangle$ 的同构映射, 若 $\langle X; o \rangle$ 存在单位元 e_x , 则 $\langle Y; * \rangle$ 亦存在单位元, 为 $g(e_x)$.

11. (2 分) 设 R 是代数结构 $\langle S; * \rangle$ 上的同余关系, $*$ 为二元运算, 从而可以定义商代数 $\langle S/R; o \rangle$, 请给出 o 的定义: 对于 $\forall [a], [b] \in S/R, [a]o[b] = [a*b]$.

12. (4 分) 下列表述不正确是 (多选二) (3)、(5).

(1) 代数结构间的同构关系是等价关系.

(2) $\langle I; + \rangle$ 上等价关系 $R = \{(x, y) \mid x/y = 2^m, m \in I\}$ 不是同余关系.

(3) $A = \{a, b\}$, 记 S 为 A^A , o 为 S 上函数复合运算, 则 $\langle S; o \rangle$ 构成代数结构, 但不存在单位元.

(4) 设 $\langle G; * \rangle$ 是一个群, 对于任意的 $a, b \in G$, 方程 $x*a*x*b*a = x*b*c$ 解存在且唯一.

(5) 不存在有零元的群.

(6) 有限群 $\langle G; * \rangle$ 的每一元素具有有限阶, 且阶数至多为 $|G|$.

(7) 有限群 $\langle G; * \rangle$ 的非空子集 H 以及 $*$ 运算构成 $\langle G; * \rangle$ 的子群的一个充要条件是:

对任意的 $a, b \in H$, 有 $a*b \in H$.

(8) 无限循环群 $\langle a \rangle$ 有两个生成元, 即 a 与 a^{-1} , 且 $\langle a \rangle$ 与整数加群 Z 同构.

(9) 有限群 $\langle G, * \rangle$ 中的任何元素 a 的阶可整除 G 的阶.

13. (2 分) 图 G 为 n 个结点、 w 个分图的森林, 则 G 边数为 $n-w$, G 的度数之和为 $2(n-w)$.

14. (2 分) T 为有 t 片叶的完全两分树, 则 T 有 $2(t-1)$ 条边.

15. (2 分) 无向完全图 K_4 的含 3 条边的所有非同构的生成子图数为 3. 欧拉图 G 有 0 个度数为奇数的结点.

16. (2 分) $n (n \geq 2)$ 个结点的树、二分图的色数分别是多少? 2、2.

17. (2 分) 设有一个连通平面图 G , 共有 n 个结点 e 条边 f 个面, 则 n, e, f 关系为: $n-e+f=2$, 极大平面图的边数 e 与结点数 $n (n \geq 3)$ 关系为 $e=3n-6$.

二、解答题 (60 分)

略。请阅读教材并参考讲义。