命题逻辑

参考答案及提示

1.（1）是命题，真值为1

（2）不是命题

（3）是命题，真值视具体情况而定

（4）不是命题

（5）是命题，真值为1

（6）是命题，真值为1

（7）是命题，真值为0

（8）不是命题

（9）是命题，真值视具体情况而定

（10）不是命题

2.（1）不是命题

（2）不是命题

（3）不是命题

（4）是命题。令 P：所有的人都是要死的；Q：所有的人都怕死，则命题可符号化为：可表示为 $P\wedge\neg Q$

（5）是命题。令 P：我明天去苏州；Q：我后天去苏州，则命题可符号化为：$P\vee Q$

（6）是命题。令 P：我明天去苏州；Q：我后天去苏州，则命题可符号化为：$\neg(P\vee Q)$

（7）是命题。令 P：我明天去北京；Q：我明天去天津；R：我后天去北京；S：我后天去天津，则命题可符号化为：$P\vee Q\vee R\vee S$

（8）是命题。令 P：我买到飞机票；Q：我出去，则命题可符号化为：$\neg P\rightarrow\neg Q$

（9）是命题。令 P：他余款多；Q：他出门；R：他买书，则命题可符号化为：$(P\wedge Q\rightarrow R)\wedge(\neg P\wedge Q\rightarrow R)$

（10）是命题。令 P：你陪伴我；Q：你代我雇车；R：我去，则命题可符号化为：$R\rightarrow(P\vee Q)$

（11）是命题。令 P：你充分考虑了一切论证；Q：你得到了可靠见解，则命题可符号化为：$(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow P)$ 或 $P\leftrightarrow Q$

（12）是命题。令 P：我懂得希腊文；Q：我了解柏拉图，则命题可符号化为：$(Q\rightarrow P)\rightarrow\neg Q$

（13）是命题。令 P：你去；Q：他去；R：我去，则命题可符号化为：$(P\rightarrow R)\wedge(Q\rightarrow R)\wedge(\neg P\rightarrow R)\wedge(\neg Q\rightarrow R)$

（14）是命题。令 P：上午下雨；Q：我去看电影；R：我在家里看书；S：我在家里看报，则命题可符号化为：$(\neg P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow(R\vee S))$

（15）是命题。令 P：我今天进城；Q：下雨，则命题可符号化为：$P\rightarrow\neg Q$

（16）是命题。令 P：你走；Q：我留下，则命题可符号化为：$P\leftrightarrow Q$

（17）是命题。令 P：某一个数是素数；Q：某一个数能被 1 整除；R：某一个数能被它自身整除；则命题可符号化为：$P\leftrightarrow Q\wedge R$

3.（1）不是命题公式。

（2）不是命题公式。

（3）是命题公式。

P	Q	$P\vee Q$	$(P\vee Q)\rightarrow P$	$P\rightarrow(P\vee Q)$
0	0	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	1	1	1

（4）是命题公式。真值表见上表。

（5）是命题公式。

P	$\neg P$	$P\vee\neg P$	$\neg(P\vee\neg P)$
0	1	1	0
1	0	1	0

（6）是命题公式。

P	Q	$P\rightarrow Q$	$P\wedge(P\rightarrow Q)$	$P\wedge(P\rightarrow Q)\rightarrow Q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

（7）是命题公式。

P	Q	$\neg Q$	$P\rightarrow Q$	$P\wedge(P\rightarrow Q)$	$P\rightarrow\neg Q$	$P\wedge(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow\neg Q)$
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	1	0	0

（8）是命题公式。

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P\rightarrow Q$	$\neg Q\rightarrow\neg P$	$(P\rightarrow Q)\leftrightarrow(\neg Q\rightarrow\neg P)$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1

（9）是命题公式。

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P\vee Q$	$\neg(P\vee Q)$	$\neg Q\wedge\neg P$	$\neg(P\vee Q)\leftrightarrow\neg Q\wedge\neg P$
0	0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1

（10）是命题公式。

P	Q	$\neg P$	$\neg P\vee Q$	$P\rightarrow Q$	$(\neg P\vee Q)\leftrightarrow(P\rightarrow Q)$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1

（11）是命题公式。

P	Q	R	P→Q	Q→R	P→R	(P→Q)∧(Q→R)	((P→Q)∧(Q→R))→(P→R)
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

（12）是命题公式。

P	Q	R	P∨Q	P∨Q→R	(P→R)∧(Q→R)	((P∨Q)→R)↔((P→R)∧(Q→R))
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

4.（1）成真指派：(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)；　成假指派：无
（2）成真指派：(0,0),(0,1),(1,1)；　成假指派：(1,0)
（3）成真指派：(0,1,1),(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0),(1,1,1)；
成假指派：(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0)
（4）成真指派：(0,0,0),(0,0,1),(0,1,0),(0,1,1),(1,1,1)；
成假指派：(1,0,0),(1,0,1),(1,1,0)

5.（1）否　（2）是　（3）是　（4）是　（5）否　（6）否

6.（1）可满足　（2）重言　（3）重言　（4）重言　（5）可满足
（6）矛盾　（7）重言　（8）矛盾　（9）可满足　（10）可满足

7.（1）是　（2）否

8.（1）假　（2）假　(3)真

9.（1）$A \leftrightarrow B \Leftrightarrow (A \to B) \wedge (B \to A)$
$\Leftrightarrow (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$
$\Leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge A) \vee (B \wedge \neg B) \vee (B \wedge A)$
$\Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

（2）$A \to (B \to A) \Leftrightarrow \neg A \vee (\neg B \vee A)$
$\Leftrightarrow (\neg B \vee A) \vee \neg A$
$\Leftrightarrow (A \vee \neg B) \vee \neg A$

$\Leftrightarrow A\vee(\neg B\vee\neg A)$

$\Leftrightarrow A\vee(\neg A\vee\neg B)$

$\Leftrightarrow A\vee(A\to\neg B)$

$\Leftrightarrow \neg A\to(A\to\neg B)$

（3）$(A\to C)\wedge(B\to C)\Leftrightarrow(\neg A\vee C)\wedge(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow(\neg A\wedge\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow\neg(A\vee B)\vee C$

$\Leftrightarrow(A\vee B)\to C$

（4）$A\to(B\to C)\Leftrightarrow\neg A\vee(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow(\neg A\vee\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow(\neg B\vee\neg A)\vee C$

$\Leftrightarrow\neg B\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow B\to(A\to C)$

（5）$A\to(A\to B)\Leftrightarrow\neg A\vee(\neg A\vee B)$

$\Leftrightarrow(\neg A\vee\neg A)\vee B$

$\Leftrightarrow\neg A\vee B$

$\Leftrightarrow A\to B$

（6）$(A\to B)\to(A\to C)\Leftrightarrow\neg(\neg A\vee B)\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow(A\wedge\neg B)\vee(\neg A\vee C)$

$\Leftrightarrow((A\wedge\neg B)\vee\neg A)\vee C$

$\Leftrightarrow((A\vee\neg A)\wedge(\neg B\vee\neg A))\vee C$

$\Leftrightarrow(1\wedge(\neg A\vee\neg B))\vee C$

$\Leftrightarrow(\neg A\vee\neg B)\vee C$

$\Leftrightarrow\neg A\vee(\neg B\vee C)$

$\Leftrightarrow A\to(B\to C)$

10.（1）1　（2）$Q\wedge R$　（3）R　（4）R

11.（1）合取范式：$P\vee Q$　析取范式：$P\vee Q$

（2）合取范式：$P\wedge Q$　析取范式：$P\wedge Q$

（3）合取范式：$P\vee Q\vee R$　析取范式：$P\vee Q\vee R$

（4）合取范式：$(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee R)\wedge(P\vee\neg Q)\wedge(P\vee\neg R)$

析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$

（5）合取范式：$\neg P\vee\neg Q\vee R$　析取范式：$\neg P\vee\neg Q\vee R$

12.（1）主合取范式：$P\vee Q$　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)$

（2）主合取范式：$P\vee Q\vee R$　主析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)$

（3）主合取范式：$(P\vee Q\vee\neg R)\vee(P\vee\neg Q\vee R)\vee(P\vee\neg Q\vee\neg R)\vee(\neg P\vee Q\vee R)\vee(\neg P\vee Q\vee\neg R)\vee(\neg P\vee\neg Q\vee R)$　主析取范式：$(P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$

（4）主合取范式：1（重言式）　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$

（5）主合取范式：$(P\vee Q)\wedge(P\vee\neg Q)\wedge(\neg P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$　主析取范式：0（矛盾式）

（6）主合取范式：1（重言式）　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$

（7）主合取范式：$P\vee\neg Q$　主析取范式：$(P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$

（8）主合取范式：$(P\vee Q)\wedge(\neg P\vee\neg Q)$　主析取范式：$(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)$

13.（1）

证明：1）A　　P（附加）

2）$\neg A \vee B$　　P

3）B　　T, I, (1), (2)

4）$C \rightarrow \neg B$　　P

5）$\neg C$　　T, I, (3), (4)

6）$A \rightarrow \neg C$　　CP

（2）

证明：1）A　　P（附加）

2）$A \rightarrow (B \rightarrow C)$　　P

3）$B \rightarrow C$　　T, I, (1), (2)

4）$(C \wedge D) \rightarrow E$　　P

5）$C \rightarrow (D \rightarrow E)$　　R, E, (4)

6）$B \rightarrow (D \rightarrow E)$　　T, I, (3), (5)

7）$\neg F \rightarrow (D \wedge \neg E)$　　P

8）$(D \rightarrow E) \rightarrow F$　　R, E, (7)

9）$B \rightarrow F$　　T, I, (6), (8)

10）$A \rightarrow (B \rightarrow F)$　　CP

（3）

证明：1）A　　P（附加）

2）$A \vee B$　　T, I, (1)

3）$(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$　　P

4）$C \wedge D$　　T, I, (2), (3)

5）D　　T, I, (4)

6）$D \vee E$　　T, I, (5)

7）$(D \vee E) \rightarrow F$　　P

8）F　　T, I, (6), (7)

9）$A \rightarrow F$　　CP

14.（1）

证明：1）$\neg(\neg A)$　　P（附加）

2）A　　R, E, (1)

3）$A \rightarrow C$　　P

4）C　　T, I, (2), (3)

5）$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$　　P

6）$A \rightarrow B$　　T, I, (5)

7）B　　T, I, (2), (6)

8）$C \rightarrow D$　　T, I, (5)

9）D　　T, I, (4), (8)

10）$(B \rightarrow E) \wedge (D \rightarrow F)$　　P

11）$B \rightarrow E$　　T, I, (10)

12）E　　T, I, (7), (11)

13）$D \to F$　　T, I, (10)
14）F　　T, I, (9), (13)
15）$\neg(E \wedge F)$　　P
16）$E \to \neg F$　　R, E, (15)
17）$\neg F$　　T, I, (12), (16)
18）$F \wedge \neg F$　　T, I, (14), (17), 矛盾

（2）
证明：1）$\neg(\neg A)$　　P（附加）
2）A　　R, E, (1)
3）$A \to B$　　P
4）B　　T, I, (2), (3)
5）$C \to \neg B$　　P
6）$\neg C$　　T, I, (4), (5)
7）$D \to \neg B$　　P
8）$\neg D$　　T, I, (4), (7)
9）$C \vee D$　　P
10）D　　T, I, (6), (9)
11）$D \wedge \neg D$　　T, I, (8), (10), 矛盾

15.（1）
证明：1）$\neg R$　　P
2）$\neg Q \vee R$　　P
3）$\neg Q$　　T, I, (1), (2)
4）$\neg(P \wedge \neg Q)$　　P
5）$\neg P \vee Q$　　R, E, (4)
6）$\neg P$　　T, I, (3), (5)

（2）
证明：1）$P \wedge Q$　　P
2）P　　T, I, (1)
3）Q　　T, I, (1)
4）$\neg Q \vee P$　　T, I, (2)
5）$\neg P \vee Q$　　T, I, (3)
6）$Q \to P$　　R, E, (4)
7）$P \to Q$　　R, E, (5)
8）$P \leftrightarrow Q$　　T, I, (6), (7)
9）$(P \leftrightarrow Q) \to (R \vee S)$　　P
10）$R \vee S$　　T, I, (8), (9)

（3）
证明：1）$(\neg Q \vee R) \wedge \neg R$　　P
2）$\neg R$　　T, I, (1)
3）$\neg Q \vee R$　　T, I, (1)

4）$\neg Q$ T,I,(2),(3)
5）$P\rightarrow Q$ P
6）$\neg P$ T,I,(4),(5)
7）$\neg(\neg P\wedge S)$ P
8）$P\vee\neg S$ R,E,(7)
9）$\neg S$ T,I,(6),(8)

（4）
证明：1）$P\rightarrow S$ P
2）$\neg S$ P
3）$\neg P$ T,I,(1),(2)
4）$P\vee Q$ P
5）Q T,I,(3),(4)
6）$Q\rightarrow R$ P
7）R T,I,(5),(6)
8）$R\wedge(P\vee Q)$ T,I,(4),(7)

（5）
证明：1）R P
2）$R\vee S$ T,I,(1)
3）$(Q\rightarrow P)\vee\neg R$ P
4）$Q\rightarrow P$ T,I,(1),(3)
5）$\neg(P\rightarrow Q)\rightarrow\neg(R\vee S)$ P
6）$(R\vee S)\rightarrow(P\rightarrow Q)$ R,E,(5)
7）$P\rightarrow Q$ T,I,(2),(6)
8）$P\leftrightarrow Q$ T,I,(4),(7)

16.提示：其中任意两个式子为真，可推出第三个式子为假。

17.令 P：我学习；Q：我数学及格；R：我热衷于玩扑克
论证的有效性即要证：
$P\rightarrow Q$，$\neg R\rightarrow P$，$\neg Q\Rightarrow R$
证明如下：
（1）$\neg Q$ P
（2）$P\rightarrow Q$ P
（3）$\neg P$ T,I,(1),(2)
（4）$\neg R\rightarrow P$ P
（5）R T,I,(3),(4)
所以，该论证是有效的。

18.（1）先将前提和结论符号化。
设 P：小张去看电影；Q：小王去看电影；R：小李去看电影；S：小赵去看电影。
前提：（$P\wedge Q$）$\rightarrow R$，$\neg S\vee P$，Q
结论：$S\rightarrow R$

用推理规则证明结论的有效性：

1）S　　　　　　P（附加）
2）$\neg S\vee P$　　　P
3）P　　　　　　T, I, (1), (2)
4）Q　　　　　　P
5）$P\wedge Q$　　　　T, I, (3), (4)
6）$(P\wedge Q)\rightarrow R$　P
7）R　　　　　　T, I, (5), (6)
8）$S\rightarrow R$　　　CP

因此该推理正确（有效）。

（2）先将前提和结论符号化。

设P：下午气温超过30^{0}C；Q：王小燕去游泳；R：王小燕去看电影。

前提：$P\rightarrow Q$，$Q\rightarrow\neg R$

结论：$\neg R\rightarrow P$

推理是否正确，即判断：

$(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow\neg R)\Rightarrow\neg R\rightarrow P$是否成立？

或$(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow\neg R)\rightarrow(\neg R\rightarrow P)$是否为永真式？

因为$(P\rightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow\neg R)\rightarrow(\neg R\rightarrow P)$的主析取范式为

$m_1\vee m_3\vee m_4\vee m_5\vee m_6\vee m_7$，该式不是重言式。

因此该推理不正确（无效）。

（按照 CP 规则进行证明亦可，但得不到 P 一定为真，类讨论式证明）

19. 首先符号化

令 P：A 队获冠军；Q：B 队获亚军；R：C 队获亚军；S：D 队获亚军，则

前提：$P\rightarrow(Q\vee R)$，$R\rightarrow\neg P$，$S\rightarrow\neg Q$，P

结论：$\neg S$

推理形式：$P\rightarrow(Q\vee R)$，$R\rightarrow\neg P$，$S\rightarrow\neg Q$，$P\Rightarrow\neg S$

证明：（1）P　　　　　　P
（2）$P\rightarrow(Q\vee R)$　　P
（3）$Q\vee R$　　　　T, I, (1), (2)
（4）$R\rightarrow\neg P$　　　P
（5）$P\rightarrow\neg R$　　　T, I, (4)
（6）$\neg R$　　　　　T, I, (1), (5)
（7）Q　　　　　　T, I, (3), (6)
（8）$S\rightarrow\neg Q$　　　P
（9）$Q\rightarrow\neg S$　　　T, I, (8)
（10）$\neg S$　　　　T, I, (7), (9)

因此，该结论是有效的。

20. 令 P：张三说真话；Q：李四说真话；R：王五说真话，则

前提：$P\rightarrow\neg Q$，$\neg P\rightarrow Q$，$Q\rightarrow\neg R$，$\neg Q\rightarrow R$，$R\rightarrow(\neg P\wedge\neg Q)$，$\neg R\rightarrow(P\vee Q)$

下面根据已知前提进行形式推理：

（1）$P \to \neg Q$ P

（2）$\neg Q \to R$ P

（3）$P \to R$ T,I,(1),(2)

（4）$R \to (\neg P \wedge \neg Q)$ P

（5）$P \to (\neg P \wedge \neg Q)$ T,I,(3),(4)

（6）$\neg P \wedge (\neg P \vee \neg Q)$ R,E,(5)

（7）$\neg P$ T,I,(6)

（8）$\neg P \to Q$ P

（9）Q T,I,(7),(8)

（10）$Q \to \neg R$ P

（11）$\neg R$ T,I,(9),(10)

（12）$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$ T,I,(7),(9),(11)

因此，由上述推理可知张三说假话，王五说假话，只有李四说真话。

21.令 P：小李是三好学生；Q：小张是三好学生；R：你知道小李是三好学生；S：小赵是三好学生，则

前提：$P \vee Q$, $P \to R$, $Q \to S$, $\neg R$

下面根据已知前提进行形式推理：

（1）$P \to R$ P

（2）$\neg R$ P

（3）$\neg P$ T,I,(1),(2)

（4）$P \vee Q$ P

（5）Q T,I,(3),(4)

（6）$Q \to S$ P

（7）S T,I,(5),(6)

（8）$Q \wedge S$ T,I,(5),(7)

因此，由上述推理可知小张和小赵是三好学生。