



中国地质大学 计算机学院
China University of Geosciences



数据结构

第三章 栈和队列 [1]

任课老师：郭艳

数据结构课程组

计算机学院

中国地质大学（武汉）2020年秋

上堂课要点回顾

- 单链表
 - 应用：有序线性表的有序插入
 - 案例：算法设计（遵循结构化程序设计方法）与描述（思想、步骤、效率分析）
- **ADT LinearList的实现方案3——循环单链表**
 - 特点、模型、优点和实现要点
 - 循环单链表（带头结点）类的定义和实现（“CircLinkedList.h”）
 - **class CircList<T>类**
 - 数据成员/函数成员
- **ADT LinearList的实现方案4——双向循环链表**
 - 特点、模型和特征
 - 双向循环链表（带头结点）类的定义和实现（“DBLinkedList.h”）
 - **struct DbListNode<T>类**
 - 数据成员/函数成员
 - **class DbList<T>类**
 - 数据成员/函数成员bool Insert(int, T&, int)、bool Remove(int, T&, int)及性能
- 静态链表
- **顺序表和链表的应用场合的选择***

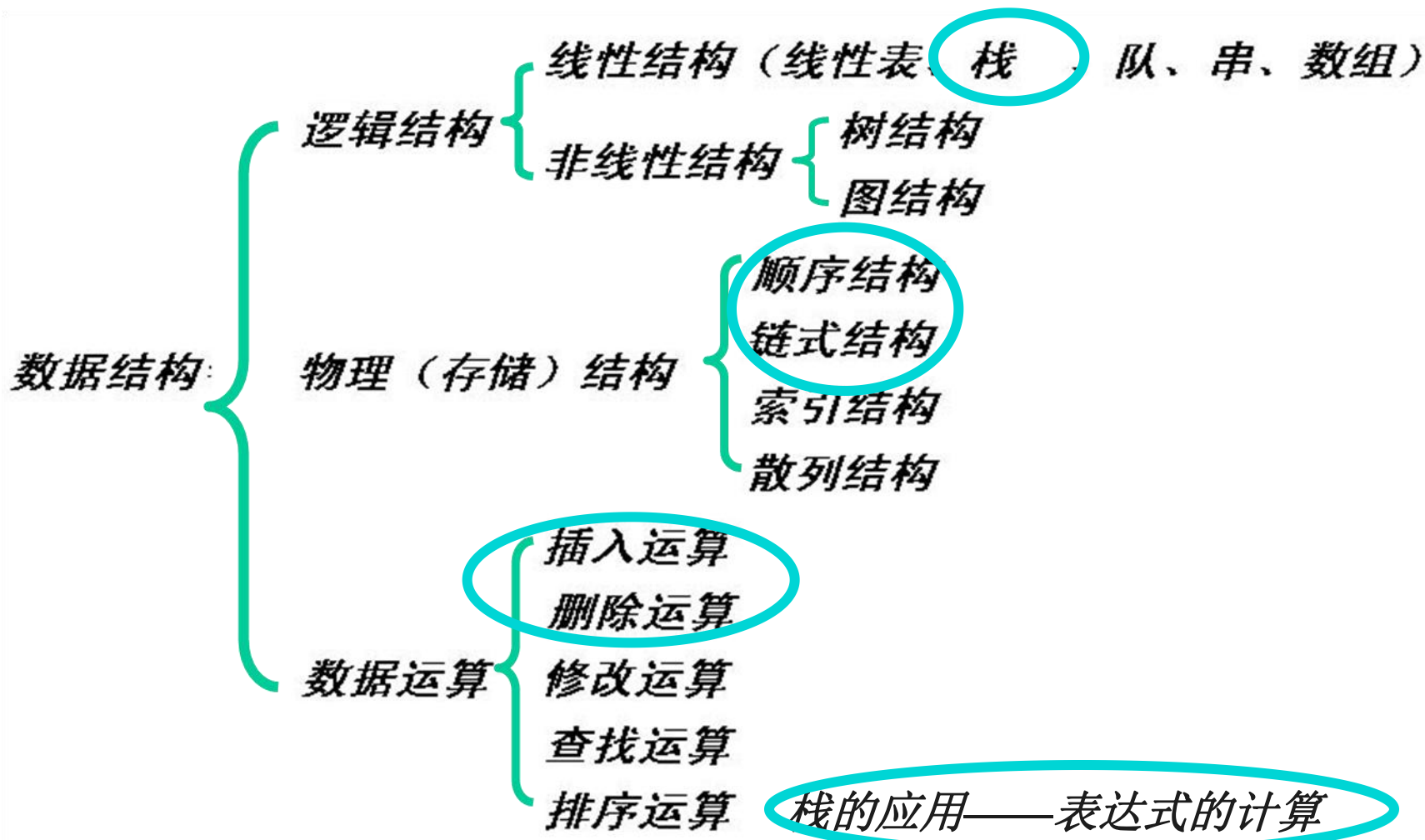
阅读：

殷人昆，第**88-109**页

练习：

作业**4**

数据结构课程内容



Chapter 3 栈和队列

1 栈

3.1.1 栈的定义、特征

3.1.2 顺序栈

3.1.3 链栈

3.1.4-5 栈的应用

3.2 栈与递归

特征和应用是重点
——要求能正确应用它们解决实际问题

2 队列

3.3.1 队列的定义、特征

3.3.2 顺序队列和顺序循环队列

3.3.3 链队列

3.3.4 顺序队列的应用

3.4 优先级队列

3.5 双端队列（自学）

3.1 栈

3.1.1 栈 (Stack) 的基本概念

◆ 定义



什么是栈?

盘子的放/取：取出或放入一个盘子，
在顶部操作才是最方便的

栈是限定**只能在表的一端进行**
插入和删除运算的线性表

Powerpoint撤销/恢复



例：

删除/出栈(Pop)

插入/入栈(Push)

出栈序列： a_n, \dots, a_1

入栈序列： a_1, \dots, a_n

表尾/栈顶(top)



⋮

a_n

a_{n-1}

⋮

a_2

a_1

栈 $s=(a_1, \dots, a_n)$

表头/栈底



◆ 栈的特征

每次取出（或删除）的总是**刚**压进的元素，而最**先**压入的元素则被放在栈**底**

后进先出（Last In First Out, LIFO）

或

先进后出（First In Last Out, FILO）



栈的抽象基类

P88 程序3.1

```
const int maxSize 50;
template <class T>
class Stack {           //stack.h实现栈的类定义
public:
    Stack(){ };          //构造函数
    virtual void Push(const T& x) = 0;  /*进栈：在栈顶插入
                                         一个值为x的元素*/
    virtual bool Pop(T& x) = 0;          /*删除栈顶元素，
                                         被删除的栈顶元素通过x带回。*/
    virtual bool getTop(T& x) const = 0; //取栈顶元素
    virtual bool IsEmpty() const = 0;   //判栈空
    virtual bool IsFull() const = 0;    //判栈满
    virtual bool getSize() const = 0;   //计算栈中元素个数
}; //思考：栈接口的时间复杂度是O（？）
```



3.1.2 顺序栈 P89 程序3.2

```
#include <assert.h>           //SeqStack.h文件
#include <iostream.h>
#include "stack.h"
const int stackIncrement=20;
template <class T>
class SeqStack : public Stack<T> { //顺序栈类的定义
private:
    T *elements;               //栈元素存放数组
    int top;                    //栈顶指针，指示栈顶下标
    int maxSize;                //栈最大容量
    void overflowProcess();     //栈的溢出处理(自学)
```

public:

```
    SeqStack(int sz = 50);                //构造函数
    ~SeqStack() { delete []elements; }    //析构函数
    bool getTop(T& x) const;              //取栈顶元素
    void Push(const T& x);                //进栈
    bool Pop(T& x);                      //出栈
    bool IsEmpty() const { return top == -1; } //判栈空
    bool IsFull() const { return top == maxSize-1; }
    int getSize() const { return top+1; } //获取表项个数
    void makeEmpty() { top = -1; }        //置空表
    friend ostream& operator << (ostream& os,
SeqStack<T>& s); //输出栈中元素的重载操作<< (略, 自学)
};
```

[返回](#)

【顺序栈的构造函数】

P90 程序3.3

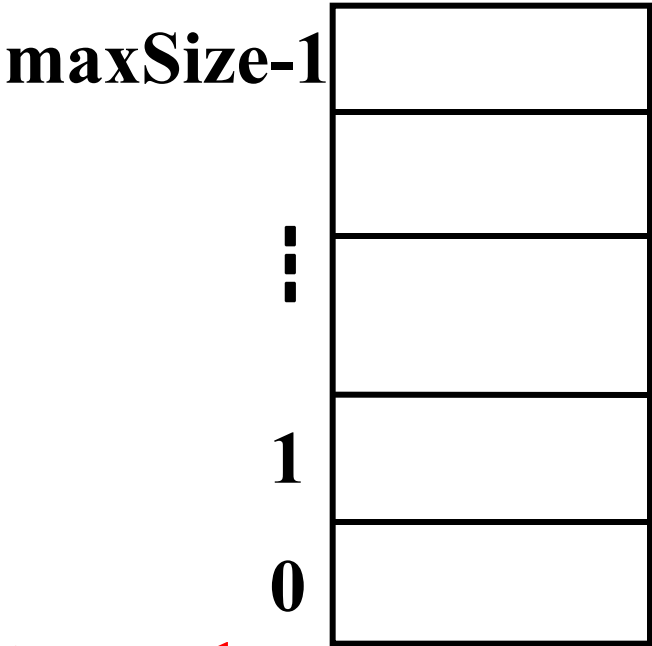
(自学)

```
template<class T>
SeqStack<T>::SeqStack(int sz):top(-1),
maxSize(sz)
{
    elements = new T[maxSize];
    assert(elements != NULL);
}
```

【顺序栈的扩充空间函数】 P90 程序3.4(1) 自学

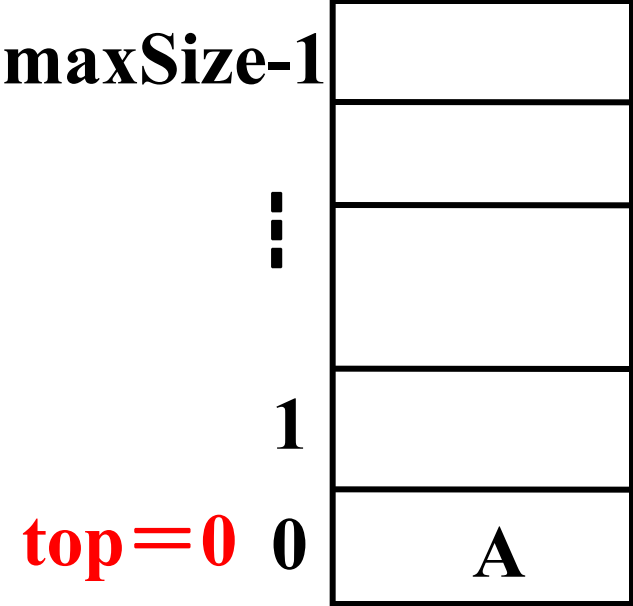
```
template<class T>
void SeqStack<T>::overflowProcess()
{ // 私有函数，扩充栈的存储空间（自学）
    T * newArray = new T[maxSize + stackIncrement];
    if(newArray = NULL)
    {
        cerr<< "存储分配失败!" << endl;
        exit(1);
    }
    for(int i = 0; i <= top; i++)
        newArray[i] = elements[i];
    maxSize = maxSize + stackIncrement;
    delete[] elements;
    elements = newArray;
}
```

栈操作时栈顶指针的变化情况:



top = -1

栈空



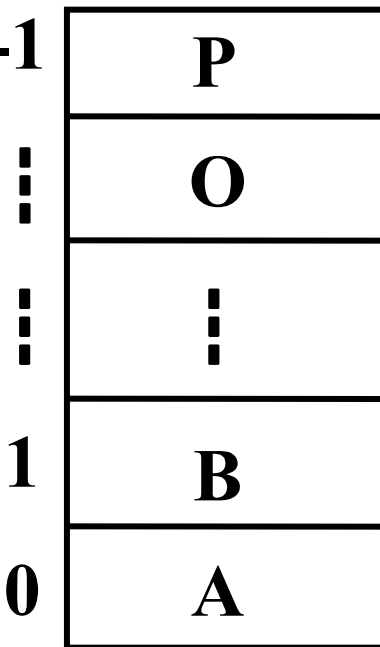
top = 0

元素A入栈后

栈操作时栈顶指针的变化情况（续）：

top=maxSize-1

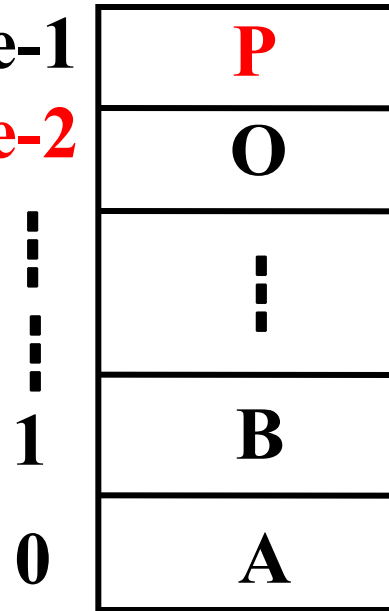
maxSize-1



栈满

top= maxSize-2

maxSize-1



元素P出栈后

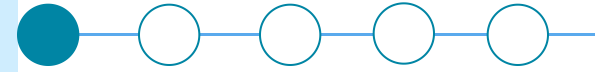
【顺序栈的取栈顶元素操作】 P91 程序90 (4)



```
template <class T>
bool SeqStack<T>::getTop(T& x) const{
    //通过形参x返回栈顶元素的值
    if (IsEmpty() == true)
        return false;
    x = elements[top];
    return true;
}

//时间复杂度： O(1)
```


【顺序栈的入栈操作】 P91 程序90 (2)

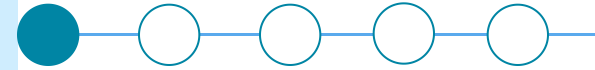


算法思想：先判断栈是否满，如果栈满则作溢出处理；如果栈不满则栈顶指针先加1，然后新元素再进栈。

```
template <class T>
void SeqStack<T>::Push(const T& x) {
    //若栈不满，则将元素x插入该栈栈顶， 否则溢出处理
    if (IsFull() == true) //栈满
        overflowProcess( );
    elements[++top] = x;    //栈顶指针先加1， 再进栈
}
```

//时间复杂度： $O(1)$

【顺序栈的出栈操作】 P91 程序90 (3)



算法思想：先判断栈是否为空，如果栈空则出栈失败返回false；如果栈非空，则返回栈顶元素的值，然后栈顶指针减1，返回true。

```
template <class T>
bool SeqStack<T>::Pop(T& x) {
//函数退出栈顶元素并返回栈顶元素的值
    if (IsEmpty() == true)
        return false;
    x = elements[top--];    //栈顶指针退1
    return true;           //退栈成功
}

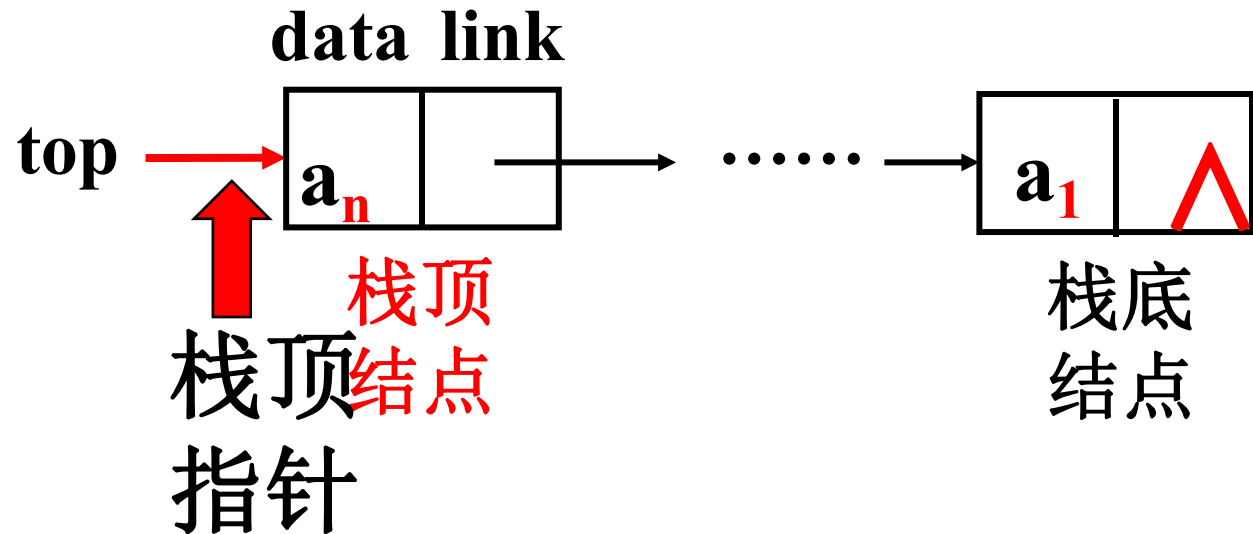
//时间复杂度： O(1)
```

3.1.3 单链栈及其实现

◆ 单链栈模型：指针方向从栈顶向下链接

非空链栈

满足 $\text{top} \neq \text{NULL}$



空链栈

满足 $\text{top} == \text{NULL}$

链栈类的定义 P93 例3.6



```
#include <iostream.h>                                //LinkedStack.h文件实现单链栈
#include “LinkedList.h”
#include “stack.h”
template <class T>
class LinkedStack:public Stack<T>{
private:
    LinkNode<T> *top;    //栈顶指针
public:
    LinkedStack():top(NULL) { }
    ~LinkedStack() {makeEmpty();}
    bool IsEmpty() const {return top==NULL;}
    bool IsFull() const {return false;}
    bool getTop(T& x) const;
    int getSize() const;
    void Push(const T& x);
    bool Pop(T& x);
    void makeEmpty();
    //friend ostream & operator << (ostream& os,SeqStack<T>& s);};
```

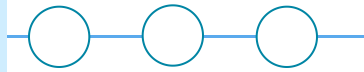
【单链栈的取栈顶函数】 P93 程序3.6(5)

```
template<class T>bool LinkedStack<T>::getTop(T&
x)const
{
    if(IsEmpty() == true) return false;
    x = top->data;
    return true;           }    //O(1)
}
```

【单链栈的求元素个数函数】 P93 程序3.6(6), 自学

```
template<class T>int LinkedStack<T>::getSize() const
{
    LinkNode<T> *p = top; int k = 0;
    //p: 遍历指针, k: 计数器
    while (p != NULL)
    {
        p = p->link;
        k++; }
    return k;
}    //O(n)
```

【链式栈的入栈操作】 P93 程序3.6(3)



⑩ template <class T>

⑩ void LinkedStack<T>::Push(const T& x) {

⑩ //将元素值x插入到链式栈的栈顶，即链头。

⑩ top = new LinkNode<T> (x, top); //创建新结点

⑩ assert (top != NULL); //创建失败退出

⑩ } //O(1)

【链式栈的出栈操作】 P93 程序3.6(4)

```
template <class T>  
bool LinkedStack<T>::Pop(T& x) {  
    //删除栈顶结点, 返回被删栈顶元素的值  
        if (IsEmpty() == true) return false;   //栈空返回  
        LinkNode<T> *p = top;                  //暂存栈顶元素  
        top = top->link;                        //退栈顶指针  
        x = p->data;  
        delete p;                               //释放结点  
        return true;  
} //O(1)
```

【单链栈的置空函数】 P93 程序3.6(2), 自学

```
template<class T>
void LinkedStack<T>::makeEmpty()
{ // 逐次删去链式栈中的元素直至栈顶指针为空
    LinkNode<T> *p ;    // 指向被删结点
    while (top != NULL)
    {
        p = top;
        top = top->link;
        delete p ;
    }
}
```


小结

- 实际应用中，**顺序栈**比链栈用得更广泛
 - 顺序栈容易根据栈顶位置，进行相对位移、快速定位、并读取栈的内部元素
 - 顺序栈读取内部元素的时间为 **$O(1)$** ，而链栈为 **$O(n)$** 。一般来讲，栈不允许“读取内部元素”，只能在栈顶操作

3.1.4-5 栈的应用*

引言

通常，数据处理的逻辑或框架是：

搜索（遍历）操作对象集合，在搜索（遍历）的同时访问（处理）各个对象。当遍历结束时，完成所有对象处理，得到输出。

当正在访问（处理）的对象当前不能完成所有对它的处理时，需要缓存该对象。当等待到合适时机，再从缓存取出该对象并完成所有对它的处理。

如果最先访问（处理）的对象最后才能完成所有对它的处理，或者，最后访问（处理）的对象最先完成所有对它的处理，则采用栈作为未完成访问（处理）的对象的缓存数据结构。

3.1.4-5 栈的应用

——计算算术表达式的值 (P94 括号匹配问题 自学)

中缀表达式

- 运算符在两个操作数的中间
- 需要括号改变优先级，例如：

$$A / (B + C \times D) - E$$

后缀表达式

- 操作符在两个操作数的后面
- 后缀操作数的顺序同于中缀；**操作符的顺序就是表达式计算的顺序**，完全不需要括号。例如：

$$ABCD \times + / E -$$

- 因此，后缀表达式适合用来计算表达式的值

计算算术表达式值的两个步骤

对一个中缀表达式的计算可以通过两个子步骤来实现：

① 先把中缀表达式变换为后缀表达式；

② 根据后缀表达式计算表达式的值。

Calculator. h文件实现中缀表达式求值 P97程序3. 8

```
#include "SeqStack.h"
#include <iostream.h>
#include <ctype.h> //调用isdigit( )函数
#include <string.h>
#include <stdlib.h>

class Calculator
{ public:      Calculator(int sz):s(sz){};
              void Run();           //根据后缀表达式求值
              void Clear() {s.makeEmpty();} //置栈为空栈
              void postfix(char *e);    //中缀转为后缀
              int isp(char ch); //操作符ch进s栈后的优先级数
              int icp(char ch); //操作符ch的优先级数

  private:   SeqStack<double> s;      //缓存操作数的栈
              void AddOperand(double value); //操作数入s栈
              bool Get2Operands(double& left, double& right);
//从s栈得到操作数（右）和被操作数（左），成功返回true，否则返回false
              void DoOperator(char op); //进行op运算
```

返回

② 对后缀表达式如何进行计算呢？

很简单，只要从左到右依次扫描表达式的各单词。由于扫描到的操作数并不能马上参加运算，并且先扫描到的操作数将后参与计算，因此采用栈来缓存操作数。因此，如果当前读到的是操作数，存入一个栈（操作数栈）中，如果当前读到的是运算符，就取栈前面的两个操作数（即从栈顶依次弹出两个元素）进行运算，中间结果同样存入栈中，作为下一次运算的操作数。如此反复，直到表达式处理完毕。

//P87 程序 3.9(3) 操作数value入s栈

void Calculator::AddOperand(double value)

{ s.Push(value);

};

/*P87 程序 3.9(2) 从s栈得到操作数（right）和被操作数（left），成功返回true，否则返回false*/

bool Calculator::Get2Operands(double&

left,double& right){

if(s.IsEmpty()==true)

{cerr<<"缺少右操作数！"<<endl; return false;}

s.Pop(right);

if(s.IsEmpty()==true)

{cerr<<"缺少左操作数！"<<endl; return false;}

s.Pop(left);

return true;

};

//P87 程序 3.9(1) 进行op运算，中间结果value入s栈缓存

void Calculator::DoOperator(char op)

{ double left,right,value;

bool result;

result = Get2Operands(left,right);

if(result==true)

switch(op){

case'+':value=left + right; s.Push(value);break;

case'-':value=left - right; s.Push(value);break;

case'*':value=left * right; s.Push(value);break;

case'/':if(right==0.0){cerr<<"Divide by 0!"<<endl;Clear();}

else{value=left / right; s.Push(value);break;

}

else Clear();

};

void Calculator::Run() //P98 程序3.10(1)

//输入后缀表达式（最后以'#'结束），输出计算结果

```
{ char ch;double newOperand;
```

```
while(cin>>ch,ch!='#')
```

```
{    switch(ch){
```

```
        case'+':
```

```
        case'-':
```

```
        case'*':
```

```
        case'/': DoOperator(ch);break;
```

```
        default:cin.putback(ch);
```

```
                cin>>newOperand;//重读
```

```
                AddOperand(newOperand);}  
}
```

```
    s.getTop(newOperand);    cout << newOperand;
```

```
} //操作数先后以char和double格式从输入缓冲区被读入两次（先被读入一次，再putback()回输入缓冲区）
```

返回

① 如何将中缀表达式变换成后缀表达式?

利用**运算符优先级法**。中缀表达式的计算次序（算术四则运算规则）：

① 在无括号或同层括号时，先乘除后加减；

② 同级运算从左到右；

③ 在有括号时，先括号内后括号外。

从而得到

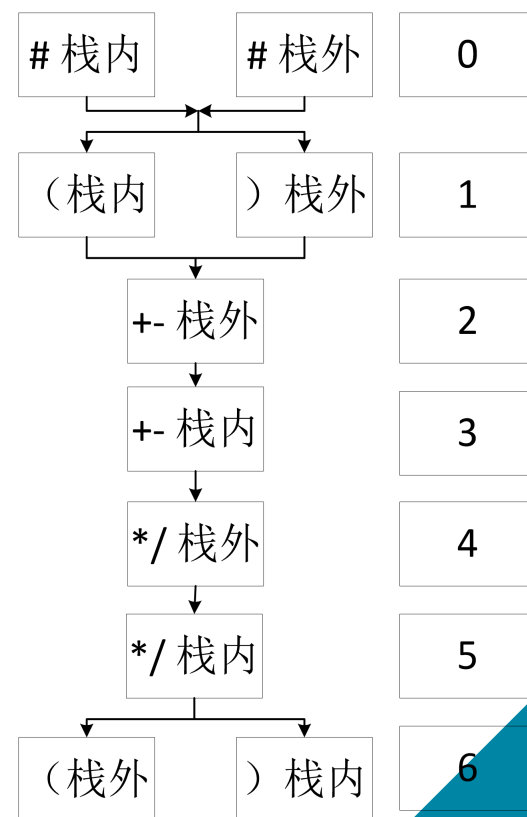
当前扫描到的运算符ch的优先级数 $icp(ch)$

和

该操作符进栈后的优先级数 $isp(ch)$ ：

操作符ch	#	(*, /	+, -)
isp (栈内)	0	1	5	3	6
icp (栈外)	0	6	4	2	1

数值越大优先级越高



两个相继出现的运算符op（在前）和ch（在后）之间的优先关系：

op \ ch	+	-	*	/	()	#
+	>	>	<	<	<	>	>
-	>	>	<	<	<	>	>
*	>	>	>	>	<	>	>
/	>	>	>	>	<	>	>
(<	<	<	<	<	=	ERROR3
)	>	>	>	>	ERROR1	>	>
#	<	<	<	<	<	ERROR2	=

表达式“中缀→后缀”算法的基本思想

1. 置运算符栈S为空栈，然后表达式起始符‘#’入栈。
 2. 循环：读入中缀表达式中的一个字符ch，
 - 2.1 若是操作数，就将其输出，接着转2(即读下一字符)；
 - 2.2 若是运算符，将ch的优先级icp和位于栈顶的运算符op的优先级isp比较优先级：
 - 若 $icp(ch) > isp(op)$ ：将ch进栈，转2(即读下一字符)；
 - 若 $icp(ch) < isp(op)$ ：则将栈顶运算符op出栈，并作为后缀表达式的一个单词输出，再转2.2。
 - 若 $icp(ch) == isp(op)$ ：若op为‘(’，ch为‘)’,
则‘(’退栈但不输出；转2(即读下一字符)。
- 直至整个表达式处理完毕(当‘#’=‘#’时)。

例：利用上述算法，转换中缀表达式“ $\#A/(B+C*D)-E$ 为后缀表达式 $\#$ ”。

中缀表达式	Stack	输出(后缀表达式)
$\#A/(B+C*D)-E\#$	$\#$	
$\#/(B+C*D)-E\#$	$\#$	A
$\#(B+C*D)-E\#$	$\# /$	A
$\#B+C*D)-E\#$	$\# / ($	A
$\#+C*D)-E\#$	$\# / ($	AB
$\#C*D)-E\#$	$\# / (+$	AB
$\#*D)-E\#$	$\# / (+$	ABC

中缀表达式	Stack	输出(后缀表达式)
D) - E#	# / (+ *	ABC
) - E#	# / (+ *	ABCD
) - E#	# / (+	ABCD*
) - E#	# / (ABCD*+
- E#	# /	ABCD*+
- E#	#	ABCD*+ /
E #	# -	ABCD*+ /
#	# -	ABCD*+ / E
#	#	ABCD*+ / E -, 结束

void Calculator::postfix(char *e)

// 中缀表达式转换为后缀表达式 P100 程序3.11

```
{ char ch,op; int i=0;ch=e[i];  
  SeqStack<char> s;          //操作符栈s  
  s.makeEmpty(); s.Push('#');  
  while( s.IsEmpty()==false && ch!='#' )  
  { if ( isdigit(ch) ){ cout<<ch; i++; ch=e[i]; } //若读到的是操作数  
    else{ s.getTop(op); //若读到的是操作符  
          if( icp(ch) > isp(op) )  
          { s.Push(ch); i++; ch=e[i]; }  
          else if( icp(ch) < isp(op) )  
          { s.Pop(op);  
            if( op!='#' ) cout<<op;  
          }  
          else{ s.Pop(op); //优先级相等  
                if(op=='(') {i++; ch=e[i];}  
          }  
        }  
  }  
}
```

//时间复杂度: $O(n)$

返回

```
void main()
```

```
{ Calculator c;
```

```
  char *exp="5.5*3+(2-4/6)#";
```

```
  c.postfix(exp);
```

```
  cout<<endl<<"运算表达式"<<exp<<"的值: "<<endl;
```

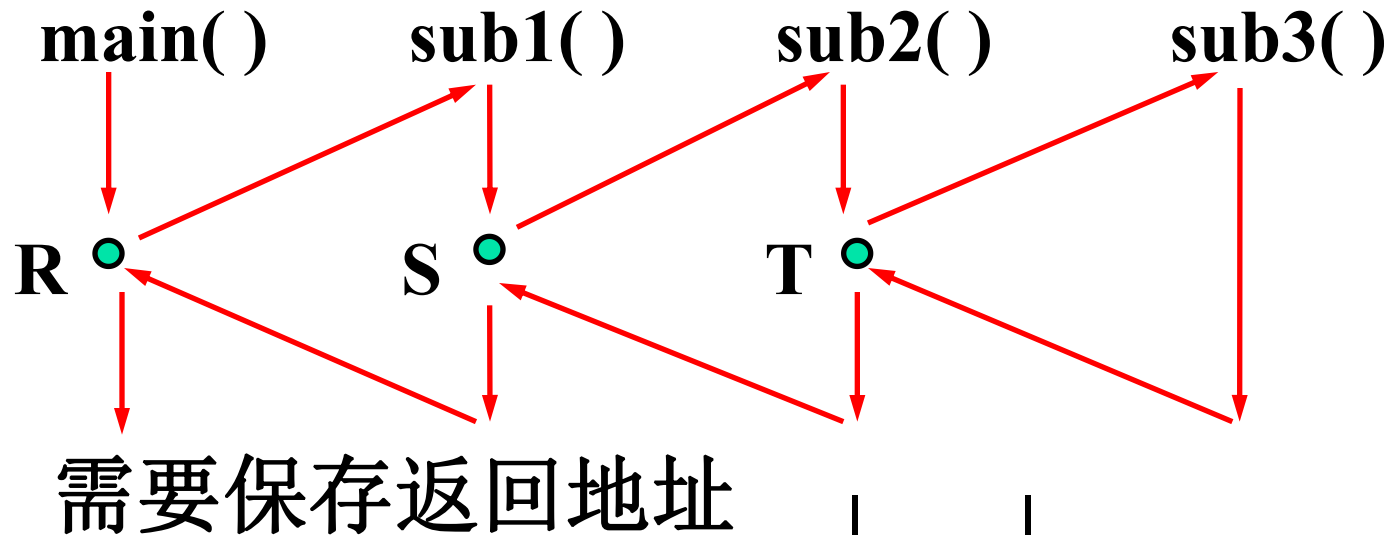
```
  c.Run();
```

```
}
```


3.2 栈与递归

多个函数的嵌套调用

例：



- 后调用先返回
存：R, S, T
取：T, S, R

<i>T</i>
<i>S</i>
<i>R</i>

递归（Recursion）函数：

自己（直接或间接地）调用自己的函数

◆ 例1：阶乘的递归定义

$$Fact(n) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ n \times Fact(n-1) & n > 0 \end{cases}$$

◆ 例2：2阶Fibonacci数列

$$Fib(n) = \begin{cases} 0 & n = 0 \\ 1 & n = 1 \\ Fib(n-1) + Fib(n-2) & n > 1 \end{cases}$$

阶乘 $n!$ 的递归定义

$$factorial(n) = \begin{cases} 1 & \text{当 } n = 0 \text{ 时} \\ n \times factorial(n-1) & \text{当 } n > 0 \text{ 时} \end{cases}$$

计算 $n!$ 的两个函数

```
long fact(int n)
```

```
//使用循环迭代方法，计算 $n!$ 的函数
```

```
{ long m=1;int i;  
  if(n>0)  
    for(i=1;i<=n;i++)  
      m=m*i;  
  return m;  
}
```

```
//时间复杂度：  $O(n)$ 
```

//计算n!的递归函数 P101 程序3.12 (改)

long Fact(int n)

{ long y;

if (n<0) { cout<<“参数错误” <<endl; reurn -1;}

if (n==0) return 1;

else

{ y=Fact(n-1);

return n*y;

}

}

main()

{ long fn=Fact(4);

cout<<fn<<endl;}

递归示例：n!

$$Fac(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ n \times Fac(n-1) & n>0 \end{cases}$$

- 递归函数必须包含一个递归出口。
- 递归调用部分所使用的参数值应比函数的参数值要小，以便重复调用能最终获得基本部分所提供的值。

```
long fact(int n)
//使用循环迭代方法，计算n!的函数
{ long m=1;int i;
  if(n>0)
    for(i=1;i<=n;i++)
      m=m*i;
  return m;
} //时间复
```

```
long Fact(int n)
{ long y;
  if (n<0) reurn -1;
  if (n==0) return 1;
  else
  {   y=Fact(n-1);
      return n*y;
  }
} //时间复杂度： O(n)
```

递归示例：2阶斐波那契数列

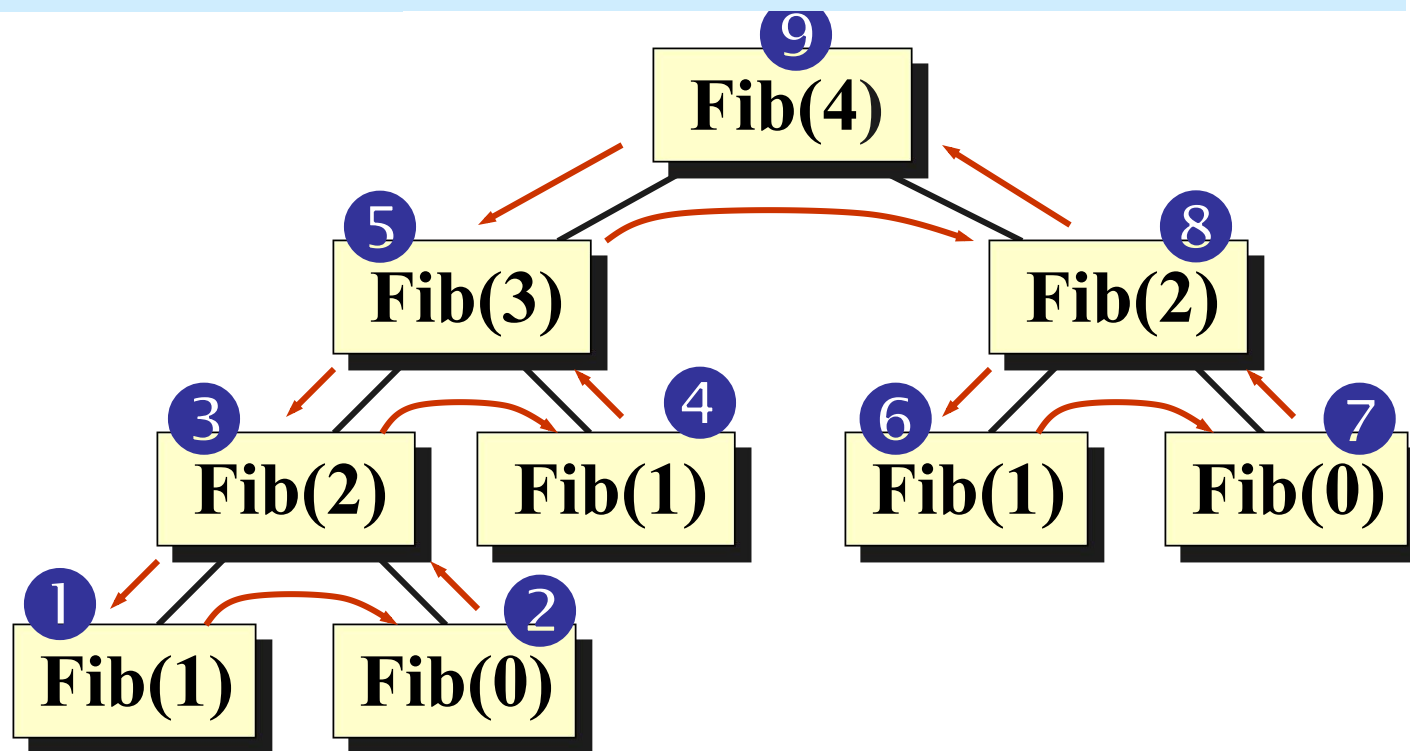
$$Fib(n) = \begin{cases} 0 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ Fib(n-1) + Fib(n-2) & n>1 \end{cases}$$

- 递归函数必须包含一个递归出口。
- 递归调用部分所使用的参数值应比函数的参数值要小，以便重复调用能最终获得基本部分所提供的值。

```
int fibonacci(int n)
{
    if(n==0) return 0;
    if(n==1) return 1;
    int oneBack=1;
    int twoBack=0;
    for(int i=2;i<=n;i++)
    {
        int current=oneBack+twoBack;
        twoBack=oneBack;
        oneBack=current;
    }
    return current;
}
//时间复杂度为O(n)
```

```
int Fibonacci(int n)
{
    if(n==0) return 0;
    if(n==1) return 1;
    return Fibonacci(n-1)
        +Fibonacci(n-2);
}
//时间复杂度为O(2^n)
```

斐波那契数列的递归调用树和求解顺序



时间复杂度：调用次数 $\text{NumCall}(n) = 2 * \text{Fib}(n+1) - 1 = O(2^n)$ ($n > 0$)。究其原因在于，计算过程中所出现的递归实例的重复度极高
空间复杂度 $O(n)$ 。

递归原理

- 每一次递归调用时，需要为过程中使用的参数、局部变量等另外分配存储空间。
- 每层递归调用需分配的空间形成递归工作记录，按**后进先出的栈**组织。——**递归工作栈**

活动
记录
框架



递归
工作记录

```

long Fact(int n)
{ long y;
  if (n<0) reurn -1;
  if (n==0) return 1;
  else
  { y=Fact(n-1);
    return n*y;
  }
}

```

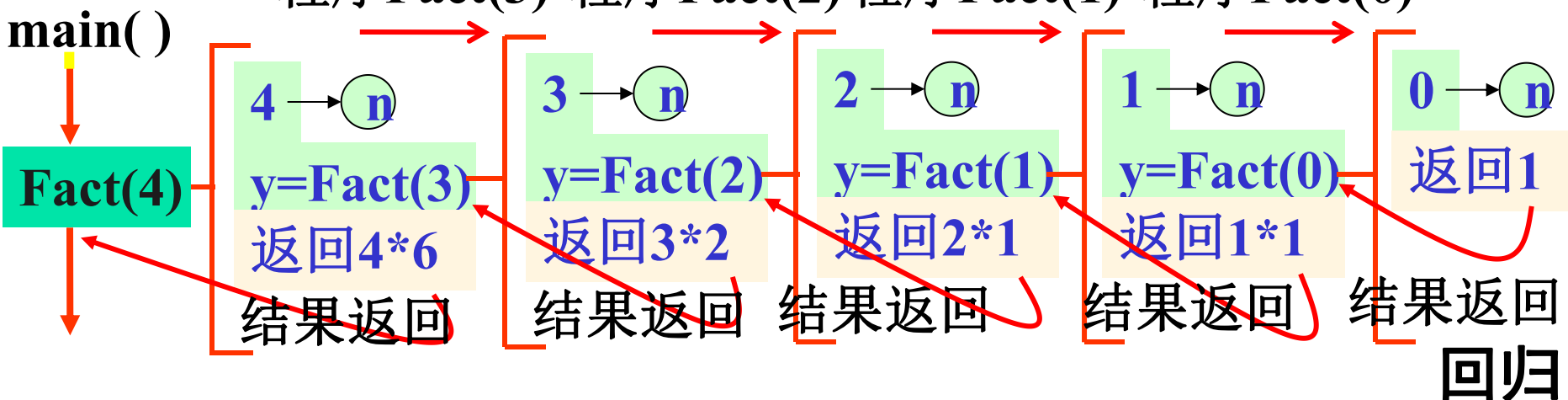
```

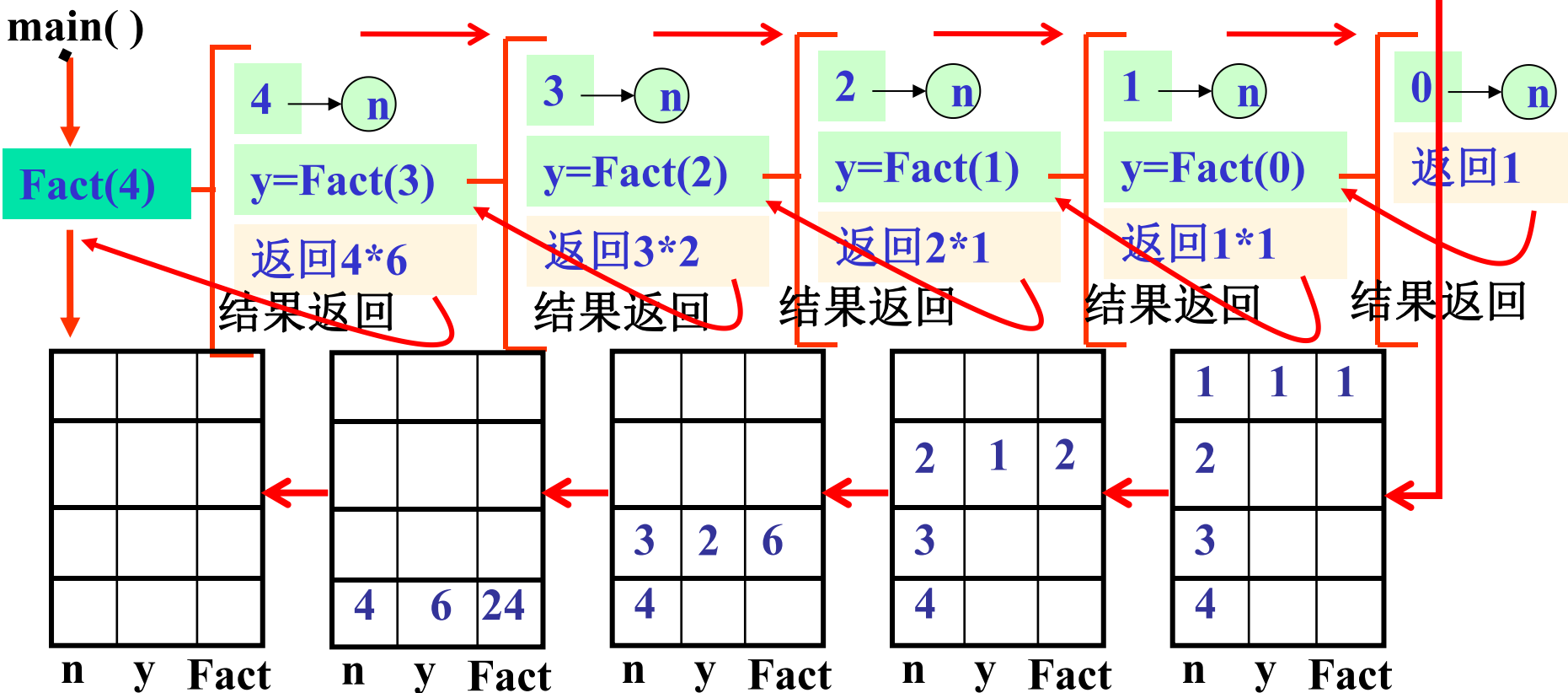
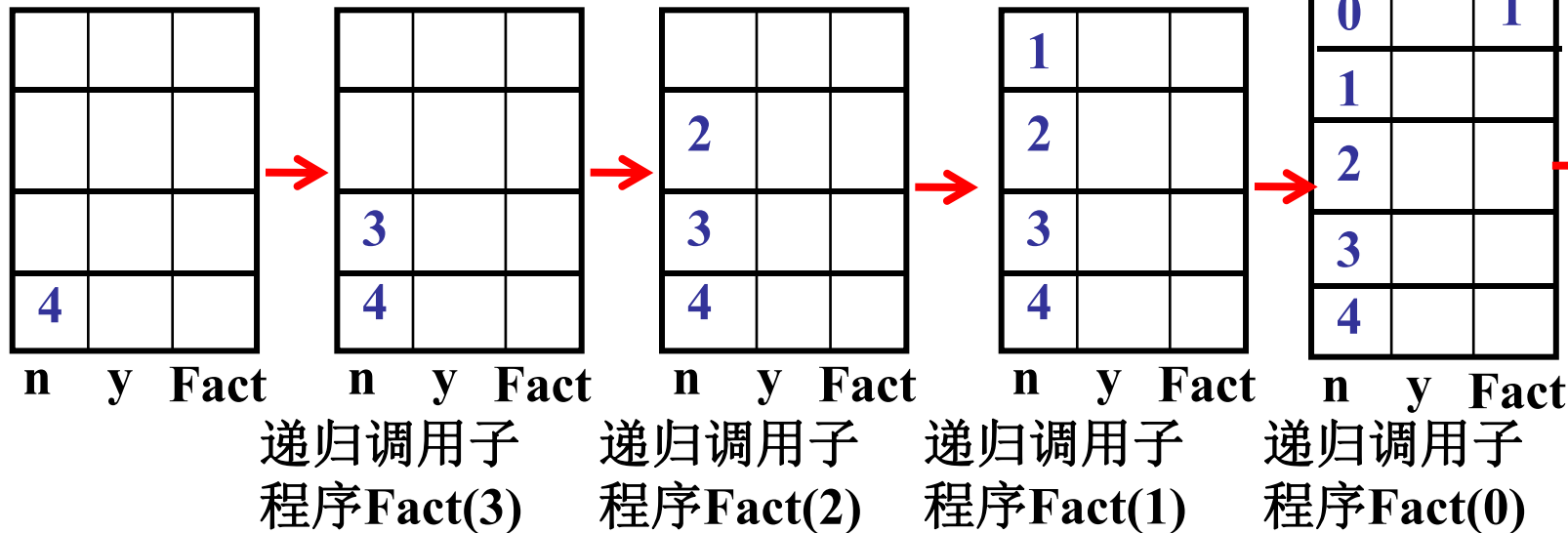
main( )
{ long fn=Fact(4);
  cout<<fn<<endl ;
}

```

递推

递归调用子程序Fact(3) 递归调用子程序Fact(2) 递归调用子程序Fact(1) 递归调用子程序Fact(0)





适宜于用递归算法求解的问题的充分必要条件是：

- （1）问题可借用类同自身的子问题进行描述；
- （2）某一有限步的子问题（也称作本原问题）有直接的解存在。

当一个问题存在上述两个基本要素时，该问题的递归算法的设计方法是：

- （1）把对原问题的求解设计成包含有对子问题求解的形式；
- （2）设计递归出口。

- 递归的价值在于，许多应用问题都可简洁而准确地描述为递归形式。
- 递归也是一种基本而典型的算法设计模式。
 - 可以对实际问题中反复出现的结构和形式做高度概括，并从本质层面加以描述与刻画，进而导出高效的算法。
 - 递归模式能够统筹纷繁多变的具体情况，避免复杂的分支以及嵌套的循环，从而更为简明地描述和实现算法，减少代码量，提高算法的可读性，保证算法的整体效率。
- 但是在追求更高效率的场合，应尽可能避免递归。可以通过显式地模拟调用栈的运转过程实现，精细裁剪栈中各帧内容，可以尽可能减低空间复杂度的常系数。

自学

- 1、P90 程序3.4 (1,5) overflowProcess()、
operator<<(ostream&,SeqStack<T>)
- 2、P92 程序3.5(1,2) push()、 pop()
- 3、P93 程序3.6 (2,6,7)makeEmpty()、 getSize()
(有错误, 找到错误处修改正确)、
operator<<(ostream&,LinkedStack<T>)
- 4、P94-95 3.1.4章节 栈的应用之一——括号匹配
- 5、P106-109 用栈实现递归过程的非递归算法
- 6、P109-1143.2.3节 用回溯法求解迷宫问题

作业4

- 概念题： **P131 3.3、3.6。**

本堂课要点总结

■ 栈

- 栈的定义*、特征*、抽象基类
- 顺序栈类及实现SeqStack.h
- 单链栈类及实现LinkedStack.h
- 栈的应用*
 - 计算算术表达式的值
 - 计算后缀表达式的值
 - 中缀表达式转为后缀表达式