

# Éléments de Recherche Opérationnelle

## Optimisation hivernale

Mohamed-Jordan Soumano

Bastien Hoorelbeke

Clement Languerre

Daniel Jaffal

Victor Pellán

## 1 Introduction

Dans ce projet, nous devons mener un travail de recherche afin de répondre à une problématique précise, à savoir optimiser le parcours des déneigeurs dans une ville.

La solution apportée couvre 3 branches distinctes du problème : le calcul du trajet minimal du drone effectuant une analyse aérienne des niveaux neigeux des différentes routes de la ville, le calcul du trajet minimal d'un appareil de déblaiement du réseau routier et la proposition d'un modèle de coût pour les opérations de déblaiement sur l'ensemble de la ville en fonction du nombre de véhicules à disposition.

## 2 Trajet du drone

Concernant le trajet du drone, nous avons rapidement opté pour la solution qui nous paraissait la plus évidente, à savoir l'algorithme général de résolution du problème du postier chinois. En effet, il s'agit de trouver un cycle eulérien dans le graphe non dirigé donné.

Les étapes sont les suivantes :

- il faut tout d'abord transformer le graphe en graphe eulérien (connexe avec uniquement des nœuds de degré pair)
- le graphe d'une ville est par défaut connexe, cependant il n'a pas forcément des nœuds de degré pair
- pour avoir un graphe composé de nœuds de degré pair, nous pourrions simplement doubler toutes les arêtes, cependant cette solution n'est pas optimale, le drone devant dans ce cas parcourir la ville 2 fois
- une solution plus optimale est de relier 2 à 2 tous les nœuds de degré impair étant donné qu'il y a forcément un nombre pair de nœuds de degré impair, puis dupliquer les arêtes retournées par la fonction *"min\_weight\_matching"* de la bibliothèque Python *NetworkX*.
- une fois le graphe eulérien obtenu à l'issue de ce processus, nous utilisons la fonction *"eulerian\_circuit"* de la bibliothèque *NetworkX*.

Il faut cependant noter que malgré le fait que l'algorithme de résolution du problème du postier chinois donne toujours le chemin le plus court dans un graphe eulérien, celui-ci présente des limites. En effet, l'algorithme est de complexité  $\mathcal{O}(n^3)$ , ce qui est assez conséquent, notamment à l'échelle d'une métropole comme Montréal. Un ordinateur personnel prendrait environ 70 jours pour trouver le chemin le plus court. À titre de comparaison, l'algorithme met seulement 10 secondes à trouver le chemin le plus court sur une ville de plus petite taille comme le Kremlin-Bicêtre.

### 3 Trajet des appareils de déblaiement

Le problème du parcours de la déneigeuse se fait par l'étude d'un graphe orienté. Le but est de déneiger toutes les rues en minimisant les aller-retour. Dans le cas des graphes orientés cela revient à faire un parcours en passant par tous les arcs, c'est ce que l'on appelle trouver un circuit eulérien. Or pour obtenir un tel circuit il faut que le graphe soit fortement connexe et eulérien.

Pour qu'un graphe soit eulérien il faut que chacun de ses sommets ait une différence nulle entre son demi-degré intérieur et extérieur. Il faut alors une fonction qui puisse déterminer quels arcs dupliquer pour satisfaire cette condition. Nous avons donc utilisé la fonction *"network\_simplex"* de la bibliothèque Python *NetworkX* qui renvoie le flot minimal d'un graphe donné ainsi qu'un dictionnaire qui renseigne sur les arrêtes à ajouter. De là nous pouvons ajouter les arêtes manquantes dans le graphe afin de combler les déséquilibres entre les sommets et ainsi avoir un circuit eulérien de coût minimal. Contrairement à l'algorithme utilisé pour calculer le trajet du drone aérien, l'algorithme pour calculer le trajet des appareils de déblaiement utilise un algorithme de flow très rapide.

### 4 Modèle de coût

Afin de mener à bien l'opération de déblaiement de la ville de Montréal, nous avons 2200 appareils ainsi que 3000 employés à notre disposition.

Suite à l'analyse aérienne par drone des niveaux neigeux de la ville, dont le trajet devra être calculé au préalable, 1100 engins trottoirs et 1100 engins routiers seront déployés progressivement dans toute la métropole.

Nous aurons donc besoin de 2200 employés pour assurer le déblaiement total de la ville de Montréal, chaque engin ne nécessitant qu'un seul employé. Le trajet des déneigeuses devra également être calculé en amont du déploiement de celles-ci.

Pour répartir les trajets des déneigeuses sur la ville de Montréal, le cycle eulérien résultant de l'algorithme de calcul du trajet des déneigeuses sera divisé en environ 1100 tronçons, chaque tronçon comportant un nombre de routes plus ou moins égal. Les déneigeuses seront ensuite déployées progressivement, avec une priorité pour les routes et rues les plus enneigées, dont nous connaissons la localisation grâce aux données récoltées par le drone aérien, mais aussi dans les zones prioritaires, telles que les artères principales d'un arrondissement, les services de sécurité publique (police, pompiers), les accès d'urgence aux hôpitaux, les circuits d'autobus, les accès aux stations de métro, les voies de service autoroutières, les établissements d'enseignement, les rues à forte densité de logements et de population et les rues avec pentes importantes.

Pour les routes et trottoirs avec plus de 15 cm de neige, ce seront les appareils de chargement qui seront déployés; entre 2,5cm et 15cm, ce seront les appareils de déblaiement qui seront déployés. Enfin dans le cas où il y a moins de 2,5cm de neige, les appareils d'épandages pourront assurer la tâche.